

① (ア～エ：1点 オカ：2点 計3点)

放物線 $y=2x^2-3x+2$ ……①の頂点の座標は $\left(\frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}\right)$ である。放物線①

を x 軸方向に1, y 軸方向に -4 だけ平行移動した放物線は $y=2x^2-\text{オ}x+\text{カ}$ である。

② (イ～オ：1点 カ：1点 キ：1点 ク：1点 ケ：1点 コサ：2点 計7点)

a を定数とし, 2次関数 $y=-4x^2+4(a-1)x-a^2$ のグラフを C とする。

(1) C の頂点の座標は $\left(\frac{a-1}{\text{イ}}, \text{ウエ}a+\text{オ}\right)$ である。

(2) $a>1$ とする。 x が $-1\leq x\leq 1$ の範囲にあるとき, この2次関数の最大値, 最小値を調べる。

最大値は $1<a\leq \text{カ}$ ならば $-2a+\text{キ}$

$a>\text{カ}$ ならば $-a^2+4a-\text{ク}$ である。

また, 最小値は $-a^2-\text{ケ}a$ である。

最大値と最小値の差が12になるのは $a=-1+\text{コ}\sqrt{\text{サ}}$ のときである。

1 (ア～エ：1点 オカ：2点 計3点)

解答 $\frac{(ア)}{(イ)} \frac{3}{4} \quad \frac{(ウ)}{(エ)} \frac{7}{8} \quad 2x^2 - (オ)x + (カ) \quad 2x^2 - 7x + 3$

2 (イ～オ：1点 カ：1点 キ：1点 ク：1点 ケ：1点 コサ：2点 計7点)

解答 (イ) 2 (ウエ) -2 (オ) 1 (カ) 3 (キ) 1 (ク) 8
(ケ) 4 (コ) $\sqrt{(サ)}$ $2\sqrt{3}$

1 (ア～エ：1点 オカ：2点 計3点)

解説

$$y = 2x^2 - 3x + 2 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}$$

よって、頂点の座標は $\left(\frac{ア}{イ} \frac{3}{4}, \frac{ウ}{エ} \frac{7}{8}\right)$ である。

放物線①を、 x 軸方向に1、 y 軸方向に-4だけ平行移動すると
 $y - (-4) = 2(x - 1)^2 - 3(x - 1) + 2$ から $y = 2x^2 - オ7x + カ3$ である。

2 (イ～オ：1点 カ：1点 キ：1点 ク：1点 ケ：1点 コサ：2点 計7点)

解説

(1) $y = -4x^2 + 4(a-1)x - a^2$ を変形すると $y = -4\left(x - \frac{a-1}{2}\right)^2 - 2a + 1$

よって、 C の頂点の座標は $\left(\frac{a-1}{イ2}, ウエ -2a + オ1\right)$

(2) $f(x) = -4x^2 + 4(a-1)x - a^2$ とおく。

C は軸の方程式が $x = \frac{a-1}{2}$ で、上に凸な放物線である。

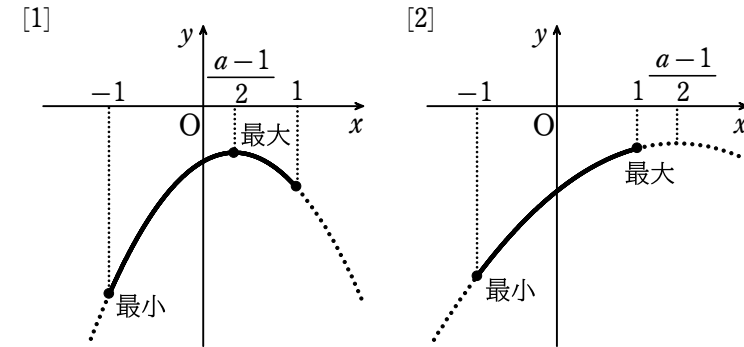
$a > 1$ であるから $\frac{a-1}{2} > 0$

最大値は [1] $0 < \frac{a-1}{2} \leq 1$ のとき $f\left(\frac{a-1}{2}\right)$

[2] $\frac{a-1}{2} > 1$ のとき $f(1)$ である。

したがって、[1] $1 < a \leq カ3$ ならば、最大値は $f\left(\frac{a-1}{2}\right) = -2a + キ1$

[2] $a > カ3$ ならば、最大値は $f(1) = -4 \cdot 1^2 + 4(a-1) \cdot 1 - a^2 = -a^2 + 4a - ケ8$



また、最小値は $f(-1) = -4 \cdot (-1)^2 + 4(a-1) \cdot (-1) - a^2 = -a^2 - ケ4a$
次に、最大値と最小値の差が12となる a の値を求める。

[1] $1 < a \leq 3$ のとき

$(-2a + 1) - (-a^2 - 4a) = 12$ から $a^2 + 2a - 11 = 0$

これを解くと $a = -1 \pm 2\sqrt{3}$ $1 < a \leq 3$ から $a = -1 + 2\sqrt{3}$

[2] $a > 3$ のとき

$(-a^2 + 4a - 8) - (-a^2 - 4a) = 12$ から $a = \frac{5}{2}$

これは $a > 3$ を満たさないから、不適である。

ゆえに $a = -1 + コ2\sqrt{サ}3$