$\boxed{1}$

a を正の実数とし，放物線 $y=3x^2$ を C_1，放物線 $y=2x^2+a^2$ を C_2 とする。C_1 と C_2 の二つの共有点を x 座標の小さい順に A，B とする。また，C_1 と C_2 の両方に第 1 象限で接する直線を ℓ とする。

(1)　B の座標を a を用いて表すと $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}a^{\boxed{\text{ウ}}}\right)$ である。

直線 ℓ と二つの放物線 C_1，C_2 の接点の x 座標をそれぞれ s，t とおく。ℓ は $x=s$ で C_1 と接するので，ℓ の方程式は $y=\boxed{\text{エ}}sx-\boxed{\text{オ}}s^{\boxed{\text{カ}}}$ と表せる。同様に，ℓ は $x=t$ で C_2 と接するので，ℓ の方程式は $y=\boxed{\text{キ}}tx-\boxed{\text{ク}}t^{\boxed{\text{カ}}}+a^2$ とも表せる。これらにより，s，t は $s=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}a$，$t=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{サ}}}a$ である。

放物線 C_1 の $s\leqq x\leqq\boxed{\text{ア}}$ の部分，放物線 C_2 の $\boxed{\text{ア}}\leqq x\leqq t$ の部分，x 軸，および 2 直線 $x=s$，$x=t$ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}-\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}a^{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(2)　実数 p，q，r に対し，関数 $f(x)=x^3+px^2+qx+r$ を考える。

$f(x)$ は $x=-4$ で極値をとるとする。また，曲線 $y=f(x)$ は点 A，B および原点を通るとする。

このとき，$p=\boxed{\text{チ}}$，$q=\boxed{\text{ツテト}}$，$r=\boxed{\text{ナ}}$ であり，$f(x)$ の極小値は $\boxed{\text{ニヌネ}}$ である。

また，$a=\boxed{\text{ノ}}\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$ であり，曲線 $y=f(x)$ と放物線 C_2 の共有点のうち，A，B と異なる点の座標は $\left(\boxed{\text{ヒフ}},\ \boxed{\text{ヘホ}}\right)$ である。

$\boxed{2}$

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表を用いてもよい。

ある菓子工場で製造している菓子1個あたりの重さ(単位はg)を表す確率変数を X とし，X は平均 m，標準偏差 σ の正規分布 $N(m,\ \sigma^2)$ に従っているとする。

(1)　平均 m が50.2で，標準偏差 σ が0.4のとき，この菓子工場で製造される菓子1個あたりの重さが50g未満となる確率は，$Z=\dfrac{X-m}{\sigma}$ が標準正規分布に従うので

$P(X<50)=P\left(Z<-\boxed{\text{ア}}.\boxed{\text{イ}}\right)=0.\boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2)　標準偏差 σ が0.4のとき，製造される菓子1個あたりの重さが50g未満となる確率が0.04となるように m の値を定めることを考える。まず，標準正規分布に従う確率変数 Z について，$P(Z<z)$ が最も0.04に近い値をとる z を正規分布表から求めると $P\left(Z<-\boxed{\text{オ}}.\boxed{\text{カキ}}\right)=0.0401$ であることがわかり，$z=-\boxed{\text{オ}}.\boxed{\text{カキ}}$ となる。

よって $P\left(Z<-\boxed{\text{オ}}.\boxed{\text{カキ}}\right)=P(X<50)$ と考えることにより，m を $\boxed{\text{クケ}}.\boxed{\text{コ}}$ とすればよい。

(3)　この菓子工場では，製造された菓子を無作為に9個選び箱に詰めて1個の商品としている。9個の菓子の重さ(単位はg)を表す確率変数を X_1，X_2，……，X_9 とし，平均 m は50.2，標準偏差 σ は0.4，また，箱の重さはすべて同じで80gとする。商品1個あたりの重さ(単位はg)を表す確率変数を Y とすると，Y の平均は $\boxed{\text{サシス}}.\boxed{\text{セ}}$，$Y$ の標準偏差は $\boxed{\text{ソ}}.\boxed{\text{タ}}$ である。

X_1，X_2，……，X_9 の標本平均 $\overline{X}$ が50未満である確率を求めよう。標本平均の分布が正規分布であることを利用すると，$\overline{X}$ の標準偏差が $\dfrac{0.4}{\boxed{\text{チ}}}$ であるので，確率は $0.\boxed{\text{ツテ}}$ となる。

(4)　この菓子工場では，新しい機械を導入した。新しい機械については，標準偏差 σ は0.2であるが，平均 m はわかっていない。m を推定するために，この機械で100個の菓子を試験的に製造したところ，それらの菓子の重さの標本平均は50.10gであった。このとき，m に対する信頼度95％の信頼区間は $50.\boxed{\text{トナ}}\leqq m\leqq 50.\boxed{\text{ニヌ}}$ となる。

平均 m に対する信頼区間 $A\leqq m\leqq B$ において，$B-A$ をこの信頼区間の幅とよぶ。信頼度と標準偏差 σ は変わらないものとして，上で求めた信頼区間の幅を半分にするには，標本の大きさを $\boxed{\text{ネ}}$ にすればよい。$\boxed{\text{ネ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪　25　　①　50　　②　150

③　200　　④　300　　⑤　400

$\boxed{3}$

正の整数の組 (a, b) で，a 以上 b 以下の整数の総和が 500 となるものをすべて求めよ．ただし，$a < b$ とする．