

□1 (1) 4点 (2) 3点 (3) 3点

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、次の方程式を解け。

(1)  $2\sin^2 \theta + \cos \theta - 2 = 0$

(2)  $\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3)  $\tan\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$

1 (1) 4点 (2) 3点 (3) 3点

解答 (1)  $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{3}\pi$  (2)  $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{2}{3}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{3}\pi$

(3)  $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi$

1 (1) 4点 (2) 3点 (3) 3点

解説

(1)  $2\sin^2\theta + \cos\theta - 2 = 0$  から  $2(1 - \cos^2\theta) + \cos\theta - 2 = 0$

整理すると  $2\cos^2\theta - \cos\theta = 0$  よって  $\cos\theta(2\cos\theta - 1) = 0$

ゆえに  $\cos\theta = 0, \frac{1}{2}$  」 2点

$0 \leq \theta < 2\pi$  であるから,  $\cos\theta = 0$  より  $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$  より  $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$

したがって, 解は  $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{3}\pi$  」 2点

(2)  $2\theta + \frac{\pi}{3} = t$  とおくと  $\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  …… ①

$0 \leq \theta < 2\pi$  であるから

$\frac{\pi}{3} \leq 2\theta + \frac{\pi}{3} < 4\pi + \frac{\pi}{3}$  すなわち  $\frac{\pi}{3} \leq t < \frac{13}{3}\pi$  」 1点

この範囲で, ① を満たす  $t$  の値は

$t = \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{10}{3}\pi, \frac{11}{3}\pi$

よって  $2\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{10}{3}\pi, \frac{11}{3}\pi$  」 1点

ゆえに  $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{2}{3}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{3}\pi$  」 1点

(3)  $2\theta - \frac{\pi}{3} = t$  とおくと  $\tan t = -\sqrt{3}$  …… ①

$0 \leq \theta < 2\pi$  から  $-\frac{\pi}{3} \leq 2\theta - \frac{\pi}{3} < 4\pi - \frac{\pi}{3}$

すなわち  $-\frac{\pi}{3} \leq t < \frac{11}{3}\pi$  …… ② 」 1点

② の範囲で, ① を解くと  $t = -\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{8}{3}\pi$

すなわち  $2\theta - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{8}{3}\pi$  」 1点

よって  $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi$  」 1点