

1

a を実数とし、 $a > 1$ とする。点 $P(1, a)$ を通り、円 $C: x^2 + y^2 = 1$ と接する 2 本の直線のうち、 $x=1$ とは異なる直線を l とする。 l と x 軸の交点を Q とする。

- (1) $A(1, 0)$ とする。線分 QA の長さ L を a を用いて表せ。
- (2) 三角形 PQA の面積を S とする。 a が $a > 1$ の範囲を動くとき、 S の最小値とそのときの a の値を求めよ。

2

(1) 方程式 $e^{2a} - 2e^a - 1 = 0$ を満たす実数 a を求めよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

(2) $t \geq 0$ に対して $F(t) = \int_0^t \frac{e^x}{e^x + e^{2t}} dx$ を求めよ。

(3) $t \geq 0$ の範囲での $F(t)$ の最大値と、最大値を与える t の値を求めよ。

3

n 枚の 100 円玉と $n+1$ 枚の 500 円玉を同時に投げたとき、表の出た 100 円玉の枚数より表の出た 500 円玉の枚数の方が多い確率を求めよ。

4

先頭車両から順に 1 から n までの番号のついた n 両編成の列車がある。ただし $n \geq 2$ とする。各車両を赤色、青色、黄色のいずれか 1 色で塗るとき、隣り合った車両の少なくとも一方が赤色となるような色の塗り方は何通りか。