

【定期試験対策講習】

3 学期 学年末**末**考查 対策教材②

中 1 六甲数学

【注意事項】

本教材は

数学 1「1 次関数の応用」「展開・因数分解」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しを
してください。

【問題】

1

次の式を展開せよ。

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| (1) $(a-b-2c)^2$ | (2) $(3x+2)(4x^2-3x-1)$ |
| (3) $(x-3y+2z)(x+3y-2z)$ | (4) $(x^2+3x+2)(x^2-3x+2)$ |
| (5) $(x+y+z)(x-y-z)$ | (6) $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)$ |
| (7) $(3a+2b)^2(3a-2b)^2$ | |

2

次の式を因数分解せよ。

- | | |
|------------------------------------|------------------------|
| (1) $9a^3x^2y-45ax^3y^2+18a^2xy^3$ | (2) $(x-y)^2+yz-zx$ |
| (3) $x^2+14x+49$ | (4) $9x^2-12xy+4y^2$ |
| (5) $6a^3b-24ab^3$ | (6) $x^2+7x+10$ |
| (7) $a^2+5a-24$ | (8) $3x^2+5x+2$ |
| (9) $12x^2-16x-3$ | (10) $6a^2+23ab-48b^2$ |

3

次の式を因数分解せよ。

- | | |
|---------------------------|--------------------------------|
| (1) $6(2x+1)^2+5(2x+1)-4$ | (2) $4x^2-9y^2+28x+49$ |
| (3) $2x^4-7x^2-4$ | (4) $(x^2-2x)^2-11(x^2-2x)+24$ |

4

次の式を因数分解せよ。

- | | | |
|---------------------|--------------------------|------------------|
| (1) $9b^2+3ab-2a-4$ | (2) $x^3-x^2y-xz^2+yz^2$ | (3) $1+2ab+a+2b$ |
|---------------------|--------------------------|------------------|

5

次の式を因数分解しなさい。

- | | |
|--------------------|-----------------|
| (1) x^4-13x^2+36 | (2) x^4+x^2+1 |
|--------------------|-----------------|

6

次の式を因数分解しなさい。

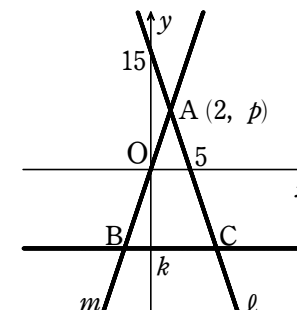
- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| (1) $x^3-y^3+x^2y-xy^2$ | (2) $2xy-2yz+2zx-x^2-y^2$ |
|-------------------------|---------------------------|

7

右の図で、直線 ℓ の式は $y=-3x+15$ で、点 $A(2, p)$ は直線 ℓ 上にある。

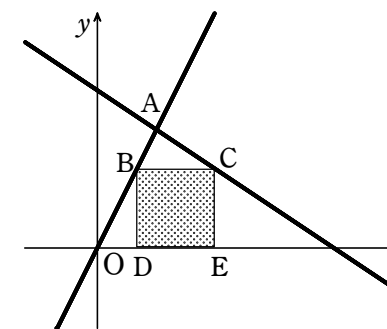
また、原点 O と点 A を通る直線を m とする。

- 交点 A の y 座標 p を求めなさい。
- 直線 m の式を求めなさい。
- 直線 $y=k$ と 2 直線 m, ℓ との交点をそれぞれ B, C とする。 $BC=10$ となる k の値を求めなさい。
ただし、 $k<0$ とする。



8

右の図のように、関数 $y=2x$, $y=ax+6$ のグラフがある。この 2 つのグラフは交わっており、その交点を A とする。また、関数 $y=2x$ のグラフ上の 2 点 O, A の間に点 B をとり、関数 $y=ax+6$ のグラフ上に点 C をとる。2 点 B, C から x 軸に引いた垂線と、 x 軸との交点を、それぞれ D, E とする。 $a<0$ であるとして、次の問いに答えなさい。



- 直線 OA が点 $(4, b)$ を通るとき、 b の値を求めなさい。
- $a=-2$ のとき、点 A の座標を求めなさい。
- 点 D の座標が $(2, 0)$ で、四角形 $BDEC$ が正方形となるとき、定数 a の値を求めなさい。

9

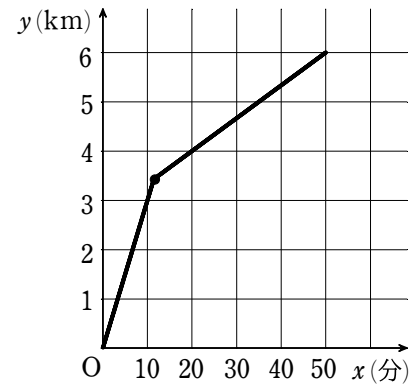
2 直線 $\ell : y = -x + 7$, $m : y = ax - 2$ が点 $A(3, b)$ で交わっている。また, ℓ と x 軸の交点を B , m と y 軸の交点を C とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 定数 a の値を求めなさい。
- (2) 点 B の座標を求めなさい。
- (3) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。
- (4) 点 A を通り, $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

10

A 君は自転車に乗り A 君の家を出発して, 6 km 離れている B 君の家に向かった。途中パンクした自転車をひいたため, B 君の家に 50 分かかって到着した。右のグラフは, A 君が出発してからの経過時間を x 分, A 君の家から A 君のいる場所までの道のりを y km としたときの x と y の関係を表したものである。次の問いに答えなさい。

- (1) A 君が自転車に乗っているときの速さを求めなさい。
- (2) A 君が自転車をひいているときのグラフの式を求めなさい。
- (3) A 君の自転車がパンクしたのは, A 君の家から何 km の地点か求めなさい。



【解答&解説】

1

- 【解答】 (1) $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab + 4bc - 4ca$ (2) $12x^3 - x^2 - 9x - 2$
 (3) $x^2 - 9y^2 - 4z^2 + 12yz$ (4) $x^4 - 5x^2 + 4$
 (5) $x^2 - y^2 - z^2 - 2yz$ (6) $x^4 + 4x^3 - 19x^2 - 46x + 120$
 (7) $81a^4 - 72a^2b^2 + 16b^4$

2

- 【解答】 (1) $9axy(a^2x - 5x^2y + 2ay^2)$ (2) $(x - y)(x - y - z)$ (3) $(x + 7)^2$
 (4) $(3x - 2y)^2$ (5) $6ab(a + 2b)(a - 2b)$ (6) $(x + 2)(x + 5)$
 (7) $(a + 8)(a - 3)$ (8) $(x + 1)(3x + 2)$ (9) $(2x - 3)(6x + 1)$
 (10) $(2a - 3b)(3a + 16b)$

3

- 【解答】 (1) $(4x + 1)(6x + 7)$ (2) $(2x + 3y + 7)(2x - 3y + 7)$
 (3) $(x + 2)(x - 2)(2x^2 + 1)$ (4) $(x + 1)(x - 3)(x + 2)(x - 4)$

4

- 【解答】 (1) $(3b - 2)(a + 3b + 2)$ (2) $(x - y)(x - z)(x + z)$ (3) $(a + 1)(2b + 1)$

5

- 【解答】 (1) $(x + 2)(x - 2)(x + 3)(x - 3)$ (2) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

6

- 【解答】 (1) $(x + y)^2(x - y)$ (2) $(x - y)(-x + y + 2z)$

7

- 【解答】 (1) $p = 9$ (2) $y = \frac{9}{2}x$ (3) $k = -9$

8

- 【解答】 (1) $b = 8$ (2) $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ (3) $a = -\frac{1}{3}$

9

- 【解答】 (1) $a = 2$ (2) $(7, 0)$ (3) 18 (4) $y = -10x + 34$

10

- 【解答】 (1) 分速 $\frac{3}{10}$ km (分速 300 m) (2) $y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3}$ (3) $\frac{24}{7}$ km

1

【解説】

$$(1) \text{ 与式} = a^2 + (-b)^2 + (-2c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-2c) + 2(-2c)a \\ = a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab + 4bc - 4ca$$

$$(2) (3x + 2)(4x^2 - 3x - 1) = 3x(4x^2 - 3x - 1) + 2(4x^2 - 3x - 1) \\ = 12x^3 - 9x^2 - 3x + 8x^2 - 6x - 2 \\ = 12x^3 - x^2 - 9x - 2$$

$$(3) (x - 3y + 2z)(x + 3y - 2z) = \{x - (3y - 2z)\}\{x + (3y - 2z)\} \\ = x^2 - (3y - 2z)^2 = x^2 - 9y^2 - 4z^2 + 12yz$$

$$(4) (x^2 + 3x + 2)(x^2 - 3x + 2) = \{(x^2 + 2) + 3x\}\{(x^2 + 2) - 3x\} \\ = (x^2 + 2)^2 - (3x)^2 \\ = (x^4 + 4x^2 + 4) - 9x^2 \\ = x^4 - 5x^2 + 4$$

$$(5) (x + y + z)(x - y - z) = \{x + (y + z)\}\{x - (y + z)\} \\ = x^2 - (y + z)^2 \\ = x^2 - (y^2 + 2yz + z^2) \\ = x^2 - y^2 - z^2 - 2yz$$

$$(6) (x - 2)(x - 3)(x + 4)(x + 5) = (x - 2)(x + 4) \times (x - 3)(x + 5) \\ = (x^2 + 2x - 8)(x^2 + 2x - 15) \\ = \{(x^2 + 2x) - 8\}\{(x^2 + 2x) - 15\} \\ = (x^2 + 2x)^2 - 23(x^2 + 2x) + 120 \\ = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 23x^2 - 46x + 120 \\ = x^4 + 4x^3 - 19x^2 - 46x + 120$$

$$(7) (3a + 2b)^2(3a - 2b)^2 = \{(3a + 2b)(3a - 2b)\}^2 \\ = (9a^2 - 4b^2)^2$$

$$\begin{aligned}
 &= (9a^2)^2 - 2 \times 9a^2 \times 4b^2 + (4b^2)^2 \\
 &= 81a^4 - 72a^2b^2 + 16b^4
 \end{aligned}$$

2

解説

- (1) (与式) $= 9axy(a^2x - 5x^2y + 2ay^2)$
 (2) (与式) $= (x-y)^2 - (x-y)z = (x-y)(x-y-z)$
 (3) (与式) $= x^2 + 2 \cdot 7x + 7^2 = (x+7)^2$
 (4) (与式) $= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2 = (3x-2y)^2$
 (5) (与式) $= 6ab(a^2 - 4b^2) = 6ab(a+2b)(a-2b)$
 (6) (与式) $= x^2 + (2+5)x + 2 \cdot 5 = (x+2)(x+5)$
 (7) (与式) $= a^2 + (8-3)a + 8 \cdot (-3) = (a+8)(a-3)$
 (8) 下のたすき掛けから (与式) $= (x+1)(3x+2)$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad \times \quad 1 \longrightarrow 3 \\
 3 \quad \times \quad 2 \longrightarrow 2 \\
 \hline
 3 \quad \quad 2 \quad \quad 5
 \end{array}$$

- (9) 下のたすき掛けから (与式) $= (2x-3)(6x+1)$

$$\begin{array}{r}
 2 \quad \times \quad -3 \longrightarrow -18 \\
 6 \quad \times \quad 1 \longrightarrow 2 \\
 \hline
 12 \quad \quad -3 \quad \quad -16
 \end{array}$$

- (10) 下のたすき掛けから (与式) $= (2a-3b)(3a+16b)$

$$\begin{array}{r}
 2 \quad \times \quad -3b \longrightarrow -9b \\
 3 \quad \times \quad 16b \longrightarrow 32b \\
 \hline
 6 \quad \quad -48b^2 \quad \quad 23b
 \end{array}$$

3

解説

- (1) $6(2x+1)^2 + 5(2x+1) - 4 = \{2(2x+1) - 1\}\{3(2x+1) + 4\}$
 $= (4x+1)(6x+7)$
 (2) $4x^2 - 9y^2 + 28x + 49 = (4x^2 + 28x + 49) - 9y^2$
 $= \{(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 7 + 7^2\} - (3y)^2$
 $= (2x+7)^2 - (3y)^2$
 $= (2x+7+3y)(2x+7-3y)$
 $= (2x+3y+7)(2x-3y+7)$
 (3) $2x^4 - 7x^2 - 4 = 2(x^2)^2 - 7x^2 - 4 = (x^2-4)(2x^2+1)$
 $= (x+2)(x-2)(2x^2+1)$
 (4) $(x^2-2x)^2 - 11(x^2-2x) + 24$
 $= \{(x^2-2x) - 3\}\{(x^2-2x) - 8\}$
 $= (x^2-2x-3)(x^2-2x-8)$
 $= (x+1)(x-3)(x+2)(x-4)$

$$\begin{array}{r}
 2 \quad \times \quad -1 \longrightarrow -3 \\
 3 \quad \times \quad 4 \longrightarrow 8 \\
 \hline
 6 \quad \quad -4 \quad \quad 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad \times \quad -4 \longrightarrow -8 \\
 2 \quad \times \quad 1 \longrightarrow 1 \\
 \hline
 2 \quad \quad -4 \quad \quad -7
 \end{array}$$

4

解説

- (1) $9b^2 + 3ab - 2a - 4 = (3b-2)a + 9b^2 - 4$
 $= (3b-2)a + (3b+2)(3b-2)$
 $= (3b-2)(a+3b+2)$
 (2) $x^3 - x^2y - xz^2 + yz^2 = (z^2 - x^2)y + x^3 - xz^2$
 $= (z^2 - x^2)y - x(z^2 - x^2)$
 $= (z^2 - x^2)(y-x)$
 $= (z+x)(z-x)(y-x)$
 $= (x-y)(x-z)(x+z)$
 (3) $1 + 2ab + a + 2b = (2b+1)a + 2b + 1$
 $= (a+1)(2b+1)$
 別解 $1 + 2ab + a + 2b = (2a+2)b + a + 1$
 $= 2(a+1)b + a + 1$

$$=(a+1)(2b+1)$$

5

解説

$$\begin{aligned} (1) \quad x^4 - 13x^2 + 36 &= (x^2)^2 - 13x^2 + 36 \\ &= (x^2 - 4)(x^2 - 9) \\ &= (x+2)(x-2)(x+3)(x-3) \quad \text{答} \\ (2) \quad x^4 + x^2 + 1 &= (x^4 + 2x^2 + 1) - x^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - x^2 \\ &= \{(x^2 + 1) + x\}\{(x^2 + 1) - x\} \\ &= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \quad \text{答} \end{aligned}$$

6

解説

$$\begin{aligned} (1) \quad x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 &= (x^3 + x^2y) - (xy^2 + y^3) \\ &= x^2(x+y) - y^2(x+y) \\ &= (x+y)(x^2 - y^2) \\ &= (x+y)(x+y)(x-y) \\ &= (x+y)^2(x-y) \quad \text{答} \\ (2) \quad 2xy - 2yz + 2zx - x^2 - y^2 &= -(x^2 - 2xy + y^2) + (2zx - 2yz) \\ &= -(x-y)^2 + 2z(x-y) \\ &= (x-y)\{-(x-y) + 2z\} \\ &= (x-y)(-x+y+2z) \quad \text{答} \end{aligned}$$

7

解説

$$\begin{aligned} (1) \quad \text{点 A (2, } p) \text{ が直線 } \ell : y = -3x + 15 \text{ 上にあるから} \\ p = -3 \times 2 + 15 \quad \text{よって } p = 9 \\ (2) \quad \text{直線 } m \text{ は原点 O と点 A (2, 9) を通るから, その式は } y = \frac{9}{2}x \end{aligned}$$

$$(3) \quad \text{連立方程式 } \begin{cases} y = \frac{9}{2}x \\ y = k \end{cases} \text{ を解くと } x = \frac{2}{9}k, y = k$$

$$\text{よって, 直線 } m \text{ と直線 } y = k \text{ の交点 B の座標は } \left(\frac{2}{9}k, k \right)$$

$$\text{連立方程式 } \begin{cases} y = -3x + 15 \\ y = k \end{cases} \text{ を解くと } x = \frac{15-k}{3}, y = k$$

$$\text{よって, 直線 } \ell \text{ と直線 } y = k \text{ の交点 C の座標は } \left(\frac{15-k}{3}, k \right)$$

$$k < 0 \text{ であるから } BC = \frac{15-k}{3} - \frac{2}{9}k = \frac{45-5k}{9}$$

$$BC = 10 \text{ のとき } \frac{45-5k}{9} = 10$$

$$9 - k = 18$$

$$\text{したがって } k = -9$$

8

解説

$$(1) \quad \text{直線 OA を表す式は } y = 2x \text{ であるから } b = 2 \times 4 = 8$$

$$(2) \quad a = -2 \text{ のとき, 直線 AC を表す式は } y = -2x + 6$$

点 A は 2 直線 OA, AC の交点である。

$$\text{よって, 点 A の座標は, 連立方程式 } \begin{cases} y = 2x \\ y = -2x + 6 \end{cases} \text{ を解いて}$$

$$x = \frac{3}{2}, y = 3 \quad \text{より} \quad \left(\frac{3}{2}, 3 \right)$$

$$(3) \quad \text{点 B は } x \text{ 座標が 2 で, 直線 } y = 2x \text{ 上の点である。}$$

$$\text{よって, 点 B の座標は (2, 4) で } BD = 4$$

また, $BD = BC$ となるから, 点 C は点 B を右に 4 だけ移動した位置にある。

$$\text{したがって, 点 C の座標は } (6, 4)$$

$$\text{点 C は直線 } y = ax + 6 \text{ の上にあるから } 4 = 6a + 6$$

$$\text{これを解いて } a = -\frac{1}{3}$$

9

解説

- (1) 点 A は直線 ℓ 上の点であるから $b = -3 + 7$ よって $b = 4$

したがって、点 A の座標は $(3, 4)$

点 A は直線 m 上の点であるから $4 = 3a - 2$ よって $a = 2$

- (2) $y = -x + 7$ において、 $y = 0$ とすると $0 = -x + 7$ よって $x = 7$

したがって、点 B の座標は $(7, 0)$

- (3) $\triangle ABC$ の面積は

$$\begin{aligned} & 7 \times 6 - \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \\ &= 42 - (7 + 9 + 8) = 18 \end{aligned}$$

- (4) 求める直線は、点 A と線分 BC の中点を通る直線である。

線分 BC の中点を M とすると、M の座標は

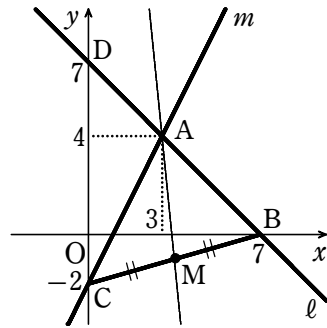
$$\left(\frac{7+0}{2}, \frac{0-2}{2} \right) \text{ すなわち } \left(\frac{7}{2}, -1 \right)$$

求める直線の式を $y = px + q$ とおくと

$$\begin{cases} 4 = 3p + q \\ -1 = \frac{7}{2}p + q \end{cases}$$

これを解いて $p = -10, q = 34$

よって、求める直線の式は $y = -10x + 34$



10

解説

- (1) 10 分間に 3 km 進んでいるから、自転車は 分速 $\frac{3}{10}$ km (または 分速 300 m)

- (2) 自転車をひいているときのグラフは、2 点 $(20, 4)$, $(50, 6)$ を通っている。

求めるグラフの式を $y = ax + b$ とおくと
$$\begin{cases} 4 = 20a + b \\ 6 = 50a + b \end{cases}$$

これを解いて $a = \frac{1}{15}, b = \frac{8}{3}$

したがって、求める式は $y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3}$

- (3) 自転車に乗っているときのグラフの式は $y = \frac{3}{10}x$ である。

よって、2 直線 $y = \frac{3}{10}x$, $y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3}$ の交点の座標を考える。

$$\text{連立方程式 } \begin{cases} y = \frac{3}{10}x \\ y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3} \end{cases} \text{ を解いて } x = \frac{80}{7}, y = \frac{24}{7}$$

したがって、パンクしたのは A 君の家から $\frac{24}{7}$ km の地点である。