

氏名 _____

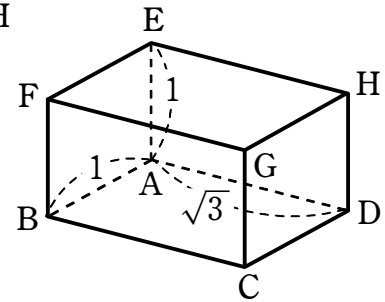
得点 / 10

1 (1)各2点 (2)各2点 (3)2点 計10点)

(1) $AB=1$, $AD=\sqrt{3}$, $AE=1$ の直方体 $ABCD-EFGH$ について, 次の内積を求めよ。

(ア) $\vec{AD} \cdot \vec{EG}$

(イ) $\vec{AB} \cdot \vec{CH}$



(2) 2つのベクトル $(-2, 1, 2)$, $(-1, 1, 0)$ の内積とそのなす角 θ を求めよ。

(3) 次の3点を頂点とする三角形の面積 S を求めよ。

$A(-2, 1, 3)$, $B(-3, 1, 4)$, $C(-3, 3, 5)$

1 (1)各2点 (2)各2点 (3)2点 計10点)

解答 (1) (ア) 3 (イ) -1 (2) 内積は3, $\theta = 45^\circ$

(3) $\frac{3}{2}$

1 (1)各2点 (2)各2点 (3)2点 計10点)

(1) (ア) \overrightarrow{AD} と \overrightarrow{AC} のなす角は 30° , $|\overrightarrow{AC}| = 2$ であるから

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{EG} &= \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AD}| |\overrightarrow{AC}| \cos 30^\circ \\ &= \sqrt{3} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \end{aligned}$$

(イ) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CI}$ となる点 I をとる。

\overrightarrow{CI} と \overrightarrow{CH} のなす角は 135° , $|\overrightarrow{CH}| = \sqrt{2}$ であるから

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CH} &= \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CH} = |\overrightarrow{CI}| |\overrightarrow{CH}| \cos 135^\circ \\ &= 1 \times \sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -1 \end{aligned}$$

(2) 内積は $(-2) \times (-1) + 1 \times 1 + 2 \times 0 = 3$

また $\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(3) $\overrightarrow{AB} = (-1, 0, 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1, 2, 2)$ であるから

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-1) \times (-1) + 0 \times 2 + 1 \times 2 = 3$$

$$|\overrightarrow{AB}|^2 = (-1)^2 + 0^2 + 1^2 = 2$$

$$|\overrightarrow{AC}|^2 = (-1)^2 + 2^2 + 2^2 = 9$$

よって $S = \frac{1}{2} \sqrt{2 \times 9 - 3^2} = \frac{3}{2}$