

高1数学総合SA 確認テスト 前期第11講

氏名 _____ 得点 / 10

□1 (各2点 計10点)

次の値を求めよ。

(1) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ のとき $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$

(2) $\tan \alpha = 5$ のとき $\tan 2\alpha$

(3) $\pi < \alpha < 2\pi$, $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ のとき $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$

1 (各2点 計10点)

【解答】 (1) $\sin 2\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{9}$, $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$ (2) $\tan 2\alpha = -\frac{5}{12}$

(3) $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{6}}$, $\cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{\sqrt{30}}{6}$

1 (各2点 計10点)

【解説】

(1) $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}$

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ であるから $\cos \alpha > 0$

よって $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

ゆえに $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$

(2) $\tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 5}{1 - 5^2} = -\frac{5}{12}$

(3) $\pi < \alpha < 2\pi$ より, $\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \pi$ であるから $\sin \frac{\alpha}{2} > 0$, $\cos \frac{\alpha}{2} < 0$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2} = \frac{1 - \frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{6}$$

$\sin \frac{\alpha}{2} > 0$ から $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2} = \frac{1 + \frac{2}{3}}{2} = \frac{5}{6}$$

$\cos \frac{\alpha}{2} < 0$ から $\cos \frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{5}{6}} = -\frac{\sqrt{30}}{6}$