
第 2 章

～ 複素数と方程式 ～

第1講 複素数と2次方程式

1 複素数とその計算

① 複素数

$a+bi$ (a, b は実数, $i^2=-1$) の形で表される数を **複素数** という。

複素数 $a+bi$ では, a をその **実部**, b をその **虚部**, i を **虚数単位** という。

【注】 以下, $a+bi$ や $c+di$ などでは, 文字 a, b, c, d は実数を表す。

複素数の相等 $a+bi=c+di \iff a=c$ かつ $b=d$

とくに $a+bi=0 \iff a=0$ かつ $b=0$

② 複素数の計算

1 加法 $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$

減法 $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$

乗法 $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

除法 $\frac{c+di}{a+bi} = \frac{(c+di)(a-bi)}{(a+bi)(a-bi)} = \frac{ac+bd}{a^2+b^2} + \frac{ad-bc}{a^2+b^2}i$

2 共役な複素数 2つの複素数 $a+bi, a-bi$ を, 互いに **共役な複素数** という。

③ 負の数の平方根 $a>0$ とする。

1 $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$ とくに $\sqrt{-1} = i$

2 $-a$ の平方根は $\pm\sqrt{-a} = \pm\sqrt{a}i$

2 2次方程式の解

① 2次方程式の解の公式

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2次方程式 $ax^2+2b'x+c=0$ の解は $x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2-ac}}{a}$

② 2次方程式の解の種類の判別

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ において, $D=b^2-4ac$ を **判別式** といい, 解について次のことが成り立つ。

$D>0 \iff$ 異なる2つの実数解をもつ

$D=0 \iff$ 重解をもつ

$D<0 \iff$ 異なる2つの虚数解をもつ

重解をもつとき, その重解は $x = -\frac{b}{2a}$

2次方程式 $ax^2+2b'x+c=0$ では, D の代わりに $\frac{D}{4} = b'^2-ac$ を用いてもよい。

【注】 判別式により解を判別できるのは, 係数が実数のときに限る。

第 1 講 例題

1 ★☆☆

次の計算をせよ。

- (1) $(-3+2i)+(5-6i)$ (2) $(5-i)(-1+2i)$ (3) $i(-2+i)+(1-i)^2$
(4) $(4+\sqrt{-5})(3-\sqrt{-5})$ (5) $\frac{1-2i}{2-i}$

2 ★☆☆

次の等式を満たす実数 x, y の値を求めよ。

- (1) $(2+i)x+(3-2i)y=-9+20i$ (2) $(3+2i)x^2+(8+5i)x-3(1+i)=0$

3 ★★★

2つの複素数 $a+bi$ と $2-3i$ の和が純虚数、積が実数となるように、実数 a, b の値を定めよ。

4 ★☆☆

次の2次方程式を解け。

- (1) $2x^2+48=0$ (2) $6x^2-12x+15=0$

5 ★★★

$x=2+3i$ が方程式 $x^2+ax+b=0$ の1つの解であるとき、実数 a, b の値を求めよ。また、他の解は $2-3i$ であることを示せ。

6 ★★★

$x=1-\sqrt{2}i$ のとき、 $3x^3-8x^2+x+7$ の値を求めよ。

第 1 講 例題演習

1

次の計算をせよ。

(1) $(4+5i)-(3-2i)$

(2) $(2+i)^2$

(3) $(2+\sqrt{-5})(3-\sqrt{-5})$

(4) $\frac{2+5i}{3-2i}$

(5) $\frac{3+2i}{2+i} - \frac{i}{1-2i}$

2

次の等式を満たす実数 x, y の値を, それぞれ求めよ。

(1) $(4+2i)x+(1+4i)y+7=0$

(2) $(x+2yi)(1+i)=3-2i$

(3) $(1+i)x^2-(1+3i)x-2+2i=0$

3

2つの複素数 $x+yi$ と $2-3i$ の和が純虚数, 積が実数となるように, 実数 x, y の値を定めよ。

4

次の 2 次方程式を解け。

(1) $9x^2+4=0$

(2) $x^2+3x+3=0$

(3) $-3x^2+x+5=0$

(4) $x^2-\sqrt{3}x+2=0$

5

a, b は定数とする。2 次方程式 $x^2+ax+b=0$ の 1 つの解が $x=2-3i$ であるとき, a, b の値を求めよ。また, この方程式の他の解を求めよ。

6

$x=1+\sqrt{2}i$ のとき, $x^4-4x^3+2x^2+6x-7$ の値を求めよ。

第1講 レベルA

1 [東京工科大]

次の計算をせよ。

$$(1) \frac{(3-2i)(1+5i)}{2+3i}$$

$$(2) (\sqrt{-50} - \sqrt{72})(\sqrt{27} + \sqrt{-75})$$

$$(3) \frac{4-i}{3+2i} - \frac{2}{4-i}$$

$$(4) \left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^4$$

$$(5) \frac{1}{\frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i}}$$

2 [愛知大]

i を虚数単位とする。このとき $i+i^2+i^3+i^4 = \boxed{}$ であり,

$i+i^2+i^3+i^4 + \cdots + i^{30} = \boxed{}$ である。

3

2乗すると $5+12i$ となる複素数 $z = a+bi$ は2つある。このような複素数 z を求めよ。

4 [慶応義塾大]

実数 x, y に対して $(i^{30} + i^{65})(x+yi) = -2+6i$ が成り立つ。ただし i は虚数単位とする。このとき,

(1) x, y の値を求めよ。

(2) $\frac{x+yi}{i} + \frac{x-yi}{x+yi}$ の値を求めよ。

5

2次方程式 $x^2 + 2(k-1)x - k^2 + 3k - 1 = 0$ (k は定数) について

(1) 実数解をもつような k の値の範囲を求めよ。

(2) 重解をもつような k の値と、そのときの重解を求めよ。

6 [駒澤大]

連立方程式
$$\begin{cases} x+y-a+4=0 \\ x^2+y^2+a^2-4a=0 \end{cases}$$
 が実数解をもつような実数の定数 a の値の範囲を求めよ。

第1講 レベルB

1

x の方程式 $(1+i)x^2+(k+i)x+3+3ki=0$ が実数解をもつように、実数 k の値を定めよ。

2 [鹿児島経済大]

2 次方程式 $x^2-(8-a)x+12-ab=0$ が実数の定数 a の値にかかわらず実数解をもつときの定数 b の値の範囲を求めよ。

3 [徳島文理大]

a を整数とすると、2 つの方程式 $x^2-ax+3=0$, $x^2+ax+2a=0$ の一方は実数解をもち、他方は虚数解をもつという。このような a は何個あるか。

第2講 解と係数の関係

3 解と係数の関係

① 解と係数の関係

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の2つの解を α, β とすると

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

② 2次式の因数分解

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の2つの解を α, β とすると

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$$

③ 2数を解とする2次方程式

2数 α, β を解とする2次方程式の1つは $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

第2講 例題

1 ★☆☆

2 次方程式 $3x^2 - 2x - 4 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき、次の式の値を求めよ。

- (1) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ (2) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ (3) $\alpha^2 + \beta^2$
(4) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ (5) $(\alpha - \beta)^2$ (6) $\alpha^3 + \beta^3$

2 ★★☆☆

2 次方程式 $x^2 - 12x + k = 0$ が次のような解をもつとき、定数 k の値と方程式の解を求めよ。

- (1) 1 つの解が他の解の 2 倍 (2) 1 つの解が他の解の 2 乗

3 ★☆☆

次の 2 数を解とする 2 次方程式を 1 つ作れ。ただし、係数は整数とする。

- (1) $\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}$ (2) $2 + 3i, 2 - 3i$

4 ★★☆☆

2 次方程式 $2x^2 - x + 3 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき、2 数 α^2, β^2 を解とする 2 次方程式を 1 つ作れ。

5 ★★★★★

2 次方程式 $x^2 - mx + 2m + 5 = 0$ が次のような異なる 2 つの解をもつとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

- (1) ともに正 (2) 1 つの解が正で、他の解が負

第2講 例題演習

1

方程式 $2x^2 - 2x + 1 = 0$ の2つの解が α, β のとき、次の式の値を求めよ。

- (1) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ (2) $\alpha^2 + \beta^2$ (3) $(\alpha - \beta)^2$
(4) $(1 + \alpha)(1 + \beta)$ (5) $\alpha^3 + \beta^3$ (6) $\frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\alpha^2}{\beta}$

2

次の2次方程式の2つの解の間に [] 内の関係があるとき、定数 m の値と2つの解を求めよ。

- (1) $x^2 - (m + 1)x + 2 = 0$ [2つの解の差が1]
(2) $x^2 - 6x + m = 0$ [1つの解が他の解の平方]

3

次の2数を解とする2次方程式を1つ作れ。

- (1) $-1, 3$ (2) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ (3) $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{4}, \frac{-1 - \sqrt{3}i}{4}$

4

2次方程式 $x^2 + 2x + 4 = 0$ の2つの解が α, β のとき、次の2数を解とする2次方程式を1つ作れ。ただし、係数は整数とする。

- (1) $\alpha + \beta, \alpha\beta$ (2) α^2, β^2 (3) $\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\alpha}{\beta}$

5

2次方程式 $x^2 - 2(m - 4)x + 2m = 0$ が次のような異なる2つの解をもつように、定数 m の値の範囲を定めよ。

- (1) 2つとも正 (2) 2つとも負 (3) 異符号

第2講 レベルA

1

2次方程式 $x^2 - a^2x - a = 0$ の2つの解が $x^2 + ax - 1 = 0$ の2つの解にそれぞれ1を加えたものに等しいとき、定数 a の値を求めよ。

2 [千葉工業大]

2つの複素数 x, y が $x^2 + y^2 = -2$, $xy = 9$ を満たし、 $x + y$ が正の実数となるとき、 $x + y$ の値を求めよ。また、 x と y の値を求めよ。

3

2次方程式 $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ が次のような異なる2つの解をもつとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

- (1) ともに1より大きい。
- (2) ともに1以下。
- (3) 1つの解が1より大きく、他の解が1より小さい。
- (4) 少なくとも1つの解が1より大きい。

4 [立命館大]

- (1) 2次方程式 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、 $\alpha - \frac{1}{\alpha}, \beta - \frac{1}{\beta}$ を解とする2次方程式を1つ作れ。
- (2) 2次方程式 $x^2 + px + q = 0$ の解を α, β とするとき、2数 $\alpha^2 + 1, \beta^2 + 1$ を解とする2次方程式の1つが $x^2 - 2x + 5 = 0$ であるという。このとき、実数の定数 p, q の値を求めよ。

第2講 レベルB

1

連立方程式 $\begin{cases} x+y+xy=11 \\ x^2y+xy^2=30 \end{cases}$ を解け。

2 [東京薬科大]

$x^2+3xy+2y^2-3x-5y+k$ が x, y の1次式の積に因数分解できるとき、定数 k の値を求めよ。また、その場合に、この式を因数分解せよ。

3 [大阪経済大]

- (1) x の2次方程式 $(x-a)(x-b)-2x+1=0$ の解を α, β とする。このとき、
 $(x-\alpha)(x-\beta)+2x-1=0$ の解を求めよ。
- (2) 2次方程式 $(x-1)(x-2)+(x-2)x+x(x-1)=0$ の2つの解を α, β とするとき、
 $\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{(\alpha-1)(\beta-1)} + \frac{1}{(\alpha-2)(\beta-2)}$ の値を求めよ。

4 [帝塚山大]

a, b が素数であって、 x の2次方程式 $3x^2-12ax+ab=0$ が2つの整数解をもつとき、
 a, b の値とその整数解を求めよ。

第3講 剰余の定理・因数定理

4 剰余の定理と因数定理

1 剰余の定理

1 整式 $P(x)$ を1次式 $x-k$ で割ったときの余りは $P(k)$

2 整式 $P(x)$ を1次式 $ax+b$ で割ったときの余りは $P\left(-\frac{b}{a}\right)$

2 因数定理

$x-k$ が整式 $P(x)$ の因数である $\iff P(k)=0$

参考 $P(x)$ の最高次の項の係数を a , 定数項を c とすると, $P(\alpha)=0$ となる α の候補は

$\pm \frac{|c| \text{ の正の約数 }}{|a| \text{ の正の約数 }}$ である。

第3講 例題

1 ★☆☆

次の整式を [] 内の1次式で割った余りを求めよ。

(1) $x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ $[x - 3]$

(2) $8x^3 + 4x^2 - 10x + 3$ $[2x + 1]$

2 ★☆☆

次の条件を満たすように、定数 a, b の値を定めよ。

(1) $x^3 - 3x^2 + a$ を $x - 1$ で割ると2余る。

(2) $2x^3 - 3x^2 + ax + 6$ が $2x + 1$ で割り切れる。

3 ★☆☆

次の整式 A, B について、 A を B で割った商と余りを、組立除法を用いて求めよ。

(1) $A = 3x^3 - x^2 + 3, B = x + 2$

(2) $A = x^3 + 2x^2 - x - 3, B = x + 3$

(3) $A = 2x^3 - 7x^2 + 8x - 3, B = 2x - 3$

4 ★★☆☆

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 - x^2 - 10x - 8$

(2) $2x^3 + x^2 - 9$

(3) $x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x - 8$

5 ★★☆☆

整式 $P(x)$ を $x - 2, x + 3$ で割った余りがそれぞれ $-1, 9$ であるとき、 $P(x)$ を $(x - 2)(x + 3)$ で割った余りを求めよ。

6 ★★☆☆

整式 x^{99} を $x^2 - 1$ で割った余りを求めよ。

7 ★★★★★

整式 $P(x)$ を $(x + 1)^2$ で割ったときの余りが $18x + 9$ であり、 $x - 2$ で割ったときの余りが 9 であるとき、 $P(x)$ を $(x + 1)^2(x - 2)$ で割ったときの余りは である。

第3講 例題演習

1

次の整式を、[]内の式で割ったときの余りを求めよ。

(1) $x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ $[x + 2]$ (2) $3x^3 - 10x^2 + 1$ $[3x - 1]$

2

次の条件を満たすように、定数 a, b の値をそれぞれ定めよ。

- (1) 整式 $P(x) = x^3 + ax + 6$ は $x + 3$ で割り切れる。
(2) 整式 $P(x) = 4x^3 + ax^2 - 5x + 3$ を $2x + 1$ で割ると 4 余る。
(3) 整式 $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 9$ は $x + 3$ で割り切れ、 $x - 2$ で割ると -5 余る。

3

組立除法を用いて、次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ。

- (1) $A = 2x^3 - 4x^2 + x + 5, B = x - 1$ (2) $A = 5x^3 + 7x^2 - 3, B = x + 2$
(3) $A = 2x^3 + 5x^2 - 7x + 3, B = 2x - 1$

4

次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^3 - 4x^2 + x + 6$ (2) $2x^3 + 9x^2 + 13x + 6$
(3) $2x^3 - 5x^2 + 5x + 4$ (4) $2x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 2$

5

整式 $P(x)$ を $x - 1$ で割ると 3 余り、 $2x + 1$ で割ると 4 余る。 $P(x)$ を $(x - 1)(2x + 1)$ で割ったときの余りを求めよ。

6

整式 x^{2017} を整式 $x^2 + x$ で割ったときの余りを求めよ。

7

整式 $P(x)$ を $(x - 1)^2$ で割ると余りが $4x - 5$ 、 $x + 2$ で割ると余りが -4 である。このとき、 $P(x)$ を $(x - 1)^2(x + 2)$ で割ったときの余りを求めよ。

第3講 レベルA

①[東京女子大]

整式 $P(x)$ を x^2-4 で割った余りは $2x+1$, x^2-3x+2 で割った余りは $x+3$ である。

- (1) $P(2)$ を求めよ。 (2) $P(x)$ を x^2+x-2 で割った余りを求めよ。
(3) $P(x)$ を x^3-x^2-4x+4 で割った余りを求めよ。

②[学習院大]

- (1) $f(x) = x^3 - ax + b$ が $(x-1)^2$ で割り切れるとき, 定数 a, b の値を求めよ。
(2) n を 2 以上の整数とするとき, $x^n - 1$ を $(x-1)^2$ で割ったときの余りを求めよ。

③[東京女子大]

整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ると -1 余り, $x+1$ で割ると 3 余る。

- (1) $P(x)$ を x^2-1 で割ったときの余りを求めよ。
(2) $P(x)$ を $(x-1)^2$ で割ったときの余りが定数であるとき, $P(x)$ を $(x-1)^2(x+1)$ で割ったときの余りを求めよ。

第3講 レベルB

1 [摂南大]

a, b, c, d は実数の定数とする。整式 $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ は $x^2 - 1$ で割ると $x + 2$ 余り、 $x^2 + 1$ で割ると $3x + 4$ 余るという。このとき $a = -\overset{ア}{\square}$, $b = -\overset{イ}{\square}$, $c = \overset{ウ}{\square}$, $d = \overset{エ}{\square}$ である。

2 [愛知教育大]

n を正の整数とし、整式 $P(x) = x^{3n} + (3n - 2)x^{2n} + (2n - 3)x^n - n^2$ を考える。

- (1) $P(x)$ を $x^2 - 1$ で割った余りを求めよ。
- (2) $P(x)$ が $x^2 - 1$ で割り切れるような n の値をすべて求めよ。

3

$x^2 + 1$ で割ると $3x + 2$ 余り、 $x^2 + x + 1$ で割ると $2x + 3$ 余るような x の整式のうちで、次数が最小のものを求めよ。

4 [津田塾大]

$P(x) = (x - 1)(x^{4n} - 1)$, $Q(x) = (x^4 - 1)(x^n - 1)$ とする。次のことを示せ。

- (1) n が正の奇数のとき、 $P(x)$ は $Q(x)$ で割り切れる。
- (2) n が正の偶数のとき、 $P(x)$ は $Q(x)$ で割り切れない。

第4講 高次方程式

5 高次方程式

① 高次方程式の解き方

因数分解により，1次方程式，2次方程式に帰着させる。

高次式を因数分解するには，公式・おき換え・因数定理を利用する。

② 高次方程式の性質

① n 次方程式は，ちょうど n 個の解をもつ。

② 実数係数の高次方程式が虚数解 $a+bi$ を解にもつならば，共役な複素数 $a-bi$ も解にもつ。

③ 1の3乗根

1の3乗根のうち，虚数であるものの1つを ω とする。

1の3乗根は $1, \omega, \omega^2$ また $\omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$

④ 3次方程式の解と係数の関係

3次方程式 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ の3つの解を α, β, γ とすると

$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}, \quad \alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$$

第4講 例題

1 ★★☆☆

次の方程式を解け。

(1) $x^3=125$

(2) $x^4+5x^2-36=0$

(3) $x^3-4x^2+9x-10=0$

(4) $(x-2)(x-1)x=3\cdot 4\cdot 5$

2 ★★☆☆

3次方程式 $x^3-5x^2+ax+b=0$ の2つの解が -2 と 2 であるとき、実数 a, b の値と他の解を求めよ。

3 ★★☆☆

a, b は実数とする。3次方程式 $x^3+ax^2+bx+10=0$ が $1+2i$ を解にもつとき、定数 a, b の値を求めよ。また、他の解を求めよ。

4 ★★★★★

(1) $t=x+\frac{1}{x}$ とおく。 x の4次方程式 $2x^4-9x^3-x^2-9x+2=0$ から t の2次方程式を導け。

(2) (1)を利用して、方程式 $2x^4-9x^3-x^2-9x+2=0$ を解け。

5 ★★☆☆

1の3乗根のうち、虚数であるものの1つを ω とするとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\omega^{14}+\omega^7+1$

(2) $\omega^2+\frac{1}{\omega^2}$

(3) $\frac{\omega^5+3\omega+1}{\omega^2+1}$

6 ★★★★★

3次方程式 $2x^3-2x^2+3x+1=0$ の3つの解を α, β, γ とするとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\alpha+\beta+\gamma, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha, \alpha\beta\gamma$

(2) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$

(3) $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$

(4) $(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)$

第4講 例題演習

1

次の方程式を解け。

(1) $x^3 = -27$

(2) $x^4 + x^2 - 2 = 0$

(3) $x^3 - 3x^2 - 8x - 4 = 0$

(4) $2x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 2 = 0$

2

3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx - 6 = 0$ が -1 と 2 を解にもつとき、定数 a, b の値を求めよ。
また、他の解を求めよ。

3

3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx - 10 = 0$ が $2 + i$ を解にもつとき、実数の定数 a, b の値を求めよ。また、他の解を求めよ。

4

方程式 $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0$ を $t = x + \frac{1}{x}$ のおき換えを利用して解け。

5

1の3乗根のうち、虚数であるものの1つを ω とするとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\omega^7 + \omega^8$

(2) $\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2} + 1$

(3) $(\omega + 2\omega^2)^2 + (2\omega + \omega^2)^2$

6

3次方程式 $x^3 - 3x^2 - 2x + 7 = 0$ の3つの解を α, β, γ とするとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$

(2) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$

(3) $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$

(4) $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$

(5) $(1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma)$

(6) $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)$

第4講 レベルA

1

3次方程式 $x^3 + (a+1)x^2 - a = 0$ が2重解をもつように、定数 a の値を定めよ。

2 [東京電機大]

3次方程式 $x^3 + 2ax^2 + ax + b = 0$ が2重解 $x=1$ をもつとき、定数 a, b の値を求め、さらに他の解 α を求めよ。

3 [東京理科大]

3次方程式 $x^3 - 3x + 5 = 0$ の3つの解を α, β, γ とするとき、 $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)$ の値は ア であり、 $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ の値は イ 、 $\alpha^5 + \beta^5 + \gamma^5$ の値は ウ である。

4

3次方程式 $x^3 - 3x^2 - 5 = 0$ の3つの解を α, β, γ とするとき、 $\alpha - 1, \beta - 1, \gamma - 1$ を解とする3次方程式を求めよ。

第4講 レベルB

①[慶応義塾大]

$x^3-1=0$ の異なる3個の解を a, b, c とし, $A=(a-b)(a-c)(b-c)$ とする。このとき, A^2 の値を求めよ。

②[法政大]

4次方程式 $x^4-6x^3-x^2+18x+9=0$ …… ① を考える。この方程式は $x=0$ を解としてもたないから, $y=x+\frac{a}{x}$ のおき換えにより, y についての2次方程式 $y^2+by+c=0$ を得る。

(1) 定数 a, b, c の値を求めよ。 (2) ① を解け。

③[京都大]

多項式 $(x^{100}+1)^{100}+(x^2+1)^{100}+1$ は多項式 x^2+x+1 で割り切れるか。