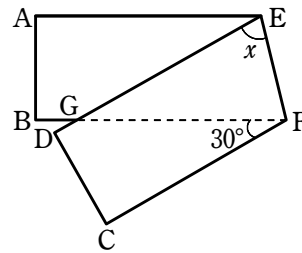


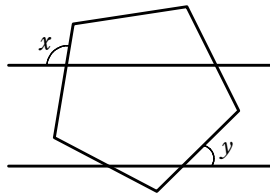
1

右の図は、長方形の紙  $ABCD$  を線分  $EF$  を折り目として折り返したものである。 $\angle GFC = 30^\circ$  のとき、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。



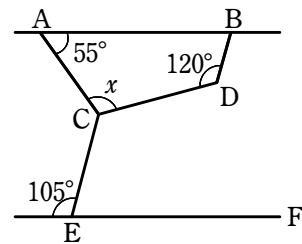
2

右の図のように、正五角形に2本の平行な直線が交わっている。このとき、 $\angle x + \angle y$  の大きさを求めなさい。



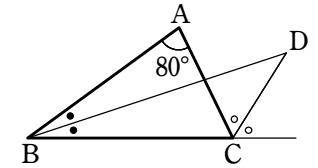
3

右の図において、 $AB \parallel EF$ ,  $BD \parallel CE$  のとき、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。



4

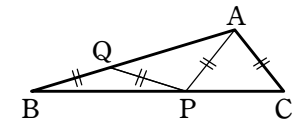
$\angle A = 80^\circ$  である  $\triangle ABC$  において、 $\angle B$  の二等分線と  $\angle C$  の外角の二等分線の交点を  $D$  とする。このとき、 $\angle BDC$  の大きさを求めなさい。



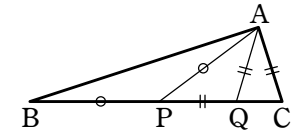
5

次の問いに答えなさい。

(1) 右の図の  $\triangle ABC$  において、 $\angle BAC = 112^\circ$  で、 $CA = AP = PQ = QB$  である。このとき、 $\angle ABC$  の大きさを求めなさい。

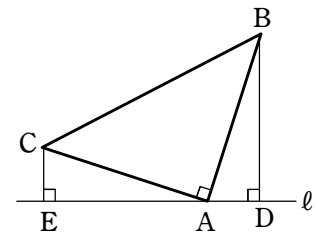


(2) 右の図の  $\triangle ABC$  において、 $\angle BAC = 90^\circ$  で、 $AC = AQ = QP$ ,  $AP = PB$  である。このとき、 $\angle ABC$  の大きさを求めなさい。



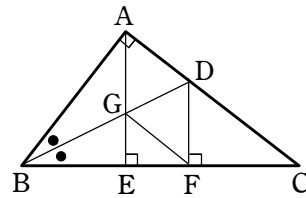
6

$AB = AC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$  の直角二等辺三角形  $ABC$  がある。右の図のように、頂点  $A$  を通る直線  $\ell$  を引き、2点  $B$ ,  $C$  から直線  $\ell$  に引いた垂線の足を、それぞれ  $D$ ,  $E$  とする。このとき、 $BD + CE = DE$  であることを証明しなさい。



7

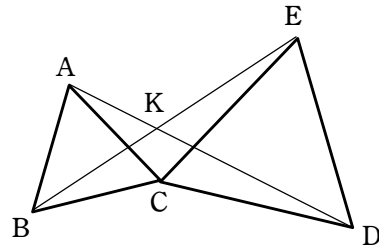
$\angle A = 90^\circ$  の直角三角形  $ABC$  で、 $\angle B$  の二等分線と辺  $AC$  との交点を  $D$  とする。また、点  $A, D$  から辺  $BC$  に下ろした垂線を、それぞれ  $AE, DF$  とし、 $AE$  と  $BD$  の交点を  $G$  とする。このとき、四角形  $AGFD$  はひし形であることを証明しなさい。



8

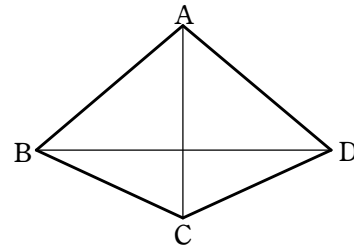
右の図において、 $\triangle ABC$  と  $\triangle DCE$  は正三角形である。 $AD$  と  $BE$  の交点を  $K$  とする。  
次のことを証明しなさい。

- (1)  $\triangle BCE \cong \triangle ACD$
- (2)  $\angle DKE = 60^\circ$



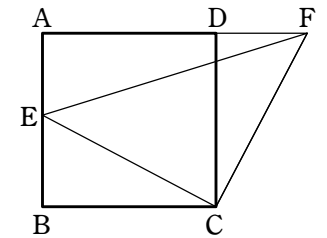
9

$AB = AD$ ,  $CB = CD$  である四角形  $ABCD$  がある。  
このとき、直線  $AC$  は線分  $BD$  の垂直二等分線であることを証明しなさい。



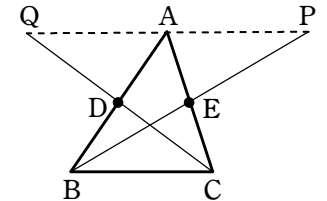
10

右の図のように、正方形  $ABCD$  の辺  $AB$  上に点  $E$  がある。辺  $AD$  の延長上に、点  $F$  を  $BE = DF$  となるようにとる。  
このとき、 $\angle CEF = 45^\circ$  であることを証明しなさい。



11

$\triangle ABC$  の辺  $AB, AC$  の中点をそれぞれ  $D, E$  とし、 $BE, CD$  の延長上にそれぞれ点  $P, Q$  を  $BE = PE$ ,  $CD = QD$  となるようにとる。このとき、3点  $P, A, Q$  は一直線上にあることを証明しなさい。



12

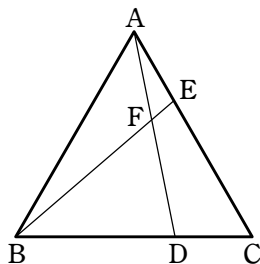
次の問いに答えなさい。

- (1) 内角の和が外角の和の5倍である多角形は何角形か答えなさい。
- (2) 内角の和が  $3240^\circ$  である正多角形の1つの内角の大きさを求めなさい。
- (3) 1つの外角の大きさが  $20^\circ$  である正多角形の内角の和を求めなさい。

13

正三角形  $ABC$  において、辺  $BC$ ,  $AC$  上に  $BD = CE$  となるように点  $D$ ,  $E$  をとり、 $BE$  と  $AD$  の交点を  $F$  とする。

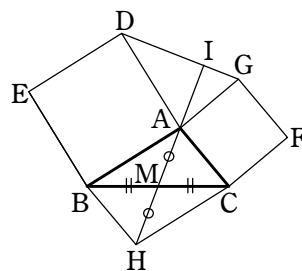
このとき、 $\angle FDB + \angle FBD$  の大きさを求めなさい。



14

右の図のように、 $\triangle ABC$  の辺  $AB$ ,  $AC$  をそれぞれ1辺とする正方形  $ADEB$ ,  $ACFG$  をつくる。辺  $BC$  の中点を  $M$ , 直線  $AM$  と直線  $GD$  の交点を  $I$  とする。また、直線  $AM$  の  $M$  を超える延長上に、 $AM = HM$  となる点  $H$  をとる。このとき、

- (1)  $\triangle AHC \equiv \triangle GDA$  であることを証明しなさい。
- (2)  $AI \perp DG$  が成り立つことを証明しなさい。



1

解答 75°

2

解答 144°

3

解答 110°

4

解答 40°

5

解答 (1) 17° (2) 18°

6

解答 略

7

解答 略

8

解答 (1) 略 (2) 略

9

解答 略

10

解答 略

11

解答 略

12

解答 (1) 十二角形 (2) 162° (3) 2880°

13

解答 120°

14

解答 略

1

右の図で、 $GE \parallel CF$ である。

平行線の錯角は等しいから

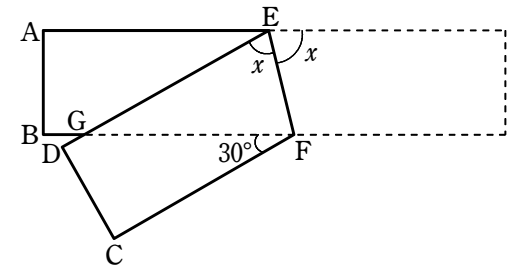
$$\angle EGF = \angle GFC = 30^\circ$$

また、 $AE \parallel BF$ である。

平行線の錯角は等しいから

$$\angle AEG = \angle EGF = 30^\circ$$

よって  $\angle x = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$



2

五角形の内角の和は  $540^\circ$  である。

よって、正五角形の1つの内角の大きさは

$$540^\circ \div 5 = 108^\circ$$

ここで、右の図のように5点 A, B, C, D, E を定める。

対頂角は等しいから

$$\angle CED = \angle y$$

よって、 $\triangle CDE$  の内角と外角の関係から

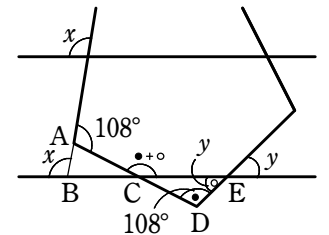
$$\angle ACE = 108^\circ + \angle y$$

多角形の外角の和は  $360^\circ$  であるから、 $\triangle ABC$  において

$$108^\circ + \angle x + (108^\circ + \angle y) = 360^\circ$$

したがって

$$\angle x + \angle y = 144^\circ$$



3

右の図のように、直線 EC と AB の交点を G とする。

AB // EF であるから

$$\angle CGB = 105^\circ$$

△ACG の内角と外角の関係から

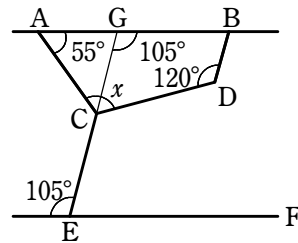
$$\angle ACG = 105^\circ - 55^\circ = 50^\circ$$

また、GC // BD であるから

$$\angle GCD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

したがって

$$\angle x = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$$



4

右の図において

$$\angle ACE = \angle ABC + 80^\circ$$

$$\text{よって } \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} \angle ABC + 40^\circ$$

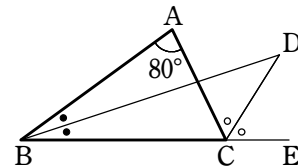
$$\text{すなわち } \angle DCE = \angle DBC + 40^\circ$$

△DBC において

$$\angle BDC = \angle DCE - \angle DBC$$

したがって

$$\begin{aligned} \angle BDC &= (\angle DBC + 40^\circ) - \angle DBC \\ &= 40^\circ \end{aligned}$$



5

(1)  $\angle ABC$  の大きさを  $x$  とする。

PQ = QB から

$$\angle QPB = \angle QBP = x$$

よって、△BPQ の内角と外角の関係から

$$\angle PQA = 2x$$

PQ = AP から

$$\angle PAQ = \angle PQA = 2x$$

よって、△BPA の内角と外角の関係から

$$\angle APC = 3x$$

AP = CA から

$$\angle ACP = \angle APC = 3x$$

よって、△ABC の内角について

$$112^\circ + x + 3x = 180^\circ$$

$$4x = 68^\circ$$

ゆえに

$$x = 17^\circ$$

すなわち

$$\angle ABC = 17^\circ$$

(2)  $\angle ABC$  の大きさを  $x$  とする。

AP = PB から

$$\angle PAB = \angle PBA = x$$

よって、△ABP の内角と外角の関係から

$$\angle QPA = 2x$$

QP = AQ から

$$\angle QAP = \angle QPA = 2x$$

よって、△APQ の内角と外角の関係から

$$\angle AQC = 4x$$

AQ = AC から

$$\angle ACQ = \angle AQC = 4x$$

よって、△ABC の内角について

$$90^\circ + x + 4x = 180^\circ$$

$$5x = 90^\circ$$

ゆえに

$$x = 18^\circ$$

すなわち

$$\angle ABC = 18^\circ$$

6

△ABD と △CAE において

$$\text{仮定から } AB = CA \quad \dots\dots ①$$

$$\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ \quad \dots\dots ②$$

また

$$\begin{aligned} \angle ABD &= 180^\circ - \angle BDA - \angle BAD \\ &= 90^\circ - \angle BAD \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle CAE &= 180^\circ - \angle BAC - \angle BAD \\ &= 90^\circ - \angle BAD\end{aligned}$$

よって  $\angle ABD = \angle CAE$  ..... ③

①, ②, ③ より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$$

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから

$$BD = AE, CE = AD$$

よって  $BD + CE = AE + AD = DE$

7

[証明]  $\triangle ABD$  と  $\triangle FBD$  において

$$\angle BAD = \angle BFD = 90^\circ$$

$$BD = BD \text{ (共通)}$$

点 D は  $\angle B$  の二等分線上にあるから

$$\angle ABD = \angle FBD$$

よって, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから  $\triangle ABD \equiv \triangle FBD$

したがって  $AD = FD$  ..... ①

$$\angle ADB = \angle FDB \text{ ..... ②}$$

また,  $AG \perp BC, DF \perp BC$  であるから

$$AG \parallel DF \text{ ..... ③}$$

よって  $\angle AGD = \angle FDG$  ..... ④

② より  $\angle ADG = \angle FDG$  であり, これと ④ から

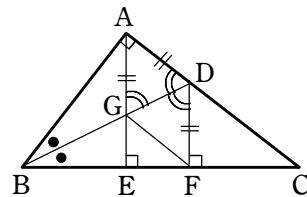
$$\angle AGD = \angle ADG$$

よって  $AG = AD$  ..... ⑤

①, ⑤ から  $AG = FD$  ..... ⑥

③, ⑥ より, 四角形 AGFD は, 1組の対辺が平行で等しいから, 平行四辺形である。

さらに, ⑤ より, 平行四辺形 AGFD は, 隣り合う2辺が等しいから, ひし形である。 [終]



8

(1) [仮定]  $BC = AC, CE = CD, \angle ACB = \angle ECD = 60^\circ$

[結論]  $\triangle BCE \equiv \triangle ACD$

[証明]  $\triangle BCE$  と  $\triangle ACD$  において

$\triangle ABC$  と  $\triangle DCE$  は正三角形であるから

$$BC = AC \text{ ..... ①}$$

$$CE = CD \text{ ..... ②}$$

$\angle ACB = \angle ECD = 60^\circ$  であるから

$$\begin{aligned}\angle BCE &= 60^\circ + \angle ACE \\ &= \angle ACD \text{ ..... ③}\end{aligned}$$

①, ②, ③ より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

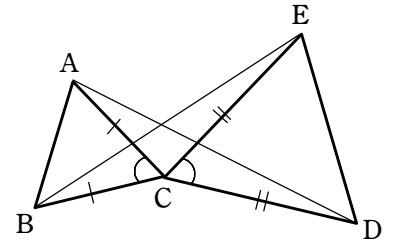
$$\triangle BCE \equiv \triangle ACD \text{ [終]}$$

(2) [証明] (1)の結果から,  $\angle BEC = \angle ADC = a^\circ$  とおける。

$$\begin{aligned}\text{よって } \angle DEK + \angle KDE &= (60^\circ + a^\circ) + (60^\circ - a^\circ) \\ &= 120^\circ\end{aligned}$$

$\triangle DEK$  の内角の和は  $180^\circ$  であるから

$$\angle DKE = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ [終]}$$



9

[仮定]  $AB = AD, CB = CD$

[結論] 直線 AC は線分 BD の垂直二等分線である

[証明]  $\triangle ABC$  と  $\triangle ADC$  において

仮定より  $AB = AD$  ..... ①

$$CB = CD \text{ ..... ②}$$

また  $AC = AC$  (共通) ..... ③

①, ②, ③ より, 3辺がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \equiv \triangle ADC$$

よって  $\angle BAC = \angle DAC$  ..... ④

AC と BD の交点を O とする。

$\triangle ABO$  と  $\triangle ADO$  において, ④ より

$$\angle BAO = \angle DAO \text{ ..... ⑤}$$

また  $AO = AO$  (共通) ..... ⑥

①, ⑤, ⑥ より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$$

よって  $BO = DO$  ..... ⑦

$$\angle AOB = \angle AOD$$
 ..... ⑧

⑧ と、 $\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$  より  $\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$

これと、⑦ より、直線 AC は線分 BD の垂直二等分線である。

10

$\triangle CEB$  と  $\triangle CFD$  において

仮定により

$$BE = DF$$
 ..... ①

四角形 ABCD は正方形であるから

$$BC = DC$$
 ..... ②

$$\angle CBE = \angle CDF (= 90^\circ)$$
 ..... ③

①, ②, ③ より、2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle CEB \equiv \triangle CFD$$
 ..... ④

よって  $CE = CF$

また、④ より、 $\angle DCF = \angle BCE$  であるから

$$\angle ECF = \angle DCF + \angle DCE$$

$$= \angle BCE + \angle DCE$$

$$= \angle BCD$$

$$= 90^\circ$$

したがって、 $\triangle CEF$  は  $CE = CF$  の直角二等辺三角形である。

よって  $\angle CEF = 45^\circ$

11

[仮定]  $AD = BD$ ,  $AE = CE$ ,

$$BE = PE, CD = QD$$

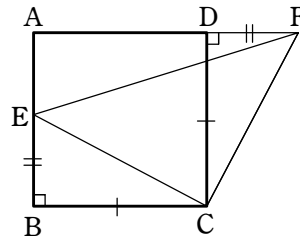
[結論] 3 点 P, A, Q は一直線上にある

[証明]  $\triangle ADQ$  と  $\triangle BDC$  において

仮定より  $AD = BD$  ..... ①

$$QD = CD$$
 ..... ②

対頂角は等しいから



$$\angle ADQ = \angle BDC$$
 ..... ③

①, ②, ③ より、2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ADQ \equiv \triangle BDC$$

よって  $\angle QAD = \angle CBD$

錯角が等しいから

$$AQ \parallel BC$$
 ..... ④

$\triangle AEP$  と  $\triangle CEB$  において

仮定より  $AE = CE$  ..... ⑤

$$PE = BE$$
 ..... ⑥

対頂角は等しいから

$$\angle AEP = \angle CEB$$
 ..... ⑦

⑤, ⑥, ⑦ より、2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AEP \equiv \triangle CEB$$

よって  $\angle PAE = \angle BCE$

錯角が等しいから

$$AP \parallel BC$$
 ..... ⑧

④, ⑧ より、AQ, AP はともに BC と平行であることがわかる。

したがって、3 点 P, A, Q は一直線上にある。

12

(1) 多角形の外角の和は  $360^\circ$  であるから、この多角形の内角の和は

$$360^\circ \times 5 = 1800^\circ$$

$n$  角形の内角の和が  $1800^\circ$  になるとすると

$$180^\circ \times (n - 2) = 1800^\circ$$

$$n - 2 = 10$$

$$n = 12$$

よって 十二角形

(2) 正  $n$  角形の内角の和が  $3240^\circ$  になるとすると

$$180^\circ \times (n - 2) = 3240^\circ$$

$$n - 2 = 18$$

$$n = 20$$

よって、正二十角形の1つの内角の大きさは

$$3240^\circ \div 20 = 162^\circ$$

**別解** 内角の和と外角の和の合計は

$$3240^\circ + 360^\circ = 3600^\circ$$

1つの角について、内角と外角の和は $180^\circ$ であるから

$$3600^\circ \div 180^\circ = 20$$

より、この正多角形は、正二十角形である。

よって、1つの内角の大きさは

$$3240^\circ \div 20 = 162^\circ$$

(3) 正 $n$ 角形の外角の大きさはすべて等しく、その和は $360^\circ$ であるから

$$n = 360^\circ \div 20^\circ = 18$$

よって、正十八角形の内角の和は

$$180^\circ \times (18 - 2) = 2880^\circ$$

**13**

$\triangle ABD$  と  $\triangle BCE$  において

仮定から  $BD = CE$  ..... ①

$\triangle ABC$  は正三角形であるから

$$AB = BC$$
 ..... ②

$$\angle ABD = \angle BCE (= 60^\circ)$$
 ..... ③

①, ②, ③ より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$$

よって、 $\angle ADB = \angle BEC$  であるから

$$\angle FDB + \angle FBD = \angle BEC + \angle FBD$$

$$= 180^\circ - \angle BCE$$

$$= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

**14**

(1)  $BM = CM$ ,  $AM = HM$  より四角形  $ABHC$  は平行四辺形となる。

$\triangle AHC$  と  $\triangle GDA$  において、

四角形  $ACFG$  は正方形であるから

$$AC = GA$$
 ..... ①

四角形  $ADEB$  は正方形であるから

$$AB = AD$$
 ..... ②

四角形  $ABHC$  は平行四辺形であるから

$$CH = AB$$
 ..... ③

②, ③ から  $CH = AD$  ..... ④

また  $\angle HCA = 180^\circ - \angle BAC$

$$\angle DAG = 360^\circ - (90^\circ + \angle BAC + 90^\circ)$$

$$= 180^\circ - \angle BAC$$

よって  $\angle HCA = \angle DAG$  ..... ⑤

①, ④, ⑤ より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AHC \equiv \triangle GDA$$

(2) (1)より  $\angle CAH = \angle AGD$

$$\text{よって } \angle AGI + \angle GAI = \angle CAH + \angle GAI$$

$$= \angle HAI - \angle CAG$$

$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

ゆえに、 $\triangle AIG$  において

$$\angle AIG = 180^\circ - (\angle AGI + \angle GAI) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

したがって  $AI \perp DG$