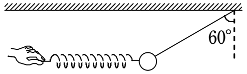
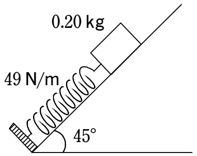
1

軽い糸に重さ（重力の大きさ）20 N の小球をつけ，天井からつるす。次に，ばね定数 200 N/m のばねを小球につけて水平方向に引き，糸が鉛直方向と 60° の角をなす状態で静止させた。このとき，糸が引く力の大きさ T〔N〕とばねの伸び x〔m〕を求めよ。ただし，$\sqrt{3}=1.7$ とする。



2

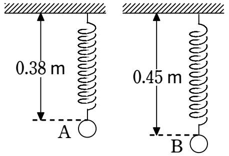
傾き 45° のなめらかな斜面の下端にばね定数 49 N/m のばねの一端をつけ，他端に質量 0.20 kg のおもりをつけて斜面上に置いたら，ばねが少し縮んで静止した。
重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



(1)　おもりが受ける弾性力の大きさ F〔N〕，垂直抗力の大きさ N〔N〕を求めよ。
(2)　ばねが縮んだ長さ x〔cm〕を求めよ。

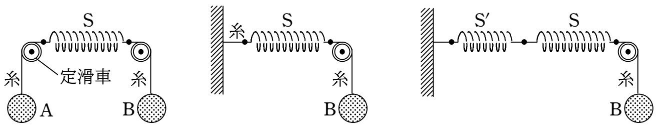
3

軽いつる巻きばねの一端を天井に固定し，他端に質量 2.0 kg のおもり A をつるしたら長さが 0.38 m になり，質量 3.0 kg のおもり B をつるしたら長さが 0.45 m になった。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。
ばねの自然の長さ l は何 m か。また，ばね定数 k は何 N/m か。



4

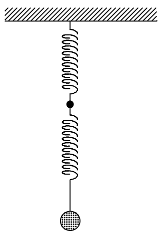
下の図 (1)，(2)，(3) で，S，S′ はつる巻きばね，A，B は重さの等しいおもりである。それぞれの場合におけるばね S の伸びの大小を比較せよ。



(1)　(2)　(3)

5

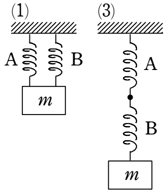
図のように 2 本のばねを直列につなぐ。上のばねの端を天井に固定し，下のばねの端に質量 0.50 kg のおもりをつける。ばねの重さは無視できるものとし，重力加速度の大きさは 9.8 m/s^2 とする。



(1)　上のばねが下のばねを引いている力の大きさを求めよ。
(2)　天井が上のばねを引き上げている力の大きさを求めよ。
(3)　下のばねをはずして上のばねにおもりをつけた。ばねの伸びは，どのようになったか。大きくなる，小さくなる，変わらない　のうちから選べ。

6

自然の長さが等しく，ばね定数がそれぞれ k_1〔N/m〕，k_2〔N/m〕の軽いつる巻きばね A，B がある。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。



(1)　A，B の一端をいっしょにして天井に固定し，他端もいっしょにして質量 m〔kg〕のおもりをつるすと，ばねは何 m 伸びるか。
(2)　(1) のとき，ばね A，B を 1 つのばねとみなすと，そのばね定数 $k_{並}$ は何 N/m か。
(3)　A の一端を天井に固定して他端に B の一端をつけ，B の他端に (1) の場合と同じ質量のおもりをつるすと，おもりは何 m 下降した位置でつりあうか。
(4)　(3) のとき，ばね A，B を 1 つのばねとみなすと，そのばね定数 $k_{直}$ は何 N/m か。

7

ばね定数が k で長さが同じ 2 本のばねを細長い帯でつないだものを用意し，その両端を水平でなめらかな床の上の 2 点 P，Q に固定した。このとき，2 本のばねはともに自然の長さになっていた。図 1 はこのときのようすを真上から見たものである。PQ の中点を O とすると，OP と OQ の長さはともに l であった。
この状態から点 O の位置で小球を帯に当て，図 2 のように，小球を床にそって右向きに手で引いて静止させた。このとき，点 P および点 Q から小球までの距離は，ともに l' であった。ただし，ばねと帯の質量は無視でき，帯は伸び縮みしないものとする。

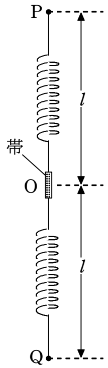


図　1

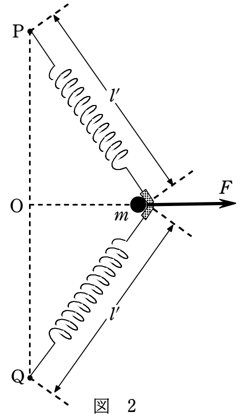


図　2

図 2 の状態で，手が加えている力の大きさ F を表す式として正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。

①　$\dfrac{kl}{l'}(l'-l)$　②　$\dfrac{2kl}{l'}(l'-l)$　③　$\dfrac{k}{l'}(l'^2-l^2)$

④　$\dfrac{2k}{l'}(l'^2-l^2)$　⑤　$k\dfrac{l'-l}{l'}\sqrt{l'^2-l^2}$　⑥　$2k\dfrac{l'-l}{l'}\sqrt{l'^2-l^2}$

8

自然の長さがともに l〔m〕で，ばね定数がそれぞれ k_1，k_2〔N/m〕の 2 本のつる巻きばね A，B がある。これを図 1 のように並列にして質量 M〔kg〕の物体をつるす。重力加速度の大きさは g〔m/s^2〕とし，物体の大きさおよびばねの質量は無視できるものとする。
(1)　ばね A，B の伸び x〔m〕を求めよ。
(2)　並列の 2 本のばねを 1 本のばねとみなしたとき，そのばね定数 k〔N/m〕を求めよ。
ばね A，B を図 2 のように直列にして質量 M〔kg〕の物体をつるす。
(3)　2 本のばね全体の伸び x'〔m〕を求めよ。
(4)　直列の 2 本のばねを 1 本のばねとみなしたとき，そのばね定数 k'〔N/m〕を求めよ。
図 3 のように，ばね A，B の間に質量 M〔kg〕の物体を取り付け，間隔 $2l$〔m〕の天井と床の間にばねが鉛直になるように両端を固定する。
(5)　ばね A，B それぞれの長さ l_1，l_2〔m〕を求めよ。
ばね A と同じばね A′ を用意し，A と A′ を並列にして，図 4 のように固定する。
(6)　ばね A と A′ の長さ l_1'〔m〕，ばね B の長さ l_2'〔m〕を求めよ。

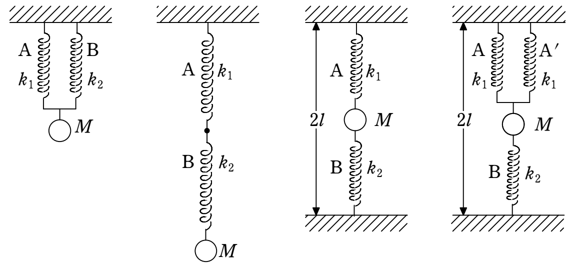
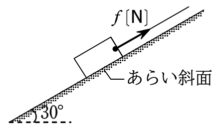


図 1　図 2　図 3　図 4

9

傾きの角が 30° のあらい斜面上にある質量 1.0 kg の物体を，斜面にそって上向きに軽い糸で引く。
糸を引く力の大きさ f〔N〕が次の (1)～(3) であるとき，物体にはたらく静止摩擦力の大きさ F〔N〕と向きを求めよ。ただし，物体はいずれの場合も静止していたとし，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



(1)　$f=2.0$ N
(2)　$f=6.0$ N
(3)　$f=4.9$ N

10

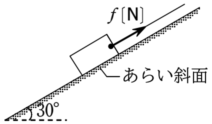
傾きの角が 30° のあらい斜面上にある質量 0.50 kg の物体を，斜面にそって上向きに軽い糸で引く。引く力 f〔N〕を大きくしていったとき，物体が動き始める直前の f の大きさを求めよ。物体と斜面との間の静止摩擦係数を $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

11

質量 5.0 kg の物体があらい水平面上をすべっているとき，物体が受ける動摩擦力の大きさは何 N か。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2，物体と面との間の動摩擦係数を 0.20 とする。

12

傾 (かたむ) きの角が 30° のあらい斜面上にある質量 1.0 kg の物体に軽い糸をつけ，斜面にそって上向きに大きさ f〔N〕の力で引く。次の (1)，(2) では，物体は静止していたとする。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



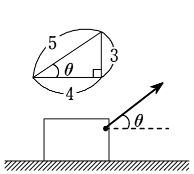
(1)　$f=2.0$ N のとき，静止摩擦力の大きさ F_1〔N〕と向きを求めよ。

(2)　$f=6.0$ N のとき，静止摩擦力の大きさ F_2〔N〕と向きを求めよ。

(3)　糸を取り外すと ($f=0$ N)，物体は斜面上をすべり下りた。物体にはたらく動摩擦力の大きさ F'〔N〕を求めよ。斜面と物体との間の動摩擦係数を $\dfrac{\sqrt{3}}{7}$，斜面にそって下向きを正とする。

13

水平であらい床面上にある質量 5.0 kg の物体に対し，図のような角度で力を加える。力を徐々に大きくしていったところ，大きさ 15 N のときに物体は静かにすべり始めた。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



(1)　物体がすべり始めるとき，物体が床面から受ける垂直抗力の大きさ N〔N〕を求めよ。

(2)　物体が床面から受ける最大摩擦力の大きさ F_0〔N〕を求めよ。

(3)　物体と床面との間の静止摩擦係数 μ を求めよ。

14

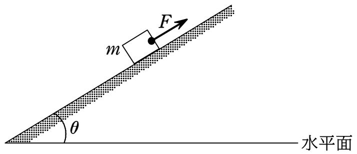
水平面上に置いた質量 m〔kg〕の物体を水平方向に引く。引く力をしだいに大きくしていくと，f〔N〕になったとき物体はすべり始めた。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

(1)　物体と面との間の静止摩擦係数 μ はいくらか。

(2)　物体に加える力が水平から角度 θ だけ上向きのときは，いくらの力でこの物体はすべり始めるか。

15

図のように，水平面と角度 θ をなすあらい斜面上に，質量 m の物体が静止していた。この物体に，斜面にそって上向きに大きさ F の力を加える。さまざまな F について実験したところ，物体は，F が F_1 以下のときには静止していたが，F_1 より大きいときには動いた。この物体と斜面との間の静止摩擦係数を μ，動摩擦係数を μ' とする。ただし，$\mu>\mu'$ とし，重力加速度の大きさを g とする。



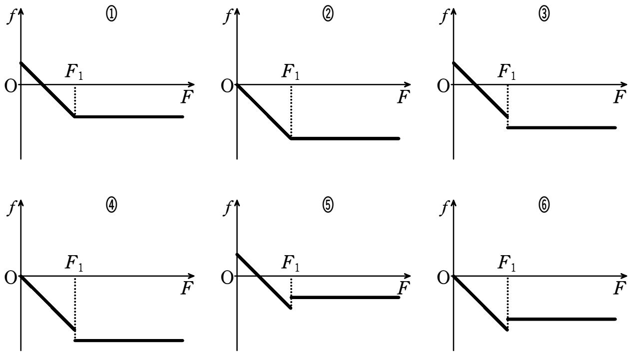
問 1　F_1 より大きい一定の大きさ F の力を加えると，物体は斜面にそって上向きに等加速度運動を行った。このとき，物体の加速度の大きさを表す式として正しいものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。

①　$\dfrac{F}{m}-g(\sin\theta+\mu'\cos\theta)$　　②　$\dfrac{F}{m}-g(\sin\theta-\mu'\cos\theta)$

③　$\dfrac{F}{m}+g(\sin\theta-\mu'\cos\theta)$　　④　$\dfrac{F}{m}-g(\cos\theta+\mu'\sin\theta)$

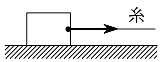
⑤　$\dfrac{F}{m}-g(\cos\theta-\mu'\sin\theta)$　　⑥　$\dfrac{F}{m}+g(\cos\theta-\mu'\sin\theta)$

問 2　物体にはたらく摩擦力 f と F の関係を表すグラフとして最も適当なものを，次の ①～⑥ のうちから 1 つ選べ。ただし，摩擦力は斜面にそった上向きの場合を正とする。



16

あらい水平面上に質量 m〔kg〕の物体を置き，糸をつけて水平に引く。物体と水平面の間の静止摩擦係数を 2μ，動摩擦係数を μ，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕，進行方向を正とする。

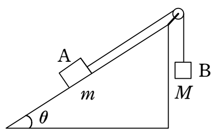


(1)　糸の張力 T が何 N より大きいと物体はすべりだすか。

(2)　張力 T が (1) の 2 倍のとき，物体がすべる加速度 a_1〔m/s^2〕を求めよ。

17

傾きの角が θ のあらい斜面上に質量 m の物体 A を置き，A に結んだ糸で，図のように，なめらかな滑車を通して質量 M の物体 B をつるす。A と斜面との間の静止摩擦係数を μ，動摩擦係数を μ'，重力加速度の大きさを g として，以下の問いに答えよ。ただし，$\tan\theta>\mu$ とする。



(1)　B の質量 M が M_1 より小さいと，A は斜面下方にすべりだす。M_1 を m，μ，θ を用いて表せ。

(2)　B の質量 M が M_2 より大きいと，A は斜面上方にすべりだす。M_2 を m，μ，θ を用いて表せ。

(3)　次に，B のかわりに質量 $M_3\,(>M_2)$ の物体 C をつるしたら，C は一定の加速度で降下した。C の加速度の大きさ a を m，M_3，g，μ'，θ を用いて表せ。

18

図 1 のように，水平なあらい面上に質量 M の物体がある。この物体を，大きさ F の力で水平に引きつづけると，一定の速度で運動した。次に，この物体を図 2 のように，水平からの角度 θ を保ちながら，大きさ $2F$ の力で斜め上向きに引きつづけたところ，物体は面を離れることなく，水平に一定の速度で運動した。重力加速度の大きさを g とする。

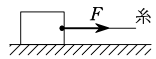


図 1

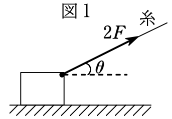


図 2

(1)　物体と面との間の動摩擦係数 μ' を θ で表せ。

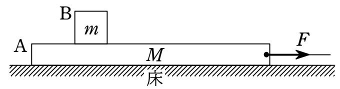
(2)　θ はある角度以下にはなりえない。θ の下限を求めよ。

ヒント　(1)　一定の速度で運動している物体にはたらく力の合力は 0。

(2)　$\mu'>0$ でなければならない。

19

床の上に物体 A，B がのっている。A と B の質量をそれぞれ M，m，重力加速度の大きさを g とする。A と床との間の摩擦は無視できる。A と B との間の静止摩擦係数を μ，動摩擦係数を μ' とする。A を力 F で水平に引く。右向きを正の向きとする。



(1)　F が小さいときは，静止摩擦のため A と B は一体になって運動する。

(a)　このとき，B にはたらく摩擦力は右向きか左向きのどちらか。

(b)　A と B の加速度を a，B にはたらく摩擦力の大きさを f として，A，B それぞれについて運動方程式を立てよ。

(c)　a と f を求めよ。

(2)　F がある大きさ F_0 をこえると，B は A の上ですべるようになる。

(a)　すべりだす直前に，B にはたらいている摩擦力の大きさ f_0 を求めよ。

(b)　F_0 を求めよ。

(3)　引く力 F が F_0 より大きいとき，B は A の上ですべりだす。このときの A および B の加速度 a_{A}，a_{B} を求めよ。

$\boxed{1}$

解答　40 N，0.17 m

$\boxed{2}$

解答　(1)　$F=1.4$ N，$N=1.4$ N　(2)　2.8 cm

$\boxed{3}$

解答　l : 0.24 m　k : 1.4×10^2 N/m

$\boxed{4}$

解答　(1)(2)(3)　すべて伸びは同じ

$\boxed{5}$

解答　(1)　4.9 N　(2)　4.9 N　(3)　変わらない

$\boxed{6}$

解答　(1)　$\dfrac{mg}{k_1+k_2}$〔m〕　(2)　k_1+k_2〔N/m〕　(3)　$\dfrac{k_1+k_2}{k_1k_2}mg$〔m〕

(4)　$\dfrac{k_1k_2}{k_1+k_2}$〔N/m〕

$\boxed{7}$

解答　⑥

$\boxed{8}$

解答　(1)　$\dfrac{Mg}{k_1+k_2}$〔m〕　(2)　k_1+k_2〔N/m〕　(3)　$Mg\left(\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}\right)$〔m〕

(4)　$\dfrac{k_1k_2}{k_1+k_2}$〔N/m〕　(5)　$l_1=l+\dfrac{Mg}{k_1+k_2}$〔m〕，$l_2=l-\dfrac{Mg}{k_1+k_2}$〔m〕

(6)　$l_1'=l+\dfrac{Mg}{2k_1+k_2}$〔m〕，$l_2'=l-\dfrac{Mg}{2k_1+k_2}$〔m〕

$\boxed{9}$

解答　(1)　斜面にそって上向きに 2.9 N　(2)　斜面にそって下向きに 1.1 N

(3)　0 N

$\boxed{10}$

解答　4.9 N

$\boxed{11}$

解答　9.8 N

$\boxed{12}$

解答　(1)　斜面にそって上向き，2.9 N　(2)　斜面にそって下向き，1.1 N

(3)　2.1 N

$\boxed{13}$

解答　(1)　40 N　(2)　12 N　(3)　0.30

$\boxed{14}$

解答　(1)　$\dfrac{f}{mg}$　(2)　$\dfrac{mgf}{mg\cos\theta+f\sin\theta}$〔N〕

$\boxed{15}$

解答　問 1　⓪　問 2　⑤

$\boxed{16}$

解答　(1)　$2\mu mg$〔N〕　(2)　$3\mu g$〔m/s^2〕

$\boxed{17}$

解答　(1)　$m(\sin\theta-\mu\cos\theta)$　(2)　$m(\sin\theta+\mu\cos\theta)$

(3)　$\dfrac{M_3-m(\sin\theta+\mu'\cos\theta)}{m+M_3}g$

$\boxed{18}$

解答　(1)　$\dfrac{1-2\cos\theta}{2\sin\theta}$　(2)　60°

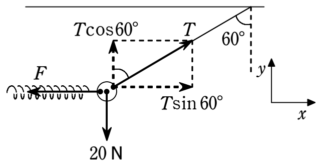
$\boxed{19}$

解答　(1)　(a)　右向き　(b)　$Ma=F-f$，$ma=f$　(c)　$a:\dfrac{F}{M+m}$，$f:\dfrac{mF}{M+m}$

(2)　(a)　μmg　(b)　$\mu(M+m)g$　(3)　$a_A:\dfrac{F-\mu'mg}{M}$，$a_B:\mu'g$

$\boxed{1}$

図のように，小球には，重力，ばねの弾性力，糸が引く力がはたらいている。水平方向右向きに x 軸，鉛直方向上向きに y 軸をとる。



ばねの弾性力の大きさを F〔N〕とすると，x 軸方向の力のつりあいより

$T\sin60°-F=0$　……①

y 軸方向の力のつりあいより

$T\cos60°-20=0$　……②

② 式より

$$T=\frac{20}{\cos60°}=\mathbf{40\ N}$$

これを ① 式に代入して

$F=40\times\sin60°=20\sqrt{3}$

「$F=kx$」より

$$x=\frac{20\sqrt{3}}{200}=\frac{\sqrt{3}}{10}=\mathbf{0.17\ m}$$

$\boxed{2}$

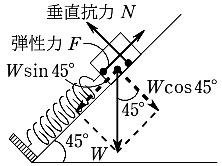
指針　重力 W を斜面に平行な成分，垂直な成分に分解し，それぞれの方向のつりあいの式を立てる。

解説　(1)　おもりにはたらく力は，重力 W，垂直抗力 N，弾性力 F である。重力を図のように分解して，斜面に平行な成分のつりあいより

$$F=W\sin45°=0.20\times9.8\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$=0.98\times\sqrt{2}$$
$$=0.98\times1.41\fallingdotseq\mathbf{1.4\ N}$$

斜面に垂直な成分のつりあいより

$$N=W\cos45°=0.20\times9.8\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$=0.98\times\sqrt{2}$$
$$=0.98\times1.41\fallingdotseq\mathbf{1.4\ N}$$

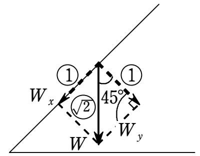


別解　右図のような直角三角形の比を考えると

$W_x:W:W_y=1:\sqrt{2}:1$

ゆえに　$W_x=W\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$W_y=W\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$



それぞれの方向の力のつりあいより

$F=W_x\fallingdotseq$ **1.4 N**，$N=W_y\fallingdotseq$ **1.4 N**

(2)　$F=kx$　より

$$x=\frac{F}{k}=\frac{0.98\times1.41}{49}$$
$$\fallingdotseq0.028\ \text{m}$$

よって　**2.8 cm**

$\boxed{3}$

指針　2 つのおもりについて，それぞれ重力と弾性力がつりあう。弾性力はフックの法則「$F=kx$」を用いるが，x はばねの全長ではなく，伸び(全長－自然の長さ)であることに注意する。

解説　おもり A をつるしたとき，A には弾性力 F_A と重力 W_A がはたらき，これらがつりあうので

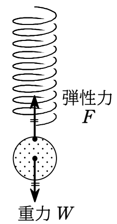
$F_A-W_A=0$　　よって　$F_A=W_A$

これにフックの法則「$F=kx$」，重力「$W=mg$」を代入して

$k(0.38-l)$[1]←$=2.0\times9.8$　……①

同様にして，おもり B をつるしたときについて

$k(0.45-l)=3.0\times9.8$　……②



①，② 式を辺々わると

$$\frac{k(0.38-l)}{k(0.45-l)}=\frac{2.0\times9.8}{3.0\times9.8}\qquad3.0\times(0.38-l)=2.0\times(0.45-l)$$

$1.14-0.90=3.0l-2.0l$

よって　$l=$ **0.24 m**

l の値を ① 式に代入すると

$k(0.38-0.24)=2.0\times9.8$　　$k=19.6\div0.14=140=$ **1.4×10^2 N/m**

←[1]　ばねの伸びは全長(0.38 m)－自然の長さ(l〔m〕)なので(0.38－l)〔m〕となる。B についても同様。

$\boxed{4}$

ばねの重さを無視して考える。ばね S にはたらく力は (1)，(2)，(3) いずれの場合も水平方向で互いに逆向きにはたらく 2 力のつりあいになっている。そしていずれも S に対

して右向きに引く力の大きさは，おもりBの重さに等しい。

Sに対して左向きには，(1)ではSの左側についている糸が，おもりAの重さに等しい大きさの力で，(2)では壁に引かれる糸が，(3)では壁につながれたばねS′の弾性力が，それぞれ引いており，これらの力は右側の糸が右向きに引く力とつりあっているので，大きさが等しい。

したがって，どの場合もばねSは同じ大きさの力で両側から引かれていることになるので，Sの伸びは(1)，(2)，(3)いずれも同じになる。

5

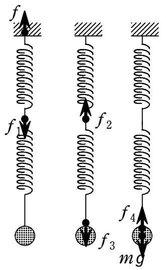


図1　図2　図3

(1), (2)　上のばねは天井から上向きに力 f，下のばねから下向きに力 f_1 を受けている(図1)。下のばねは上のばねから上向きに力 f_2，おもりから下向きに力 f_3 を受けている(図2)。おもりは下のばねから上向きに力 f_4，下向きに重力 mg を受けている(図3)。ばねの重さが無視できるので，それぞれが受ける力のつりあいから

$f-f_1=0$，$f_2-f_3=0$，$f_4-mg=0$

ここで，f_1 と f_2，f_3 と f_4 は作用・反作用の関係にあるので

$f=f_1=f_2=f_3=f_4=mg$

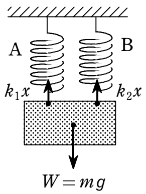
よって，上のばねが下のばねを引いている力の大きさ f_2 は

$f_2=mg=0.50\times9.8=\mathbf{4.9\ N}$ …(1)の答え

同様に天井が上のばねを引き上げている力の大きさ f も　$f=mg=\mathbf{4.9\ N}$ …(2)の答え

(3)　$f_1=mg$ なのでばねを引く力は変わらず，ばねの伸びも**変わらない**。

6



図a

解説　(1)　図aのように，ばねAとBは平行に天井とおもりを結ぶので，その伸び x はともに等しい。したがって，ばねA，Bがおもりを引く弾性力の大きさは，フックの法則「$F=kx$」より，それぞれ k_1x〔N〕，k_2x〔N〕となる。おもりには図aのようにこの2力と重力 mg〔N〕がはたらくので，つりあいの式[1]←は

$k_1x+k_2x-mg=0$

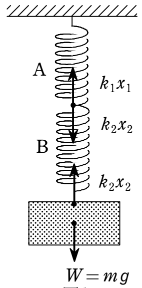
よって

$x=\dfrac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{k_1+k_2}}$〔m〕

(2)　$k_{並}$ を用いると「$F=kx$」より　$x=\dfrac{mg}{k_{並}}$　と表すことができる。これを(1)の結果と比較して　$k_{並}=\boldsymbol{k_1+k_2}$〔N/m〕[2]←

(3)　ばねA，Bの伸びをそれぞれ x_1〔m〕，x_2〔m〕とする。ばねAとBの接点において，AはBを弾性力 k_1x_1〔N〕で上向きに引き，BはAを弾性力 k_2x_2〔N〕で下向きに引く。この2力は作用・反作用の関係にあるので

$k_1x_1=k_2x_2$　……①



図b

一方ばねBは弾性力 k_2x_2〔N〕でおもりを引き上げ，この力とおもりの重力 mg〔N〕がつりあっておもりが静止するので，おもりのつりあいの式は

$k_2x_2=mg$

よって

$x_2=\dfrac{mg}{k_2}$　……②

②式を①式に代入すると

$k_1x_1=k_2\times\dfrac{mg}{k_2}$　　$x_1=\dfrac{mg}{k_1}$

よって全体の伸び(＝おもりの下降距離) x は

$x=x_1+x_2=\dfrac{mg}{k_1}+\dfrac{mg}{k_2}=\left(\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}\right)mg$

$=\dfrac{\boldsymbol{k_1+k_2}}{\boldsymbol{k_1k_2}}\boldsymbol{mg}$〔m〕

(4)　$k_{直}$ を用いると「$F=kx$」より　$x=\dfrac{1}{k_{直}}mg$　と表すことができる。これを(3)の結果と比較して

$\dfrac{1}{k_{直}}=\dfrac{k_1+k_2}{k_1k_2}$　$\left(=\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}\right)$[3]←

よって　$k_{直}=\dfrac{\boldsymbol{k_1k_2}}{\boldsymbol{k_1+k_2}}$〔N/m〕

←[1]　軽いばねとは，ばね自身の重さが無視できるばねのことである。

←[2]　参考　一般に，並列接続の場合

$k_{並}=k_1+k_2+k_3+\cdots$

←[3]　参考　一般に，直列接続の場合

$\dfrac{1}{k_{直}}=\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}+\dfrac{1}{k_3}+\cdots$

7

帯には，大きさ F の力，2つのばねからはたらく大きさ $k(l'-l)$ の弾性力がはたらき，これらがつりあっている。図のように角 θ を定めると，左右方向の力のつりあいより

$F-2\times k(l'-l)\sin\theta=0$　……①

また

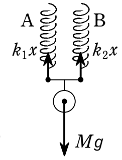
$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{l'^2-l^2}}{l'}$

であるから，これを①式に代入して整理すると

$F=2k\dfrac{l'-l}{l'}\sqrt{l'^2-l^2}$

8

物体にはたらく重力は大きさが Mg〔N〕で，鉛直下向きである。



図a

(1)　ばねA，Bは並列だから，ばねA，Bの伸びは等しく，x〔m〕である。フックの法則より，ばねA，Bから物体にはたらく弾性力は大きさが k_1x，k_2x〔N〕で，上向きである。

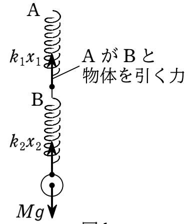
図aより，弾性力と重力のつりあいの式は

$k_1x+k_2x-Mg=0$　……①

よって　$x=\dfrac{\boldsymbol{Mg}}{\boldsymbol{k_1+k_2}}$〔m〕

(2)　1本のばねとみなしたとき，そのばねの弾性力は，大きさ kx〔N〕で，上向きである。弾性力と重力のつりあいの式は　$kx-Mg=0$

これと①式より　$kx-(k_1x+k_2x)=0$　よって　$k=\boldsymbol{k_1+k_2}$〔N/m〕　……②



図b

(3)　直列の場合，ばねA，Bの伸びは一般的には等しくない。ばねA，Bの伸びを x_1，x_2〔m〕とすると，$x'=x_1+x_2$〔m〕が求めるものである。

図bより，物体に直接はたらく弾性力と重力のつりあいの式は

$k_2x_2-Mg=0$　よって　$x_2=\dfrac{Mg}{k_2}$　……③

ばねBと物体をひとつの物体とみなすと，ばねAからの弾性力 k_1x_1〔N〕はこの物体にはたらく。ばねの質量は無視できるから

$k_1x_1-(M+0)g=0$　よって　$x_1=\dfrac{Mg}{k_1}$　……④

③，④式より

$x'=x_1+x_2=\boldsymbol{Mg}\left(\dfrac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{k_1}}+\dfrac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{k_2}}\right)$〔m〕　……⑤

(4)　(2)と同様に考えて　$k'x'-Mg=0$

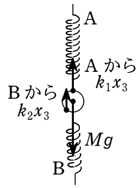
よって　$x'=\dfrac{Mg}{k'}$〔m〕　……⑥

⑤，⑥式より　$\dfrac{1}{k'}=\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}$

よって　$k'=\dfrac{\boldsymbol{k_1k_2}}{\boldsymbol{k_1+k_2}}$〔N/m〕

注　k_1x_1 は一体とみなした物体とばねBに，k_2x_2 は物体だけにはたらく。異なる物体にはたらく力だから加算することはできない。$k_1x_1+k_2x_2=Mg$　としないように。

注　並列の $k=k_1+k_2$ と，直列の $\dfrac{1}{k}=\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}$ は覚えておくとよい。



図c

(5)　物体の重さによってばねAが x_3〔m〕だけ伸びると，ばねBは x_3〔m〕だけ縮む。

力は図cのようにはたらくので，つりあいの式は

$k_1x_3+k_2x_3-Mg=0$　　よって　$x_3=\dfrac{Mg}{k_1+k_2}$〔m〕

したがって　$l_1=l+x_3=\boldsymbol{l+\dfrac{Mg}{k_1+k_2}}$〔m〕

$l_2=l-x_3=\boldsymbol{l-\dfrac{Mg}{k_1+k_2}}$〔m〕

(6)　並列のばねAとA′を1本のばねとみなすと，ばね定数は(2)の②式より

$k=k_1+k_1=2k_1$〔N/m〕

となる。問題の図4の状況は，図cにおいてばねAをばね定数$2k_1$〔N/m〕のばねと置き換えたのと同じである。したがって，(5)の結果の式で$l_1\longrightarrow l_1'$，$l_2\longrightarrow l_2'$，$k_1\longrightarrow 2k_1$と置き換えて

$$l_1'=l+\frac{Mg}{2k_1+k_2}\ \text{〔m〕}$$

$$l_2'=l-\frac{Mg}{2k_1+k_2}\ \text{〔m〕}$$

9

(1)　重力の斜面に平行な成分の大きさは

$1.0\times9.8\times\sin30°=4.9$ N

斜面に平行な成分に注目すると，静止摩擦力以外の力の合力は，斜面にそって下向きである。よって，物体が下向きに動こうとするのを妨げるように，静止摩擦力は上向きにはたらく。斜面に平行な方向の力のつりあいより

$F+2.0-4.9=0$

よって　$F=2.9$ N

斜面にそって上向きに 2.9 N

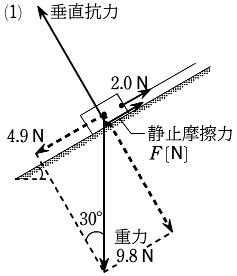
(2)　(1)と同様に考えると，静止摩擦力は下向きにはたらく。

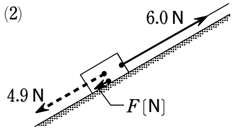
$6.0-4.9-F=0$

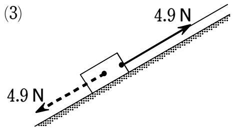
よって　$F=1.1$ N

斜面にそって下向きに 1.1 N

(3)　静止摩擦力以外の力の合力が0 Nなので，静止摩擦力ははたらかない。よって　**0 N**

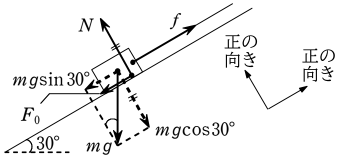
(1)


(2)


(3)


10

斜面上の物体にはたらく力は，重力，垂直抗力，静止摩擦力，糸が引く力の4つである。静止摩擦力は，物体が動き始める直前なので斜面方向下向きの最大摩擦力となる。物体の質量や力の大きさなどを文字で表す。



物体の質量をm〔kg〕，重力加速度の大きさをg〔m/s²〕，垂直抗力の大きさをN〔N〕，静止摩擦係数をμ，最大摩擦力の大きさをF_0〔N〕とする。物体にはたらく力を斜面に平行な成分と斜面に垂直な成分とに分解する。物体が動きだす直前は物体にはたらく力がつりあっている。斜面に平行な方向の力のつりあいの式は

$f-mg\sin30°-F_0=0$　……①

斜面に垂直な方向の力のつりあいの式は

$N-mg\cos30°=0$　　……②

②式より　$N=\dfrac{\sqrt3}{2}mg$〔N〕

ここで，$F_0=\mu N=\dfrac{\sqrt3}{2}\mu mg$〔N〕

①式より　$f=mg\sin30°+F_0$

$$=\left(\frac12+\frac{\sqrt3}{2}\times\frac{1}{\sqrt3}\right)mg$$

$=0.50\times9.8$

$=$**4.9 N**

11

垂直抗力の大きさ　$N=5.0\times9.8$ N

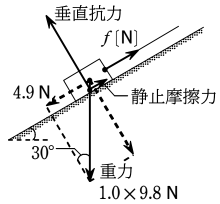
「$F'=\mu'N$」より　$F'=0.20\times5.0\times9.8$

$=$**9.8 N**

12

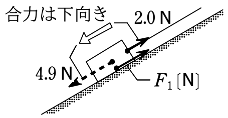
物体にはたらく力は右図のようになる(仮に，静止摩擦力の向きを斜面にそって上向きとした)。重力の斜面に平行な成分の大きさは

$(1.0\times9.8)\times\sin30°=9.8\times\dfrac12=4.9$ N



(1)　斜面に平行な成分に注目すると，静止摩擦力以外の力の合力は，斜面にそって下向きである。よって，静止摩擦力は，物体が下向きに動こうとするのを妨げ，**斜面にそって上向き**にはたらく。斜面に平行な方向の力のつりあいより

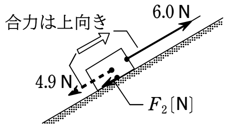
$F_1+2.0-4.9=0$　　よって　$F_1=$**2.9 N**



(2)　(1)と同様に考えて，静止摩擦力の向きは**斜面にそって下向き**

斜面に平行な方向の力のつりあいより

$6.0-4.9-F_2=0$　　よって　$F_2=$**1.1 N**



(3)　物体にはたらく力は図のようになる。

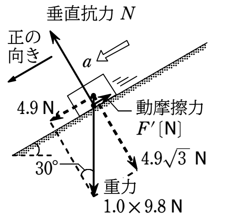
斜面に垂直な方向の力のつりあいより

$N-(1.0\times9.8)\times\cos30°=0$

よって　$N=4.9\sqrt3$ N

動摩擦力の大きさF'〔N〕は「$F'=\mu'N$」の式より

$F'=\dfrac{\sqrt3}{7}\times4.9\sqrt3=4.9\times\dfrac37=$**2.1 N**



13

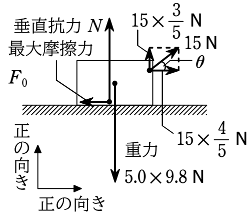
(1)　物体がすべり始める直前までは，物体にはたらく力はつりあっている。このときの水平方向の力のつりあいの式は

$15\times\dfrac45-F_0=0$　　……①

鉛直方向の力のつりあいの式は

$15\times\dfrac35+N-5.0\times9.8=0$　……②

②式より　$N=$**40 N**



(2)　①式より　$F_0=$**12 N**

(3)　「$F_0=\mu N$」より

$\mu=\dfrac{F_0}{N}=\dfrac{12}{40}=$**0.30**

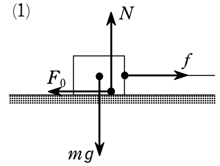
14

(1)　fは最大摩擦力F_0とつりあい，重力mgは垂直抗力Nとつりあう。このときの力のつりあいの式は

水平方向：$f-F_0=0$

鉛直方向：$N-mg=0$

ゆえに，静止摩擦係数　$\mu=\dfrac{F_0}{N}=\dfrac{f}{mg}$

(1)


(2)　求める力をf'，最大摩擦力をF_0'，垂直抗力をN'とする。このときの力のつりあいの式は

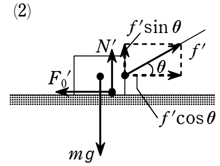
水平方向：$f'\cos\theta-F_0'=0$　　……①

鉛直方向：$N'+f'\sin\theta-mg=0$　……②

物体と面は(1)と同じなのでμも同じである。

ゆえに

$F_0'=\mu N'=\dfrac{f}{mg}N'$　　……③

(2)


①，②，③式から，F_0'，N'を消去して※1←　$f'=\dfrac{mgf}{mg\cos\theta+f\sin\theta}$〔N〕

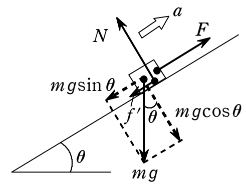
←※1　①からF_0'，②からN'を求めてそれぞれ③に代入すると

$f'\cos\theta=\dfrac{f}{mg}(mg-f'\sin\theta)$

この式からf'を求める。

15

問1　物体にはたらく垂直抗力と動摩擦力の大きさをそれぞれN，f'とすると，物体にはたらく力は図のようになる。



斜面に垂直な方向の力のつりあいより

$N=mg\cos\theta$　　……①

動摩擦力の式より

$f'=\mu' N$ ……②

①，②式より

$f'=\mu' mg\cos\theta$ ……③

物体の加速度の大きさを a として，斜面に平行な方向に対して運動方程式を立てると

$ma=F-mg\sin\theta-f'$

これと③式より

$a=\dfrac{F}{m}-g(\sin\theta+\mu'\cos\theta)$

問2　F が小さい間は，物体がすべり下りるのを妨げるように摩擦力は斜面方向上向きにはたらく。すなわち，f は正。

F が $mg\sin\theta$ をこえると，今度は物体がすべり上がろうとするのを妨げるように摩擦力は斜面方向下向きにはたらく。すなわち，f は負。

$F=F_1$ で f は最大摩擦力となり，以降は F を大きくしても f は動摩擦力で一定となる。

また，$\mu>\mu'$ であるから，$F=F_1$ の前後で $|f|$ は小さくなる。

以上より，該当するグラフは ⑥ となる。

16

指針　鉛直方向，水平方向について，運動方程式（またはつりあいの式）を立てる。摩擦力は，動きだす瞬間は最大摩擦力，動いているときは動摩擦力となる。

解説　(1)　物体にはたらく力は図 a のようになる。鉛直方向，水平方向についての力のつりあいより

鉛直方向　$N-mg=0$ ……①

水平方向　$T-F_0=0$ ……②

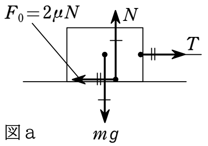


図 a

すべりだす瞬間，F_0 は最大摩擦力になるので

$F_0=2\mu N$ ……③

①～③式より　$T=F_0=\boldsymbol{2\mu mg}$ [N]

(2)　物体にはたらく力は図 b のようになる。鉛直方向について力のつりあいより

$N-mg=0$　　よって　$N=mg$

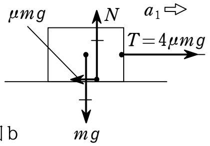


図 b

動摩擦力「$\mu' N$」は μmg となる。

水平方向について，運動方程式を立てると

$ma_1=4\mu mg-\mu mg$

よって

$a_1=\boldsymbol{3\mu g}$ [m/s²]

17

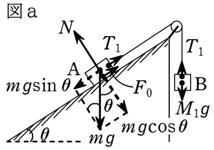
指針　(1)，(2)　A がすべりだす直前では，A にはたらく摩擦力は最大摩擦力となる。最大摩擦力のはたらく向きは，A がすべりだそうとする向きと逆になることに注意。

(3)　A は斜面上向きに加速されるので，A については斜面上向きを正の向き，C については鉛直下向きを正の向きとして，それぞれ運動方程式を立てる。

解説　(1)　$\tan\theta>\mu$[1]← であるから，A だけを斜面に置くとすべり下りてしまう。

A はすべり下りる直前の状態で，重力 mg，糸の張力 T_1，垂直抗力 N，最大摩擦力 F_0（斜面にそって上向き）がつりあっている（図 a）。

図 a



斜面に平行な方向の力のつりあいより

$mg\sin\theta-T_1-F_0=0$ ……①

斜面に垂直な方向の力のつりあいより

$N-mg\cos\theta=0$ ……②

①式より　$T_1=mg\sin\theta-F_0$

最大摩擦力の式「$F_0=\mu N$」の関係を代入すると

$T_1=mg\sin\theta-\mu N$

②式より　$N=mg\cos\theta$ であるから

$T_1=mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta=mg(\sin\theta-\mu\cos\theta)$ ……③

一方，B についての力のつりあいより

$T_1-M_1g=0$　　$T_1=M_1g$ ……④

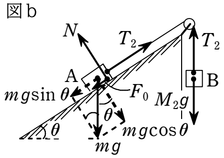
③，④式より　$M_1g=mg(\sin\theta-\mu\cos\theta)$

よって　$M_1=\boldsymbol{m(\sin\theta-\mu\cos\theta)}$

(2)　A はすべり上がる直前の状態でつりあっている。このとき，摩擦力は斜面にそって下向きである。

糸の張力を T_2 とする（図 b）。

図 b



斜面方向の力のつりあいより

$T_2-mg\sin\theta-F_0=0$ ……⑤

②，⑤式と　$F_0=\mu N$ より

$T_2=mg(\sin\theta+\mu\cos\theta)$ ……⑥

一方，B についての力のつりあいより

$T_2-M_2g=0$　　$T_2=M_2g$ ……⑦

⑥，⑦式より　$M_2=\boldsymbol{m(\sin\theta+\mu\cos\theta)}$

(3)　この場合の糸の張力を T_3 とする。動摩擦力は②式を用いて $\mu' N=\mu' mg\cos\theta$ である。それぞれの力の向きは図 b の場合と同じになる。

A についての斜面方向の運動方程式は

$ma=T_3-mg\sin\theta-\mu' mg\cos\theta$ ……⑧

C についての運動方程式は

$M_3a=M_3g-T_3$ ……⑨

⑧式+⑨式より

$a=\boldsymbol{\dfrac{M_3-m(\sin\theta+\mu'\cos\theta)}{m+M_3}g}$

←[1]　$\tan\theta>\mu$ について

A だけを斜面上に置き，傾きの角 θ を増していったとき，A がすべりだす直前の角度を θ_0（摩擦角という）とすると　$\mu=\tan\theta_0$

の関係がある。この場合は

$\tan\theta>\mu$　　であるから

$\tan\theta>\tan\theta_0$

つまり，$\theta>\theta_0$ であり，B をつけずに A だけをこの斜面上に置くと，A はひとりでにすべり落ちてしまう。

18

解説　(1)　水平に引いた場合，物体にはたらく力は図 a のようになり，速度が一定なので，鉛直方向，水平方向とも力がつりあっている[1]←。垂直抗力を N とすると，それぞれの方向のつりあいの式は

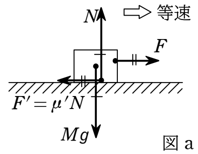


図 a

鉛直方向：$N-Mg=0$　　よって　$N=Mg$

水平方向：$F-\mu' N=0$[2]←

この 2 式より N を消去すると

$F=\mu' Mg$ ……①

次に斜め上方に θ の角度で引いた場合，物体にはたらく力は図 b のようになり，速度が一定なので，やはり鉛直方向，水平方向とも力がつりあっている。垂直抗力を N' とすると，それぞれの方向のつりあいの式は

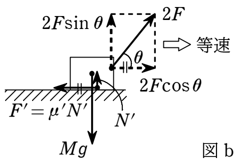


図 b

鉛直方向：$N'+2F\sin\theta-Mg=0$

よって　$N'=Mg-2F\sin\theta$

水平方向：$2F\cos\theta-\mu' N'=0$

この 2 式より N' を消去すると　　$2F\cos\theta=\mu'(Mg-2F\sin\theta)$

F について整理すると　　$2F(\cos\theta+\mu'\sin\theta)=\mu' Mg$ ……②

①式を②式に代入して F を消去すると

$2\times\mu' Mg(\cos\theta+\mu'\sin\theta)=\mu' Mg$

$2\cos\theta+2\mu'\sin\theta=1$　　よって　$\mu'=\boldsymbol{\dfrac{1-2\cos\theta}{2\sin\theta}}$

(2)　θ が小さいと (1) の答えの分子が 0 以下になり，$\mu'\leqq 0$ となってしまう[3]←。

こうならないためには，

$\mu'=\dfrac{1-2\cos\theta}{2\sin\theta}>0$

すなわち

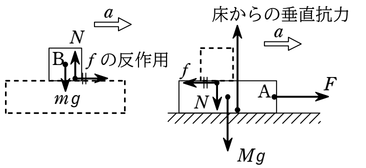
$1-2\cos\theta>0$[4]←　　$\cos\theta<\dfrac{1}{2}$　　よって　$\boldsymbol{\theta>60°}$

19

指針　物体 A には運動を妨げる向き（問題図の左向き）に摩擦力 f がはたらく。一方，物体 B は f の反作用により，右へ引っぱられて加速度を生じる。この摩擦力 f は，A を引く力 F が強いほど大きくなるが，f が最大摩擦力に達したときがすべらない限界で，F がさらに大きくなると B は A の上ですべり始め，摩擦力 f は動摩擦力になって，A のほうが B より先に行ってしまう。A，B それぞれについて力をかき，運動方程式を立てる。

解説　(1)　(a)　A には運動を妨げる向きである左向きに摩擦力がはたらく。したがって，その反作用である B にはたらく摩擦力は**右向き**である。

(b)　A，B は一体として運動しているので，A と B の加速度 a は等しく，f は静止摩擦力[1]←である。図より，A，B それぞれの運動方程式は



A：$\boldsymbol{Ma=F-f}$[2]← ……①

B：$\boldsymbol{ma=f}$[2]← ……②

(c) ① 式＋ ② 式 より f を消去すると

$$(M+m)a=F \qquad a=\frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{M+m}}$$

この結果を ② 式に代入すると

$$f=m\times\frac{F}{M+m}=\frac{\boldsymbol{mF}}{\boldsymbol{M+m}}$$

(2)　(a)　すべりだす直前は，B にはたらく摩擦力が最大摩擦力になる。したがって，B にはたらく垂直抗力の大きさを N とすると

$$f_0=\mu N=\boldsymbol{\mu mg}$$ [3]←

(b)　$F=F_0$ のとき，B は A に対してすべるかどうかの境い目にあるので，f は最大摩擦力となっていて，$f=f_0=\mu mg$ である。(1)(c) の答えにこのことを代入すると

$$f=\frac{mF_0}{M+m}=\mu mg \qquad F_0=\boldsymbol{\mu(M+m)g}$$

(3)　$F>F_0$ のとき，B は A の上をすべる。このとき AB 間にはたらく摩擦力 f は動摩擦力で

$$f=\mu' N=\mu' mg$$ [3]←

となる。摩擦力の向きは (1) と同じである。A と B は別々の加速度 a_{A}，a_{B} で運動するので，① 式と ② 式は次のように書きかえられる。

A：$Ma_{\mathrm{A}}=F-\mu' mg$　…… ①′

B：$ma_{\mathrm{B}}=\mu' mg$　…… ②′

①′ 式 より　$a_{\mathrm{A}}=\dfrac{\boldsymbol{F-\mu' mg}}{\boldsymbol{M}}$

②′ 式 より　$a_{\mathrm{B}}=\boldsymbol{\mu' g}$

←[1]　最大摩擦力とは限らないので，$f=\mu N$ としてはいけない。

←[2]　物体 A と B にはたらく摩擦力は作用と反作用の関係なので，互いに同じ大きさである。このことは B が A の上で一体となっていてもすべっていても成りたつ関係である。

←[3]　物体 B の鉛直方向のつりあいより

$$N-mg=0$$

よって　$N=mg$　を用いた。