

1 (1)2点 (2)4点 (3)4点 計10点)

a は実数とし、 b は0でない実数とする。 a と b に関する条件 p , q , r を次のように定める。

p : a, b はともに有理数である

q : $a+b, ab$ はともに有理数である

r : $\frac{a}{b}$ は有理数である

(1) 次の に当てはまるものを、下の ①～③ のうちから一つ選べ。

条件 p の否定 \bar{p} は である。

- ① 「 a, b はともに有理数である」
- ② 「 a, b はともに無理数である」
- ③ 「 a, b の少なくとも一方は有理数である」
- ④ 「 a, b の少なくとも一方は無理数である」

(2) 次の に当てはまるものを、下の ①～③ のうちから一つ選べ。

条件「 q かつ r 」は条件 p が成り立つための 。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(3) 次の ①～⑦ のうち、正しいものは である。

- ① 「 $p \implies q$ 」は真、「 $p \implies q$ 」の逆は真、「 $p \implies q$ 」の対偶は真である。
- ② 「 $p \implies q$ 」は真、「 $p \implies q$ 」の逆は真、「 $p \implies q$ 」の対偶は偽である。
- ③ 「 $p \implies q$ 」は真、「 $p \implies q$ 」の逆は偽、「 $p \implies q$ 」の対偶は真である。
- ④ 「 $p \implies q$ 」は真、「 $p \implies q$ 」の逆は偽、「 $p \implies q$ 」の対偶は偽である。
- ⑤ 「 $p \implies q$ 」は偽、「 $p \implies q$ 」の逆は真、「 $p \implies q$ 」の対偶は真である。
- ⑥ 「 $p \implies q$ 」は偽、「 $p \implies q$ 」の逆は真、「 $p \implies q$ 」の対偶は偽である。
- ⑦ 「 $p \implies q$ 」は偽、「 $p \implies q$ 」の逆は偽、「 $p \implies q$ 」の対偶は真である。
- ⑧ 「 $p \implies q$ 」は偽、「 $p \implies q$ 」の逆は偽、「 $p \implies q$ 」の対偶は偽である。

1 (1) 2点 (2) 4点 (3) 4点 計10点)

解答 (ア) ③ (イ) ① (ウ) ②

1 (1) 2点 (2) 4点 (3) 4点 計10点)

解説

(1) 条件 p の否定 \bar{p} は 「 a, b の少なくとも一方は無理数である」
よって ア ③

(2) 条件「 q かつ r 」は次の条件と同値である。

「 $a+b, ab, \frac{a}{b}$ はすべて有理数である」

$a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2}$ のとき

$$a+b=0, \quad ab=-2, \quad \frac{a}{b}=-1$$

で、 $a+b, ab, \frac{a}{b}$ はすべて有理数となるが、 a, b は無理数である。

よって、「 q かつ r 」 $\implies p$ は偽である。

また、 $p \implies$ 「 q かつ r 」は真である。

したがって、「 q かつ r 」は p が成り立つための必要条件であるが十分条件ではない。

ゆえに イ ①

(3) 「 $p \implies q$ 」は真である。

よって、「 $p \implies q$ 」の対偶も真である。

「 $q \implies p$ 」は偽である。(反例 $a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2}$)

したがって ウ ②