

1 (各2点 計6点)

次の定積分を求めよ。

(1) $\int_2^2 (x+1)(x-3)dx$

(2) $\int_{-1}^2 (x^2+2x)dx + \int_2^3 (x^2+2x)dx$

(3) $\int_{-1}^2 (2x^2+3x)dx - \int_{-1}^2 x(2x+1)dx$

2 (4点)

2次関数 $f(x)$ の1つの不定積分 $F(x)$ が $xf(x) - 2x^3 + 3x^2$ に等しく、 $f(1) = 0$ であるとき、 $f(x)$ を求めよ。

高1数学総合SA 確認テスト 後期第2講【解答】

1 (各2点 計6点)

解答 (1) 0 (2) $\frac{52}{3}$ (3) 3

2 (4点)

解答 $f(x) = 3x^2 - 6x + 3$

1 (各2点 計6点)

解説

$$(1) \quad \int_2^2 (x+1)(x-3)dx = 0$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \int_{-1}^2 (x^2 + 2x) dx + \int_2^3 (x^2 + 2x) dx &= \int_{-1}^3 (x^2 + 2x) dx = \left[\frac{x^3}{3} + x^2 \right]_{-1}^3 \\ &= \left(\frac{3^3}{3} + 3^2 \right) - \left\{ \frac{(-1)^3}{3} + (-1)^2 \right\} \\ &= 18 - \frac{2}{3} = \frac{52}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \int_{-1}^2 (2x^2 + 3x) dx - \int_{-1}^2 x(2x + 1) dx &= \int_{-1}^2 \{(2x^2 + 3x) - (2x^2 + x)\} dx \\ &= \int_{-1}^2 2x dx = \left[x^2 \right]_{-1}^2 = 4 - 1 = 3 \end{aligned}$$

2 (4点)

解説

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0) \text{ とおくと}$$

$$F(x) = \int (ax^2 + bx + c)dx = \frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

$F(x) = xf(x) - 2x^3 + 3x^2$ であるから

$$\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + C = x(ax^2 + bx + c) - 2x^3 + 3x^2$$

よって $\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + C = (a-2)x^3 + (b+3)x^2 + cx$ 12点

これが x についての恒等式であるから

$$\frac{a}{3}=a-2, \quad \frac{b}{2}=b+3, \quad C=0 \quad \text{ゆえに} \quad a=3, \quad b=-6 \quad (a \neq 0 \text{ を満たす})$$

このとき $f(x) = 3x^2 - 6x + c$

$f(1)=0$ から $3-6+c=0$ よって $c=3$

したがって $f(x) = 3x^2 - 6x + 3$ 12点