【定期試験対策講習】

３学期
学年末考査
対策教材②

中１海星数学

【注意事項】

本教材は

数学１「１次関数の応用」
数学２「円など」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

【問題】

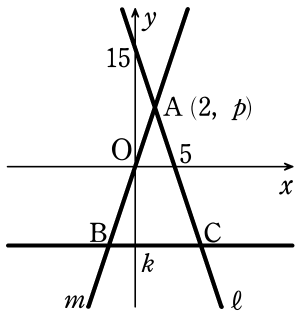
$\boxed{1}$

右の図で，直線 ℓ の式は $y=-3x+15$ で，点 A (2, p) は直線 ℓ 上にある。
また，原点 O と点 A を通る直線を m とする。

(1) 交点 A の y 座標 p を求めなさい。

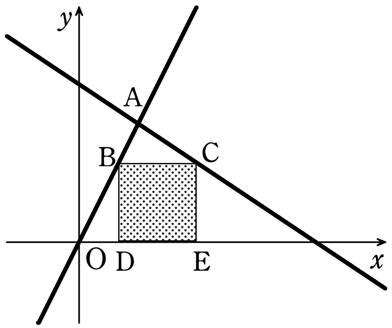
(2) 直線 m の式を求めなさい。

(3) 直線 $y=k$ と 2 直線 m，ℓ との交点をそれぞれ B，C とする。BC＝10 となる k の値を求めなさい。
ただし，$k<0$ とする。



$\boxed{2}$

右の図のように，関数 $y=2x$，$y=ax+6$ のグラフがある。この 2 つのグラフは交わっており，その交点を A とする。また，関数 $y=2x$ のグラフ上の 2 点 O，A の間に点 B をとり，関数 $y=ax+6$ のグラフ上に点 C をとる。2 点 B，C から x 軸に引いた垂線と，x 軸との交点を，それぞれ D，E とする。$a<0$ であるとして，次の問いに答えなさい。



(1) 直線 OA が点 (4, b) を通るとき，b の値を求めなさい。

(2) $a=-2$ のとき，点 A の座標を求めなさい。

(3) 点 D の座標が (2, 0) で，四角形 BDEC が正方形となるとき，定数 a の値を求めなさい。

$\boxed{3}$

2 直線 ℓ：$y=-x+7$，m：$y=ax-2$ が点 A (3, b) で交わっている。また，ℓ と x 軸の交点を B，m と y 軸の交点を C とする。このとき，次の問いに答えなさい。

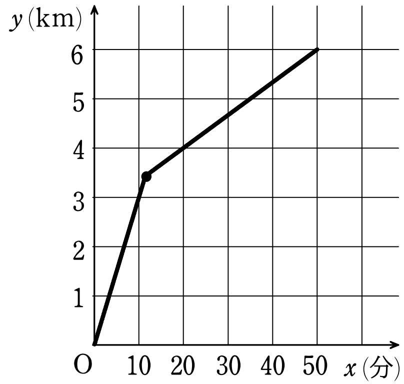
(1) 定数 a の値を求めなさい。　　(2) 点 B の座標を求めなさい。

(3) △ABC の面積を求めなさい。

(4) 点 A を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

$\boxed{4}$

A 君は自転車に乗り A 君の家を出発して，6 km 離れている B 君の家に向かった。途中パンクした自転車をひいたため，B 君の家に 50 分かかって到着した。右のグラフは，A 君が出発してからの経過時間を x 分，A 君の家から A 君のいる場所までの道のりを y km としたときの x と y の関係を表したものである。次の問いに答えなさい。



(1) A 君が自転車に乗っているときの速さを求めなさい。

(2) A 君が自転車をひいているときのグラフの式を求めなさい。

(3) A 君の自転車がパンクしたのは，A 君の家から何 km の地点か求めなさい。

$\boxed{5}$

直線 $y=-3x+2$ について，次のような直線の式を求めなさい。

(1) x 軸に関して対称な直線　　(2) y 軸に関して対称な直線

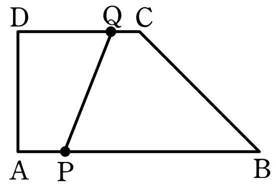
(3) 原点に関して対称な直線　　(4) 左へ 5 だけ平行移動した直線

$\boxed{6}$

2 点 A (1, 5)，B (3, 10) を結ぶ線分 AB 上の点 (端の点を含む) を，直線 $y=-x+b$ が通るとき，b のとりうる値の範囲を求めなさい。

$\boxed{7}$

右の図において，四角形 ABCD は AB∥DC，$\angle DAB=90°$，$AB=14$ cm，$DC=7$ cm，$DA=6$ cm の台形である。点 P は A を出発して，辺 AB 上を毎秒 2 cm の速さで B まで動き，点 Q は C を出発して，辺 CD 上を毎秒 1 cm の速さで D まで動くものとする。



2 点 P，Q がそれぞれ A，C を同時に出発してから x 秒後の PB の長さを ℓ cm，四角形 PBCQ の面積を y cm^2 として，次の問いに答えなさい。ただし，x の変域は $0<x<7$ とする。

(1)　ℓ を x の式で表しなさい。

(2)　y を x の式で表しなさい。また，y の変域を求めなさい。

$\boxed{8}$

(1)　2 点 $(-1,\ 6)$，$(3,\ -2)$ を通る直線と，直線 $2ax-2y=-3$ との交点の x 座標が $x=3$ であるとき，a の値を求めなさい。

(2)　直線 $x-2y=4$ と x 軸上で交わり，直線 $y=4x$ と平行な直線の式を求めなさい。

(3)　2 直線 $2x+3y=16$，$5x-4y=-29$ の交点を通り，直線 $7x+8y=10$ に平行な直線の式を求めなさい。

$\boxed{9}$

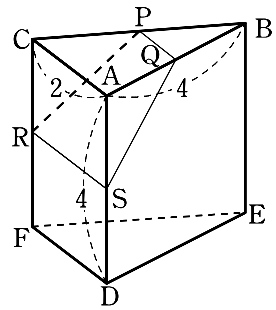
次の条件を満たす a の値を求めなさい。

(1)　2 直線 $y=x+1$，$y=ax+4$ の交点が直線 $y=-x-5$ 上にある。

(2)　3 直線 ℓ ：$y=2ax+a-5$，m ：$y=2x+3$，n ：$y=-2x-1$ が三角形を作らない。

$\boxed{10}$

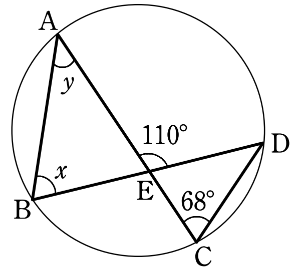
右の図のような，直方体を対角線 BC と EF を通る平面で切り取った三角柱を，4 点 P，Q，R，S を通る平面で切断したとき，点 A を含む立体の体積を求めなさい。ただし，単位は cm とする。また，4 つの点 P，Q，R，S は各辺の中点である。



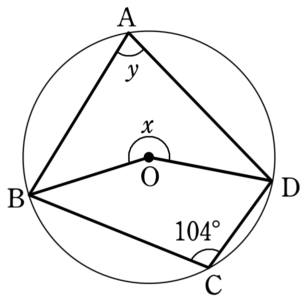
$\boxed{11}$

次の図において，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

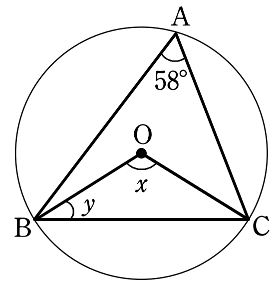
(1)



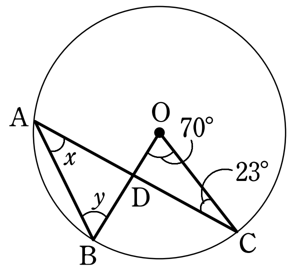
(2)



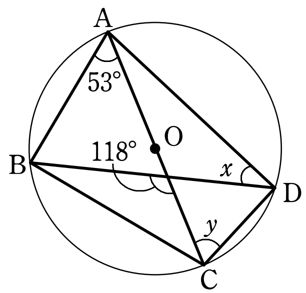
(3)



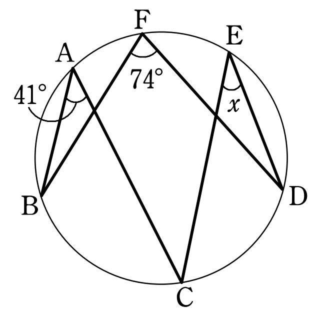
(4)



(5)



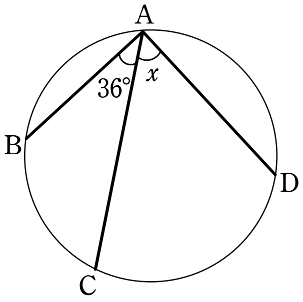
(6)



$\boxed{12}$

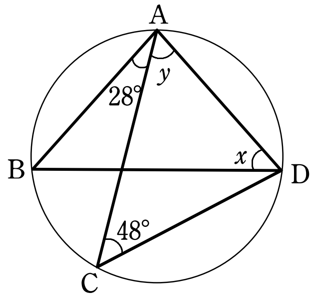
次の図において，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

(1)



$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD} = 2 : 3$

(2)

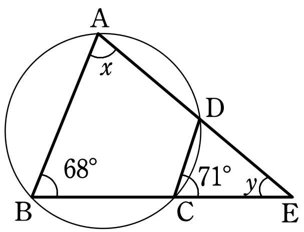


$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{AD} = 1 : 1$

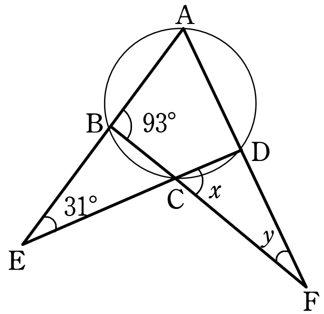
$\boxed{13}$

次の図において，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

(1)



(2)

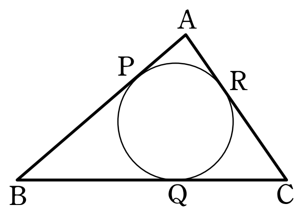


$\boxed{14}$

右の図のように，△ABC の内接円が，辺 AB，BC，CA と接する点を，それぞれ P，Q，R とする。また，

$AB = 10$，$BC = 12$，$CA = 8$

とする。このとき，AP の長さを求めなさい。



【解答＆解説】

$\boxed{1}$

解答 (1) $p=9$ (2) $y=\frac{9}{2}x$ (3) $k=-9$

$\boxed{2}$

解答 (1) $b=8$ (2) $\left(\frac{3}{2},\ 3\right)$ (3) $a=-\frac{1}{3}$

$\boxed{3}$

解答 (1) $a=2$ (2) (7，0) (3) 18 (4) $y=-10x+34$

$\boxed{4}$

解答 (1) 分速 $\frac{3}{10}$ km (分速 300 m) (2) $y=\frac{1}{15}x+\frac{8}{3}$ (3) $\frac{24}{7}$ km

$\boxed{5}$

解答 (1) $y=3x-2$ (2) $y=3x+2$ (3) $y=-3x-2$ (4) $y=-3x-13$

$\boxed{6}$

解答 $6 \leqq b \leqq 13$

$\boxed{7}$

解答 (1) $\ell=14-2x$ (2) $y=42-3x$，$21<y<42$

$\boxed{8}$

解答 (1) $a=-\frac{7}{6}$ (2) $y=4x-16$ (3) $y=-\frac{7}{8}x+\frac{41}{8}$

$\boxed{9}$

解答 (1) $a=2$ (2) $a=-6$，-1，1

$\boxed{10}$

解答 $\frac{10}{3}$ cm^3

$\boxed{11}$

解答 (1) $\angle x=68^\circ$，$\angle y=42^\circ$ (2) $\angle x=208^\circ$，$\angle y=76^\circ$
(3) $\angle x=116^\circ$，$\angle y=32^\circ$ (4) $\angle x=35^\circ$，$\angle y=58^\circ$
(5) $\angle x=37^\circ$，$\angle y=65^\circ$ (6) $\angle x=33^\circ$

$\boxed{12}$

解答 (1) $\angle x=54^\circ$ (2) $\angle x=48^\circ$，$\angle y=56^\circ$

$\boxed{13}$

解答 (1) $\angle x=71^\circ$，$\angle y=41^\circ$ (2) $\angle x=62^\circ$，$\angle y=25^\circ$

$\boxed{14}$

解答 3

$\boxed{1}$

解説

(1) 点 A (2，p) が直線 ℓ ：$y=-3x+15$ 上にあるから

$p=-3\times 2+15$ よって $p=9$

(2) 直線 m は原点 O と点 A (2，9) を通るから，その式は $y=\frac{9}{2}x$

(3) 連立方程式 $\begin{cases} y=\frac{9}{2}x \\ y=k \end{cases}$ を解くと $x=\frac{2}{9}k$，$y=k$

よって，直線 m と直線 $y=k$ の交点 B の座標は $\left(\frac{2}{9}k,\ k\right)$

連立方程式 $\begin{cases} y=-3x+15 \\ y=k \end{cases}$ を解くと $x=\frac{15-k}{3}$，$y=k$

よって，直線 ℓ と直線 $y=k$ の交点 C の座標は $\left(\frac{15-k}{3},\ k\right)$

$k<0$ であるから $\mathrm{BC}=\frac{15-k}{3}-\frac{2}{9}k=\frac{45-5k}{9}$

BC＝10 のとき $\frac{45-5k}{9}=10$

$9-k=18$

したがって $k=-9$

2

解説

(1)　直線 OA を表す式は $y=2x$ であるから　$b=2\times4=8$

(2)　$a=-2$ のとき，直線 AC を表す式は　$y=-2x+6$

点 A は 2 直線 OA，AC の交点である。

よって，点 A の座標は，連立方程式 $\begin{cases} y=2x \\ y=-2x+6 \end{cases}$ を解いて

$$x=\frac{3}{2},\ y=3 \quad より \quad \left(\frac{3}{2},\ 3\right)$$

(3)　点 B は x 座標が 2 で，直線 $y=2x$ 上の点である。

よって，点 B の座標は (2，4) で　BD$=4$

また，BD$=$BC となるから，点 C は点 B を右に 4 だけ移動した位置にある。

したがって，点 C の座標は　(6，4)

点 C は直線 $y=ax+6$ の上にあるから　$4=6a+6$

これを解いて　$a=-\frac{1}{3}$

3

解説

(1)　点 A は直線 ℓ 上の点であるから　$b=-3+7$　よって　$b=4$

したがって，点 A の座標は　(3，4)

点 A は直線 m 上の点であるから　$4=3a-2$　よって　$a=2$

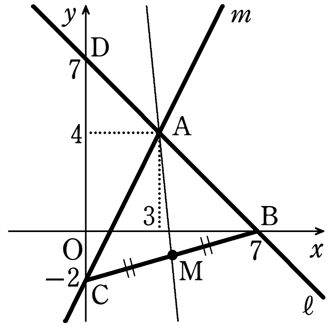
(2)　$y=-x+7$ において，$y=0$ とすると　$0=-x+7$　よって　$x=7$

したがって，点 B の座標は　(7，0)

(3)　△ABC の面積は

$$7\times6-\left(\frac{1}{2}\times7\times2+\frac{1}{2}\times3\times6+\frac{1}{2}\times4\times4\right)$$

$$=42-(7+9+8)=18$$



(4)　求める直線は，点 A と線分 BC の中点を通る直線である。

線分 BC の中点を M とすると，M の座標は

$$\left(\frac{7+0}{2},\ \frac{0-2}{2}\right) \quad すなわち \quad \left(\frac{7}{2},\ -1\right)$$

求める直線の式を　$y=px+q$　とおくと

$$\begin{cases} 4=3p+q \\ -1=\frac{7}{2}p+q \end{cases}$$

これを解いて　$p=-10$，$q=34$

よって，求める直線の式は　$y=-10x+34$

4

解説

(1)　10 分間に 3 km 進んでいるから，自転車は　分速 $\frac{3}{10}$ km (または 分速 300 m)

(2)　自転車をひいているときのグラフは，2 点 (20，4)，(50，6) を通っている。

求めるグラフの式を　$y=ax+b$　とおくと　$\begin{cases} 4=20a+b \\ 6=50a+b \end{cases}$

これを解いて　$a=\frac{1}{15}$，$b=\frac{8}{3}$

したがって，求める式は　$y=\frac{1}{15}x+\frac{8}{3}$

(3)　自転車に乗っているときのグラフの式は $y=\frac{3}{10}x$ である。

よって，2 直線 $y=\frac{3}{10}x$，$y=\frac{1}{15}x+\frac{8}{3}$ の交点の座標を考える。

連立方程式 $\begin{cases} y=\dfrac{3}{10}x \\ y=\dfrac{1}{15}x+\dfrac{8}{3} \end{cases}$ を解いて　$x=\dfrac{80}{7}$，$y=\dfrac{24}{7}$

したがって，パンクしたのは A 君の家から $\dfrac{24}{7}$ km の地点である。

5

解説

直線 $y=-3x+2$ 上の 2 点 A $(0,\ 2)$，B $(1,\ -1)$ をとる。

(1)　x 軸に関して A，B と対称な点の座標は，それぞれ

$(0,\ -2)$，$(1,\ 1)$

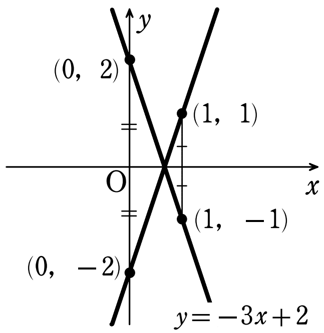
求める直線はこの 2 点を通るから

傾きは　$\dfrac{1-(-2)}{1-0}=3$，

y 切片は　-2

よって，求める直線の式は

$y=3x-2$



(2)　y 軸に関して A，B と対称な点の座標は，それぞれ　$(0,\ 2)$，$(-1,\ -1)$

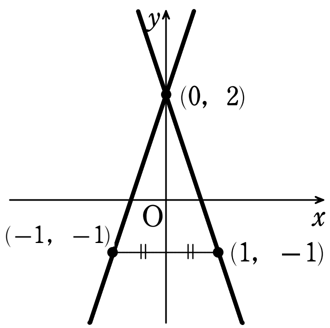
求める直線はこの 2 点を通るから

傾きは　$\dfrac{-1-2}{-1-0}=3$，

y 切片は　2

よって，求める直線の式は

$y=3x+2$



(3)　原点に関して A，B と対称な点の座標は，それぞれ　$(0,\ -2)$，$(-1,\ 1)$

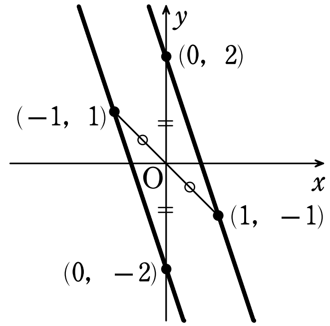
求める直線はこの 2 点を通るから

傾きは　$\dfrac{1-(-2)}{-1-0}=-3$，

y 切片は　-2

よって，求める直線の式は

$y=-3x-2$



(4)　A，B を左へ 5 だけ移動した点の座標は，それぞれ　$(0-5,\ 2)$，$(1-5,\ -1)$

すなわち　$(-5,\ 2)$，$(-4,\ -1)$

求める直線はこの 2 点を通るから，直線の式を $y=ax+b$ とおくと

$2=-5a+b$　……①

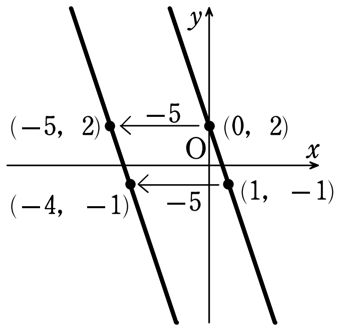
$-1=-4a+b$　……②

①−② から　$3=-a$　　よって　$a=-3$

$a=-3$ を ① に代入して　$2=-5\times(-3)+b$

よって　$b=-13$

したがって　$y=-3x-13$



6

解説

直線 $y=-x+b$ ……① は傾きが -1，y 切片が b である。

直線 ① が点 A $(1,\ 5)$ を通るとき，b の値は最小で

$5=-1+b$

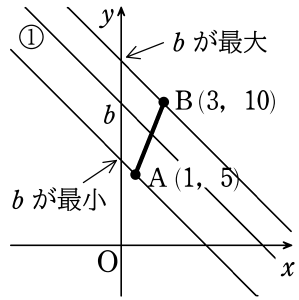
よって　$b=6$

直線 ① が点 B $(3,\ 10)$ を通るとき，b の値は最大で

$10=-3+b$

よって　$b=13$

したがって，b のとりうる値の範囲は　$6\leqq b\leqq 13$



$\boxed{7}$

(解説)

(1)　PB＝AB−AP であるから　$\ell=14-2x$

(2)　CQ∥BP であるから，四角形 PBCQ は台形である。

条件から　CQ$=x$

また，(1) から　PB$=\ell=14-2x$

よって　$y=\frac{1}{2}\times\{x+(14-2x)\}\times6=3(14-x)=42-3x$

x の変域は $0<x<7$ で　$x=0$ のとき $y=42$，　$x=7$ のとき $y=21$

したがって，y の変域は　$21<y<42$

$\boxed{8}$

(解説)

(1)　条件から，2 直線の交点は点 $(3,\ -2)$ である。

直線 $2ax-2y=-3$ がこの点を通るから

$$2a\times3-2\times(-2)=-3 \qquad よって\quad a=-\frac{7}{6}$$

(2)　$x-2y=4$ で $y=0$ とすると　$x=4$

よって，直線 $x-2y=4$ の x 軸上の点は　$(4,\ 0)$

直線 $y=4x$ と平行な直線の式は $y=4x+b$ とおける。

この直線が点 $(4,\ 0)$ を通るから　$0=4\times4+b$　　よって　$b=-16$

したがって，求める直線の式は　$y=4x-16$

(3)　$\begin{cases}2x+3y=16 & \cdots\cdots ①\\ 5x-4y=-29 & \cdots\cdots ②\end{cases}$

① の両辺に 4 をかけると　$8x+12y=64$　……①′

② の両辺に 3 をかけると　$15x-12y=-87$　……②′

①′＋②′ から　$23x=-23$　　よって　$x=-1$

これを ① に代入すると　$2\times(-1)+3y=16$　　よって　$y=6$

したがって，2 直線 ①，② の交点の座標は　$(-1,\ 6)$

$7x+8y=10$ を y について解くと　$y=-\frac{7}{8}x+\frac{5}{4}$

よって，求める直線の式は $y=-\frac{7}{8}x+b$ とおける。

この直線が点 $(-1,\ 6)$ を通るから　$6=-\frac{7}{8}\times(-1)+b$　　よって　$b=\frac{41}{8}$

したがって，求める直線の式は　$y=-\frac{7}{8}x+\frac{41}{8}$

$\boxed{9}$

(解説)

(1)　条件から，3 つの直線が 1 点で交わる。

その交点は 2 直線 $y=x+1$，$y=-x-5$ の交点である。

連立方程式 $\begin{cases}y=x+1\\ y=-x-5\end{cases}$ を解くと　$x=-3$，$y=-2$

よって，交点の座標は　$(-3,\ -2)$

直線 $y=ax+4$ がこの点を通るから　$-2=a\times(-3)+4$　　よって　$a=2$

(2)　直線 ℓ の傾きは $2a$，直線 m の傾きは 2，直線 n の傾きは -2 である。

直線 m と 直線 n は平行でないから，3 直線 ℓ，m，n が三角形を作らないのは，次の 3 つの場合がある。

[1]　直線 ℓ と 直線 m が平行。　[2]　直線 ℓ と 直線 n が平行。

[3]　直線 ℓ が 直線 m と 直線 n の交点を通る。

[1] のとき　$2a=2$　　よって　$a=1$

[2] のとき　$2a=-2$　　よって　$a=-1$

[3] のとき

連立方程式 $\begin{cases}y=2x+3\\ y=-2x-1\end{cases}$ を解くと　$x=-1$，$y=1$

よって，直線 m と 直線 n の交点の座標は　$(-1,\ 1)$

直線 ℓ がこの点を通ればよいから　$1=2a\times(-1)+a-5$

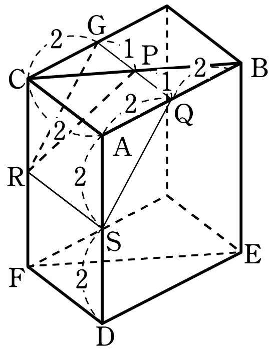
これを解いて　$a=-6$

[1]，[2]，[3] より，求める a の値は　$a=-6,\ -1,\ 1$

10

解説

右の図のように，もとの直方体を考え，点 G をとる。
点 A を含む立体は，三角柱 ASQ－CRG から三角錐 R－CPG を取り除いたものである。



三角柱 ASQ－CRG の体積は

$$\frac{1}{2}\times2\times2\times2=4\ (\mathrm{cm}^3)$$

三角錐 R－CPG の体積は

$$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)\times2=\frac{2}{3}\ (\mathrm{cm}^3)$$

よって，求める体積は　$4-\frac{2}{3}=\frac{10}{3}\ (\mathrm{cm}^3)$

11

解説

(1)　$\angle x$ は $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ に対する円周角であるから　$\angle x=\angle\mathrm{ACD}=68°$
△ABE の内角と外角について　$\angle y=110°-68°=42°$

(2)　$\angle x$ は $\overset{\frown}{\mathrm{BAD}}$ に対する中心角であるから　$\angle x=2\angle\mathrm{BCD}=2\times104°=208°$
このとき　$\angle\mathrm{BOD}=360°-208°=152°$
$\angle y$ は $\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}$ に対する円周角であるから　$\angle y=\frac{1}{2}\angle\mathrm{BOD}=\frac{1}{2}\times152°=76°$

(3)　$\angle\mathrm{BOC}$ は $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ に対する中心角であるから　$\angle x=2\angle\mathrm{BAC}=2\times58°=116°$
OB＝OC であるから　$\angle y=(180°-116°)\div2=32°$

(4)　$\angle x$ は $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ に対する円周角であるから　$\angle x=\frac{1}{2}\angle\mathrm{BOC}=\frac{1}{2}\times70°=35°$
△DCO の内角と外角について　$\angle\mathrm{BDC}=70°+23°=93°$
△DAB の内角と外角について　$\angle y=93°-35°=58°$

(5)　$\angle\mathrm{ABC}$ は半円の弧に対する円周角であるから　$\angle\mathrm{ABC}=90°$
△ABC において　$\angle\mathrm{BCA}=180°-(90°+53°)=37°$
$\angle x$ は $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する円周角であるから　$\angle x=\angle\mathrm{BCA}=37°$
AC と BD の交点を E とすると，△ABE の内角と外角について
$$\angle\mathrm{ABD}=118°-53°=65°$$
$\angle y$ は $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ に対する円周角であるから　$\angle y=\angle\mathrm{ABD}=65°$

(6)　F と C を結ぶ。
$\angle\mathrm{BFC}$ は $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ に対する円周角であるから　$\angle\mathrm{BFC}=\angle\mathrm{BAC}=41°$
よって　$\angle\mathrm{CFD}=74°-41°=33°$
$\angle x$ は $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する円周角であるから　$\angle x=\angle\mathrm{CFD}=33°$

12

解説

(1)　1 つの円の弧の長さは，円周角の大きさに比例するから
$36°:\angle x=2:3$
$2\angle x=108°$
よって　$\angle x=54°$

(2)　長さの等しい弧に対する円周角は等しいから　$\angle x=\angle\mathrm{ACD}=48°$
また，$\angle\mathrm{ABD}=\angle\mathrm{ADB}$ であるから　$\angle\mathrm{BAD}=180°-48°\times2=84°$
よって　$\angle y=84°-28°=56°$

13

解説

(1)　四角形 ABCD は円に内接しているから　$\angle x=71°$
△ABE において　$\angle y=180°-(71°+68°)=41°$

(2)　△BEC の内角と外角について　$\angle\mathrm{ECB}=93°-31°=62°$　よって　$\angle x=62°$
四角形 ABCD は円に内接しているから　$\angle\mathrm{CDF}=93°$
よって，△DCF において　$\angle y=180°-(93°+62°)=25°$

14

解説

AP＝x とおくと　BP＝$10-x$
よって　BQ＝$10-x$
また，AR＝AP＝x であるから　CR＝$8-x$

よって　　$CQ=8-x$

したがって，辺 BC の長さについて

$$(10-x)+(8-x)=12$$

$$x=3$$

すなわち　　$AP=3$