$\boxed{1}$

m は $m>-\dfrac{2}{3}$ を満たす実数とし，座標平面上で，連立不等式 $\begin{cases} 2x+3y \geqq 6 \\ 2x+y \leqq 6 \\ mx-y \geqq -2 \end{cases}$ の表す領域を D とする。

(1)　直線 $2x+3y=6$ と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ A，B とすると，A の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ 0\right)$，B の座標は $\left(0,\ \boxed{\text{イ}}\right)$ である。また，2 直線 $2x+y=6$ と $mx-y=-2$ の交点を C とすると，C の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ウ}}}{m+\boxed{\text{エ}}},\quad \frac{\boxed{\text{オ}}\,m+\boxed{\text{カ}}}{m+\boxed{\text{エ}}}\right)$$ である。

(2)　$k=x^2+y^2$ とおく。点 $(x,\ y)$ が領域 D 内を動くとき，k の最小値を求めよう。

k は原点 O $(0,\ 0)$ と点 $(x,\ y)$ の距離の 2 乗に等しい。したがって，k が最小になる点は，線分 $\boxed{\text{キ}}$ 上にある。$\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～④ のうちから一つ選べ。ただし，A，B，C は (1) で定めた点とする。

⓪　OA　　①　OB　　②　AB　　③　BC　　④　CA

線分 $\boxed{\text{キ}}$ 上の点は，x 座標を $3t$ とおけば $\left(3t,\ \boxed{\text{クケ}}\,t+\boxed{\text{コ}}\right)$ と表すことができる。ただし，t の値の範囲は $\boxed{\text{サ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{シ}}$ である。

k を t を用いて表すと $k=\boxed{\text{スセ}}\,t^2-\boxed{\text{ソ}}\,t+\boxed{\text{タ}}$ であるから，k は点

$$\left(\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{スセ}}},\quad \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{スセ}}}\right)$$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ をとる。

(3)　次に，点 $(x,\ y)$ が領域 D 内を動くとき，$k=x^2+y^2$ が (1) で定めた点 C で最大値をとるような m の値の範囲を求めよう。

k が点 C で最大値をとるのは，C での k の値が $k \geqq \boxed{\text{ヌ}}$ となるときである。(1) から，

C において $k=\dfrac{4\left(\boxed{\text{ネ}}\,m^2+\boxed{\text{ノハ}}\,m+\boxed{\text{ヒ}}\right)}{\left(m+\boxed{\text{エ}}\right)^2}$ であるから，$m \geqq \dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

$\boxed{2}$

(1)　4次方程式 $x^4+8x^3+20x^2+16x-12=0$ の解を求めよう。

$t=x^2+4x$ とおくと，この方程式は $t^2+\boxed{\text{ア}}t-12=0$ となる。

左辺を因数分解することにより，最初の4次方程式は

$\left(x^2+4x+\boxed{\text{イ}}\right)\left(x^2+4x-\boxed{\text{ウ}}\right)=0$ と表せる。

よって，その解は方程式 $x^2+4x+\boxed{\text{イ}}=0$ の二つの虚数解 $\boxed{\text{エオ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{カ}}}\,i$ と，

方程式 $x^2+4x-\boxed{\text{ウ}}=0$ の二つの実数解 $\boxed{\text{エオ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2)　虚数 $\alpha=-1+\sqrt{5}\,i$ に対して，α^3，α^4 を整数 p，q を用いて $p\alpha+q$ の形に表すことを考えよう。

α，および α と共役な複素数 $\beta=-1-\sqrt{5}\,i$ を解とする2次方程式の一つは

$x^2+\boxed{\text{ク}}x+\boxed{\text{ケ}}=0$ である。

よって，$\alpha^2=-\boxed{\text{ク}}\alpha-\boxed{\text{ケ}}$ から

$$\alpha^3=\alpha^2\cdot\alpha=-\boxed{\text{ク}}\alpha^2-\boxed{\text{ケ}}\alpha=\boxed{\text{コサ}}\alpha+\boxed{\text{シス}}$$

$$\alpha^4=\alpha^3\cdot\alpha=\boxed{\text{コサ}}\alpha^2+\boxed{\text{シス}}\alpha=\boxed{\text{セソ}}\alpha+\boxed{\text{タチ}}$$

である。

β についても同様にして，β^3，β^4 を整数 p，q を用いて $p\beta+q$ の形に表すと，

$\alpha^4+\beta^4=\boxed{\text{ツテ}}$ であることがわかる。

また，$\alpha^2=-\boxed{\text{ク}}\alpha-\boxed{\text{ケ}}$ から，$\dfrac{1}{\alpha}$，$\dfrac{1}{\alpha^2}$ は

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}\alpha-\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

$$\frac{1}{\alpha^2}=\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}\alpha-\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘホ}}}$$

となり，有理数 p，q を用いて $p\alpha+q$ の形に表すことができる。

$\boxed{3}$

$0<p<1$ とする。袋の中に白球が p，赤球が $1-p$ の割合で，全部で m 個入っているものとする。

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表を用いてもよい。

(1) $p=\dfrac{3}{5}$ とする。この袋の中から 1 個の球を取り出し袋の中へ戻すという試行を 4 回繰り返すとき，白球の出る回数を表す確率変数を W とする。W の平均 (期待値) は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$，$W$ の分散は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

さらに $X=$(白球の出る回数)$-$(赤球の出る回数) とするとき $X=\boxed{\text{ク}}W-\boxed{\text{ケ}}$ が成り立つ。

このことを利用して，X の平均は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$，$X$ の分散は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ であることがわかる。

(2) $m=10$，$p=\dfrac{3}{5}$ とする。この袋の中から同時に 4 個の球を取り出すとき，白球の個数を表す確率変数を Y とする。

このとき $P(Y=0)=\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツテ}}}$，$P(Y=1)=\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。同様に Y のとり得る他の値に対する確率を求めてから，Y の平均を計算すると $\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ であることがわかる。

(3) 以下では，p の値がわからないとする。

この袋の中から 1 個の球を取り出し袋の中へ戻すという試行を n 回繰り返す (以下，これを n 回の復元抽出という)。n 回の復元抽出を行ったとき，白球の出る回数を確率変数 W で表し，$R=\dfrac{W}{n}$ とおく。n が十分大きいとき，確率変数 R は近似的に平均 p，分散 $\dfrac{p(1-p)}{n}$ の正規分布に従う。W のとる値を w とし，$r=\dfrac{w}{n}$ とおくと，R が近似的に従う正規分布の分散 $\dfrac{p(1-p)}{n}$ を $\dfrac{r(1-r)}{n}$ で置き換えることにより，p に対する信頼度 (信頼係数) 95 % の信頼区間 $A \leqq p \leqq B$ を求めることができる。

このとき，$B-A$ を信頼区間の幅とよぶ。以下，信頼度 95 %を固定して考え，n は十分に大きいとする。

n 回の復元抽出を行って信頼区間を作るとき，信頼区間の幅が最大となる r の値は $r=0.\boxed{\text{ハ}}$ が得られたときである。このときの信頼区間の幅を L_1 とする。

また，n 回の復元抽出を行って，$r=0.8$ が得られたときの信頼区間の幅を L_2 とする。

このとき，$\dfrac{L_2}{L_1} = \boxed{\quad ヒ \quad} . \boxed{\quad フ \quad}$ である。

$\boxed{4}$

2 の倍数でも 3 の倍数でもない自然数全体を小さい順に並べてできる数列を

a_1, a_2, a_3, ……, a_n, ……　とする.

(1)　1003 は数列 $\{a_n\}$ の第何項か.

(2)　a_{2000} の値を求めよ.

(3)　m を自然数とするとき, 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $2m$ 項までの和を求めよ.