

1

点 P は数直線上を原点 O を出発点として、確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ で正の向きに 1 進み、または負の向きに 1 進むとする。 n 回移動したときの P の座標を $X(n)$ で表す。

- (1) $X(8) = 2$ となる確率を求めよ。
- (2) $|X(7)|$ の期待値を求めよ。
- (3) P が 6 回目の移動が終わった時点で、一度も O に戻っていない確率を求めよ。

2

複素数 $\alpha = \cos \frac{360^\circ}{7} + i \sin \frac{360^\circ}{7}$ に対し、次の式の値を求めよ。ただし、 i は虚数単位とする。

- (1) $\alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 + \alpha^5 + \alpha^6$
- (2) $\frac{1}{1-\alpha} + \frac{1}{1-\alpha^6}$
- (3) $\frac{1}{1-\alpha} + \frac{1}{1-\alpha^2} + \frac{1}{1-\alpha^3} + \frac{1}{1-\alpha^4} + \frac{1}{1-\alpha^5} + \frac{1}{1-\alpha^6}$
- (4) $\frac{\alpha^2}{1-\alpha} + \frac{\alpha^4}{1-\alpha^2} + \frac{\alpha^6}{1-\alpha^3} + \frac{\alpha^8}{1-\alpha^4} + \frac{\alpha^{10}}{1-\alpha^5} + \frac{\alpha^{12}}{1-\alpha^6}$

3

$f(x) = x \sin x$ ($x \geq 0$) とする。点 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ における $y = f(x)$ の法線と、 $y = f(x)$ のグラフの $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分、および y 軸とで囲まれる図形を考える。この図形を x 軸の周りに回転して得られる回転体の体積を求めよ。

4

n チームがリーグ戦を行う。すなわち、各チームは他のすべてのチームとそれぞれ 1 回ずつ対戦する。引き分けはないものとし、勝つ確率はすべて $\frac{1}{2}$ で、各回の勝敗は独立に決まるものとする。このとき、 $(n-2)$ 勝 1 敗のチームがちょうど 2 チームである確率を求めよ。ただし、 n は 3 以上とする。