

高1数学総合S(甲陽) 確認テスト 前期第4講

氏名 _____ 得点 / 10

1 (各2点 計6点)

平面上に4点 O, A, B, C がある。 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$, $OA = 2$, $OB = 1$, $OC = \sqrt{2}$ のとき、次のものを求めよ。

- (1) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ (2) 辺 AB の長さ (3) $\triangle OAB$ の面積

2 (4点)

$\triangle ABC$ の内部に点 P があり、 $4\overrightarrow{PA} + 5\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ を満たしているとき、点 P はどのような位置にあるか。

1 (各2点 計6点)

解答 (1) $-\frac{3}{2}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

2 (4点)

解答 辺 BC を 3 : 5 に内分する点を D とすると, 点 P は線分 AD を 2 : 1 に内分する位置

1 (各2点 計6点)

(1) 条件から $|\vec{OA}|=2, |\vec{OB}|=1, |\vec{OC}|=\sqrt{2}$ ①

$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ から $\vec{OC} = -(\vec{OA} + \vec{OB})$

よって $|\vec{OC}|^2 = |\vec{OA} + \vec{OB}|^2$

ゆえに $|\vec{OC}|^2 = |\vec{OA}|^2 + 2\vec{OA} \cdot \vec{OB} + |\vec{OB}|^2$

① を代入して $(\sqrt{2})^2 = 2^2 + 2\vec{OA} \cdot \vec{OB} + 1^2$

よって $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -\frac{3}{2}$

(2) $|\vec{AB}|^2 = |\vec{OB} - \vec{OA}|^2 = |\vec{OB}|^2 - 2\vec{OA} \cdot \vec{OB} + |\vec{OA}|^2$

$= 1 - 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 4 = 8$

したがって, 辺 AB の長さは $|\vec{AB}| = 2\sqrt{2}$

(3) $\Delta OAB = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{OA}|^2 |\vec{OB}|^2 - (\vec{OA} \cdot \vec{OB})^2}$

$= \frac{1}{2} \sqrt{2^2 \times 1^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

2 (4点)

等式を変形すると

$-4\vec{AP} + 5(\vec{AB} - \vec{AP}) + 3(\vec{AC} - \vec{AP}) = \vec{0}$

よって $\vec{AP} = \frac{5\vec{AB} + 3\vec{AC}}{12}$

$= \frac{2}{3} \cdot \frac{5\vec{AB} + 3\vec{AC}}{3+5}$ 」 2点

ゆえに, 辺 BC を 3 : 5 に内分する点を D とすると

$\vec{AP} = \frac{2}{3} \vec{AD}$ であるから, 点 P は線分 AD を 2 : 1

に内分する位置にある。 」 2点

