

1

a を 0 でない定数とすると、 x の 2 次関数 $y = ax^2 - (6 - 2a)x + 4$ …… ① のグラフを G とする。グラフ G が x 軸と共有点をもたない a の値の範囲は

$\boxed{\text{ア}} < a < \boxed{\text{イ}}$ …… ② である。

以下、 a は ② の範囲にあるとする。

G の頂点の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{ウ}}}{a} - \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}a + \boxed{\text{カキ}} - \frac{\boxed{\text{ク}}}{a} \right)$ である。

ここで、 $k = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{a} - \boxed{\text{エ}}$ とおけば、② より $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} < \frac{\boxed{\text{ウ}}}{a} < \boxed{\text{サ}}$ な

ので、この k の値の範囲は $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}} < k < \boxed{\text{ソ}}$ である。

(1) 関数 ① の $-1 \leq x \leq 0$ における最小値を m とする。

$x = k$ で最小値 $m = \boxed{\text{オ}}a + \boxed{\text{カキ}} - \frac{\boxed{\text{ク}}}{a}$ をとるのは、

$\boxed{\text{タ}} \leq a < \boxed{\text{イ}}$ のときである。

一方、 $\boxed{\text{ア}} < a \leq \boxed{\text{タ}}$ のときは $x = \boxed{\text{チ}}$ で最小値 $m = \boxed{\text{ツ}}$ をとる。

(2) 関数 ① の $-1 \leq x \leq 0$ における最大値を M とする。

$M > 4$ となるとき、 $x = \boxed{\text{テト}}$ で最大値 $M = \boxed{\text{ナ}}a + \boxed{\text{ニヌ}}$ をとる。

ただし、 $M > 4$ となる a の値の範囲は、 $\boxed{\text{ア}} < a < \boxed{\text{ネ}}$ である。

高2文系数学 確認テスト 前期第4講【解答】

1

【解答】 (ア) 1 (イ) 9 (ウ) 3 (エ) 1 (オ) - (カキ) 10 (ク) 9

(ケ) $\frac{1}{3}$ (サ) 3 (シス) $\frac{-2}{3}$ (ソ) 2 (タ) 3 (チ) 0

(ツ) 4 (テト) -1 (ナ) - (ニヌ) 10 (ネ) 6

【配点】 アイ:1点, ウエ:1点, オ〜ク:1点, ケ〜サ:1点, シ〜ソ:1点, タ:1点,
チツ:1点, テト:1点, ナ〜ヌ:1点, ネ:1点

1

【解説】

x の2次方程式 $ax^2 - (6-2a)x + 4 = 0$ の判別式を D とする。

グラフ G が x 軸と共有点をもたない条件は $D < 0$

$D = \{-(6-2a)\}^2 - 4 \cdot a \cdot 4 = 4a^2 - 40a + 36 = 4(a-1)(a-9)$ であるから

$$(a-1)(a-9) < 0 \quad \text{すなわち} \quad 1 < a < 9$$

ここで $y = ax^2 - (6-2a)x + 4 = ax^2 - 2(3-a)x + 4$

$$= a \left(x - \frac{3-a}{a} \right)^2 - a \cdot \left(\frac{3-a}{a} \right)^2 + 4$$

$$= a \left(x - \frac{3-a}{a} \right)^2 - \frac{a^2 - 6a + 9}{a} + 4$$

$$= a \left\{ x - \left(\frac{3}{a} - 1 \right) \right\}^2 - a + 10 - \frac{9}{a}$$

よって、 G の頂点の座標は $\left(\frac{3}{a} - 1, -a + 10 - \frac{9}{a} \right)$

② より $\frac{1}{9} < \frac{1}{a} < \frac{1}{1}$ であるから $\frac{1}{9} < \frac{3}{a} < 3$

ゆえに、 $-\frac{2}{3} < \frac{3}{a} - 1 < 2$ であるから $-\frac{2}{3} < k < 2$

(1) ② より G は下に凸な放物線であるから、 $m = -a + 10 - \frac{9}{a}$ となるのは

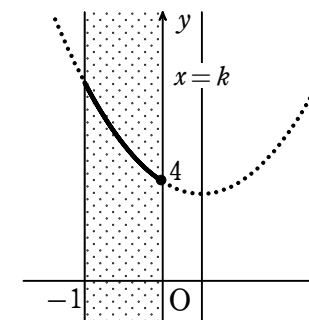
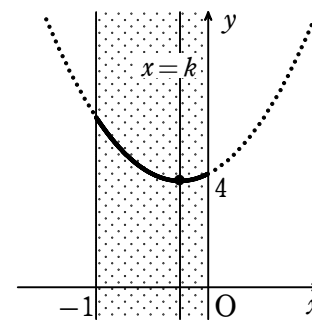
$$-1 \leq \frac{3}{a} - 1 \leq 0 \text{ のときである。}$$

$$0 \leq \frac{3}{a} \leq 1 \text{ から } a \geq 3$$

さらに、 $1 < a < 9$ であるから $3 \leq a < 9$

$$\text{一方、} 1 < a \leq 3 \text{ のとき } 0 \leq \frac{3}{a} - 1 < 2$$

よって、関数①は $-1 \leq x \leq 0$ において $x = 0$ で最小値 $m = 4$ をとる。



(2) $x=0$ のとき $y=4$ であるから、 $M > 4$ となるとき①は $x = -1$ で最大値

$$M = a(-1)^2 - (6-2a) \cdot (-1) + 4 = -a + 10$$

をとる。

ただし、 $M > 4$ となるための条件は $-\frac{1}{2} < \frac{3}{a} - 1$

整理すると $\frac{1}{2} < \frac{3}{a}$ よって $a < 6$

これと $1 < a < 9$ より、求める a の値の範囲は

$$1 < a < 6$$

