1

xy 平面上に 5 点 A$(0,\ 2)$，B$(2,\ 2)$，C$(2,\ 1)$，D$(4,\ 1)$，P$(0,\ 3)$ をとる。点 P を通り傾き a の直線 ℓ が，線分 BC と交わり，その交点は B，C と異なるとする。

(1)　a の値の範囲を求めよ。

(2)　直線 ℓ と線分 AB，線分 BC で囲まれる図形を x 軸の周りに 1 回転させてできる回転体の体積を V_1，直線 ℓ と線分 BC，線分 CD で囲まれる図形を x 軸の周りに 1 回転させてできる回転体の体積を V_2 とするとき，それらの和 $V=V_1+V_2$ を a の式で表せ。

(3)　(1) で求めた a の値の範囲で，(2) で求めた V は，$a=-\dfrac{3}{4}$ のとき最小値をとることを示せ。

2

xyz 空間の原点 O と，O を中心とし半径 1 の球面上の異なる 4 点 A，B，C，D を考える。点 A$\left(\cos\dfrac{\alpha}{2},\ \sin\dfrac{\alpha}{2},\ 0\right)$，B$\left(\cos\left(-\dfrac{\alpha}{2}\right),\ \sin\left(-\dfrac{\alpha}{2}\right),\ 0\right)$，$(0<\alpha<\pi)$ とする。

点 C，D は $\angle\mathrm{COA}=\angle\mathrm{COB}=\angle\mathrm{DOA}=\angle\mathrm{DOB}$ を満たし，点 C の z 座標は正，点 D の z 座標は負とする。

(1)　点 C の座標を α と $\theta=\angle\mathrm{COA}$ $(0<\theta<\pi)$ で表せ。

(2)　ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ の相異なる 2 つのベクトルのなす角がすべて等しいとき，点 C の座標を求めよ。

3

定数 a は実数であるとする。関数 $y=|x^2-2|$ と $y=|2x^2+ax-1|$ のグラフの共有点はいくつあるか。a の値によって分類せよ。