高1数学総合SA　確認テスト　前期第5講

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得点　　／　10

$\boxed{1}$ （(1) 4点　(2) 6点　計10点）

次の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1=10$，$a_{n+1}=(a_n)^3$　　　　(2)　$a_1=1$，$a_{n+1}=2\sqrt{a_n}$

高1数学総合SA　確認テスト　前期第5講【解答】

$\boxed{1}$ （(1) 4点　(2) 6点　計10点）

解答　(1)　$a_n=10^{3^{n-1}}$　　(2)　$a_n=2^{2-2^{2-n}}$

$\boxed{1}$ （(1) 4点　(2) 6点　計10点）

解説

(1)　漸化式から　$a_n>0$，$a_{n+1}>0$

よって，$a_{n+1}=(a_n)^3$ の常用対数をとると

$\log_{10}a_{n+1}=3\log_{10}a_n$

ゆえに，数列 $\{\log_{10}a_n\}$ は初項 $\log_{10}10=1$，公比 3 の等比数列である。

したがって　　$\log_{10}a_n=1\cdot 3^{n-1}$　　」2点

よって　　$a_n=10^{3^{n-1}}$　　」2点

(2)　$a_1=1>0$ で，$a_{n+1}=2\sqrt{a_n}$ (>0) であるから，

すべての自然数 n に対して $a_n>0$ である。

よって，$a_{n+1}=2\sqrt{a_n}$ の両辺の 2 を底とする対数をとると

$\log_2 a_{n+1}=\log_2 2\sqrt{a_n}$

ゆえに　　$\log_2 a_{n+1}=1+\dfrac{1}{2}\log_2 a_n$

$\log_2 a_n=b_n$ とおくと　　$b_{n+1}=1+\dfrac{1}{2}b_n$　　」2点

これを変形して　　$b_{n+1}-2=\dfrac{1}{2}(b_n-2)$

ここで　　$b_1-2=\log_2 1-2=-2$

よって，数列 $\{b_n-2\}$ は初項 -2，公比 $\dfrac{1}{2}$ の等比数列で

$$b_n-2=-2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\quad すなわち\quad b_n=2-2^{2-n}$$　」2点

したがって，$\log_2 a_n=2-2^{2-n}$ から　　$a_n=2^{2-2^{2-n}}$　　」2点