

1

【解答】 (1) $y = -x + 5$: 1次関数 (2) $y = \frac{10}{x}$: 1次関数でない

(3) $y = 10x$: 1次関数

【解説】

(1) $2(x + y) = 10$

変形すると $y = -x + 5$

よって、 y は x の1次関数である。

(2) $xy = 10$

変形すると $y = \frac{10}{x}$

よって、 y は x の1次関数ではない。

(3) $y = 10 \times x$

すなわち $y = 10x$

よって、 y は x の1次関数である。

2

【解答】 (1) ① 2 ② 2 (2) ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{3}{4}$

【解説】

(1) ① x の増加量は $4 - 1 = 3$

y の増加量は $(2 \times 4 - 7) - (2 \times 1 - 7) = 6$

よって、変化の割合は $\frac{6}{3} = 2$

② x の増加量は $3 - (-2) = 5$

y の増加量は $(2 \times 3 - 7) - \{2 \times (-2) - 7\} = 10$

よって、変化の割合は $\frac{10}{5} = 2$

(2) ① x の増加量は $12 - 4 = 8$

y の増加量は $\left(-\frac{3}{4} \times 12 + 2\right) - \left(-\frac{3}{4} \times 4 + 2\right) = -6$

よって、変化の割合は $\frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$

② x の増加量は $10 - (-6) = 16$

y の増加量は $\left(-\frac{3}{4} \times 10 + 2\right) - \left\{-\frac{3}{4} \times (-6) + 2\right\} = -12$

よって、変化の割合は $\frac{-12}{16} = -\frac{3}{4}$

3

【解答】 (1) -4 (2) $\frac{2}{3}$ (3) -6 (4) -20

【解説】

(1) $\frac{-24}{6} = -4$

(2) $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

(3) y の増加量を p とすると $\frac{p}{3} = -2$

よって $p = -6$

(4) x の増加量を q とすると $\frac{12}{q} = -\frac{3}{5}$

よって $q = -20$

4

【解答】 (1) 7 (2) -3 (3) $\frac{2}{5}$ (4) -1.3

【解説】

(1) 7 (2) -3 (3) $\frac{2}{5}$ (4) -1.3

5

【解答】 (1) 36 (2) -12 (3) 9 (4) -8

【解説】

$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = (\text{変化の割合})$

中1数学 授業問題 ～1次関数～【解答&解説】

より $(y \text{ の増加量}) = (\text{変化の割合}) \times (x \text{ の増加量})$

(1) $3 \times 12 = 36$

(2) $(-1) \times 12 = -12$

(3) $\frac{3}{4} \times 12 = 9$

(4) $(-\frac{2}{3}) \times 12 = -8$

6

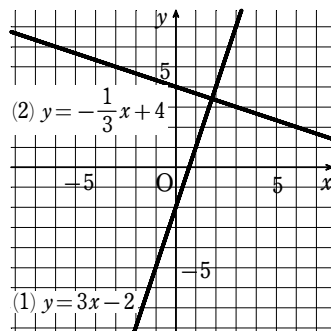
【解答】 ① 傾き $\frac{1}{3}$, y 切片 4 ② 傾き -1 , y 切片 6 ③ 傾き 2, y 切片 -4

【解説】

① 傾き $\frac{1}{3}$, y 切片 4 ② 傾き -1 , y 切片 6 ③ 傾き 2, y 切片 -4

7

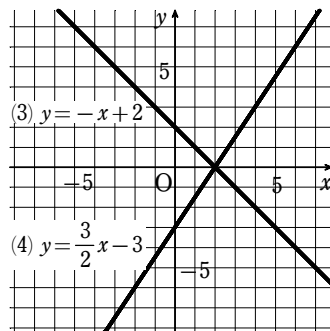
【解答】 (1) [図] (2) [図]



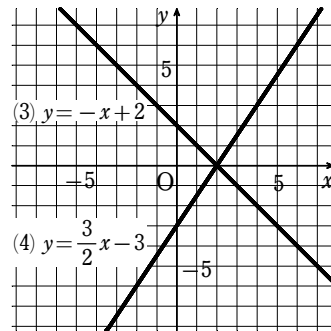
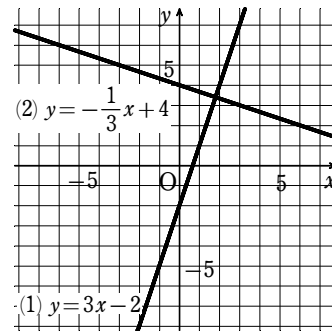
【解説】

(1), (2)

(3) [図] (4) [図]

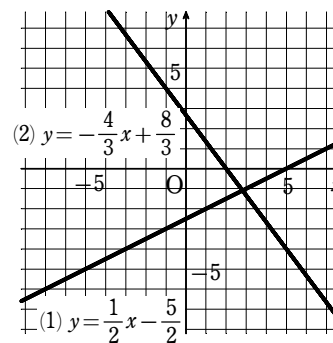


(3), (4)



8

【解答】 (1) [図] (2) [図]



【解説】

(1) 1次関数 $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ は

$$x=1 \text{ のとき } y=-2,$$

$$x=3 \text{ のとき } y=-1$$

である。

よって、この関数のグラフは、2点 $(1, -2)$,

$(3, -1)$ を通る直線である。

(2) 1次関数 $y = -\frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$ は

$$x=-1 \text{ のとき } y=4,$$

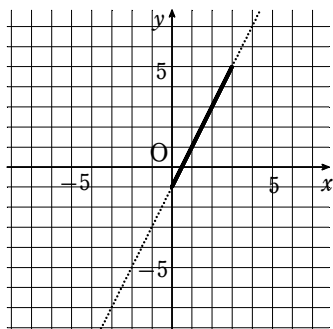
$$x=2 \text{ のとき } y=0$$

である。

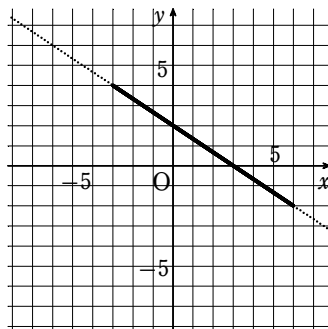
よって、この関数のグラフは、2点 $(-1, 4)$, $(2, 0)$ を通る直線である。

9

【解答】 (1) [図], $-1 \leq y \leq 5$



(2) [図], $-2 \leq y \leq 4$



解説

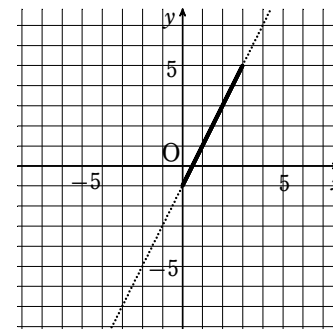
(1) 1次関数 $y = 2x - 1$ は,

$$x=0 \text{ のとき } y=-1$$

$$x=3 \text{ のとき } y=5$$

よって、グラフは右の図の実線部分で、値域は

$$-1 \leq y \leq 5$$



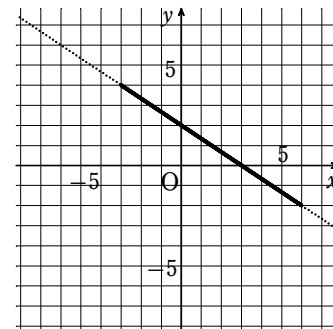
(2) 1次関数 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ は,

$$x=-3 \text{ のとき } y=4$$

$$x=6 \text{ のとき } y=-2$$

よって、グラフは右の図の実線部分で、値域は

$$-2 \leq y \leq 4$$



10

【解答】 ① $y = 3x - 2$ ② $y = -\frac{1}{2}x + 2$ ③ $y = \frac{1}{3}x - 6$

解説

① グラフの傾きは3, y 切片は -2 であるから、求める1次関数は $y = 3x - 2$

② グラフの傾きは $-\frac{1}{2}$, y 切片は 2 であるから、求める1次関数は $y = -\frac{1}{2}x + 2$

③ グラフの傾きは $\frac{1}{3}$, y 切片は -6 であるから、求める1次関数は $y = \frac{1}{3}x - 6$

11

【解答】 (1) $y=4x-8$ (2) $y=-\frac{1}{2}x+5$

【解説】

(1) 変化の割合が4であるから、求める1次関数の式は、 $y=4x+b$ とおける。

$x=-1$ のとき $y=-12$ であるから、これらを $y=4x+b$ に代入すると

$$-12=4 \times (-1) + b$$

$$b=-8$$

よって $y=4x-8$

(2) 変化の割合が $-\frac{1}{2}$ であるから、求める1次関数の式は、 $y=-\frac{1}{2}x+b$ とおける。

$x=-4$ のとき $y=7$ であるから、これらを $y=-\frac{1}{2}x+b$ に代入すると

$$7=-\frac{1}{2} \times (-4) + b$$

$$b=5$$

よって $y=-\frac{1}{2}x+5$

12

【解答】 (1) $y=3x-8$ (2) $y=\frac{2}{3}x+3$ (3) $y=2x-13$ (4) $y=-\frac{4}{3}x+5$

(5) $y=2x+3$ (6) $y=-\frac{1}{2}x-2$

【解説】

(1) 傾きが3であるから、求める直線の式は $y=3x+b$ とおける。

$x=6$ のとき $y=10$ であるから $10=3 \times 6 + b$

よって $b=-8$

したがって、求める直線の式は $y=3x-8$

(2) 傾きが $\frac{2}{3}$ であるから、求める直線の式は $y=\frac{2}{3}x+b$ とおける。

$x=-3$ のとき $y=1$ であるから $1=\frac{2}{3} \times (-3) + b$

よって $b=3$

したがって、求める直線の式は $y=\frac{2}{3}x+3$

(3) 直線 $y=2x$ に平行であるから、求める直線の式は $y=2x+b$ とおける。

$x=7$ のとき $y=1$ であるから $1=2 \times 7 + b$

よって $b=-13$

したがって、求める直線の式は $y=2x-13$

(4) 直線 $y=-\frac{4}{3}x$ に平行であるから、求める直線の式は $y=-\frac{4}{3}x+b$ とおける。

$x=9$ のとき $y=-7$ であるから $-7=-\frac{4}{3} \times 9 + b$

よって $b=5$

したがって、求める直線の式は $y=-\frac{4}{3}x+5$

(5) y 切片が3であるから、求める直線の式は $y=ax+3$ とおける。

$x=-2$ のとき $y=-1$ であるから $-1=-2a+3$

よって $a=2$

したがって、求める直線の式は $y=2x+3$

(6) y 切片が -2 であるから、求める直線の式は $y=ax-2$ とおける。

$x=-10$ のとき $y=3$ であるから $3=-10a-2$

よって $a=-\frac{1}{2}$

したがって、求める直線の式は $y=-\frac{1}{2}x-2$

13

【解答】 (1) $y=4x-7$ (2) $y=-5x+3$ (3) $y=\frac{2}{3}x-4$ (4) $y=-\frac{5}{2}x+6$

【解説】

(1) 求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。

$x=-1$ のとき $y=-11$ であるから $-11=-a+b$ …… ①

$x=2$ のとき $y=1$ であるから $1=2a+b$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $a=4, b=-7$

よって、求める直線の式は $y=4x-7$

(2) 求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。

$$x=-2 \text{ のとき } y=13 \text{ であるから } 13=-2a+b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x=3 \text{ のとき } y=-12 \text{ であるから } -12=3a+b \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を連立方程式として解くと } a=-5, b=3$$

よって、求める直線の式は $y=-5x+3$

(3) 求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。

$$x=-9 \text{ のとき } y=-10 \text{ であるから } -10=-9a+b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x=-3 \text{ のとき } y=-6 \text{ であるから } -6=-3a+b \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を連立方程式として解くと } a=\frac{2}{3}, b=-4$$

よって、求める直線の式は $y=\frac{2}{3}x-4$

(4) 求める直線の式を $y=ax+b$ とおく。

$$x=-8 \text{ のとき } y=26 \text{ であるから } 26=-8a+b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x=10 \text{ のとき } y=-19 \text{ であるから } -19=10a+b \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を連立方程式として解くと } a=-\frac{5}{2}, b=6$$

よって、求める直線の式は $y=-\frac{5}{2}x+6$

14

解答 (1) $y=3x-5$ (2) $y=\frac{3}{5}x+3$ (3) $y=-2x-3$

解説

(1) 2点(5, -6), (-3, 2)を結ぶ線分の midpoint の座標は

$$\left(\frac{5-3}{2}, \frac{-6+2}{2}\right) \text{ すなわち } (1, -2)$$

$y=3x$ に平行であるから、求める直線の式は $y=3x+b$ と表される。

この直線が、点(1, -2)を通るから

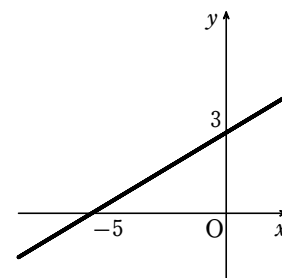
$$-2=3 \times 1+b \quad \text{よって} \quad b=-5$$

したがって、求める直線の式は $y=3x-5$

(2) 条件を満たす直線は右の図のようになる。

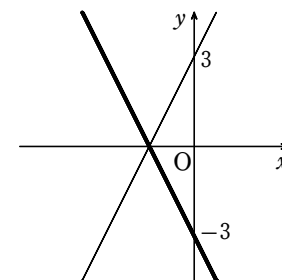
よって、この直線の傾きは $\frac{3}{5}$, y 切片は 3 となる。

したがって、求める直線の式は $y=\frac{3}{5}x+3$



(3) 直線 $y=2x+3$ と x 軸に関して対称な直線は、右の図から、傾きが -2 , y 切片が -3 であることがわかる。

したがって、求める直線の式は $y=-2x-3$



15

解答 (1) $a=9$ (2) $a=-\frac{2}{5}, b=-\frac{4}{5}$ (3) $a=-\frac{6}{5}$ (4) $a=-2, b=0$

(5) $a=5, b=-1$

解説

(1) $x=a$ のとき $y=-2$ であるから $-2=-\frac{2}{3}a+4$

これを解いて $a=9$

(2) $x=3$ のとき $y=-2$ であるから $\begin{cases} -2=3a+b \\ -2=3b-a \end{cases}$

これを解いて $a=-\frac{2}{5}, b=-\frac{4}{5}$

(3) 2直線の y 切片が等しくなればよい。

直線 $y=2x-3$ の y 切片は -3

直線 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}a$ の y 切片は $\frac{5}{2}a$

よって $\frac{5}{2}a = -3$

したがって $a = -\frac{6}{5}$

- (4) 点 $(1, 2)$ と x 軸, y 軸に関して対称な点の座標は, それぞれ $(1, -2)$, $(-1, 2)$ である。

直線 $y = ax + b$ は, この2点を通るから
$$\begin{cases} -2 = a + b \\ 2 = -a + b \end{cases}$$

これを解いて $a = -2, b = 0$

- (5) 直線 $y = ax - 3$ が点 $(1, -2b)$ を通るから $-2b = a - 3 \dots\dots ①$

直線 $y = x + b$ が点 $(2a, 9)$ を通るから $9 = 2a + b \dots\dots ②$

①, ②を連立方程式として解くと $a = 5, b = -1$

16

【解答】 (1) $a = 5$ (2) $a = 4$ (3) $a = 5$

【解説】

- (1) 3点 A, B, C が一直線上にあるから, 直線 AB の傾きと直線 BC の傾きは等しい。

直線 AB の傾きは $\frac{-4-1}{11-1} = -\frac{1}{2}$

直線 BC の傾きは $\frac{a-(-4)}{-7-11} = \frac{a+4}{-18}$

よって $-\frac{1}{2} = \frac{a+4}{-18}$

したがって $a = 5$

- (2) 3点 A, B, C が一直線上にあるから, 直線 AB の傾きと直線 BC の傾きは等しい。

直線 AB の傾きは $\frac{\frac{9}{2} - (-\frac{9}{2})}{2 - (-1)} = 3$

$a = 2$ のとき, 点 B と点 C の x 座標が等しくなり, 問題に適さないので $a \neq 2$

直線 BC の傾きは $\frac{\frac{21}{2} - \frac{9}{2}}{a-2} = \frac{6}{a-2}$

よって $3 = \frac{6}{a-2}$ すなわち $3(a-2) = 6$

したがって $a = 4$

- (3) 3点 A, B, C が一直線上にあるから, 直線 AB の傾きと直線 BC の傾きは等しい。

直線 AB の傾きは $\frac{(a+3)-5}{-1-0} = -a+2$

直線 BC の傾きは $\frac{(1-a)-(a+3)}{3-(-1)} = \frac{-2a-2}{4} = \frac{-a-1}{2}$

よって $-a+2 = \frac{-a-1}{2}$

したがって $a = 5$

17

【解答】 (1) $a = 4, b = 11$ (2) $a = -3, b = 12$ (3) $a = -1, b = 8$

(4) $a = 5, b = 4$ (5) $\begin{cases} a = 2, b = 1 \\ a = -2, b = 3 \end{cases}$

【解説】

- (1) $a > 0$ であるから, 1次関数 $y = ax - 5$ のグラフは右上がりの直線である。

よって $x = -3$ のとき $y = -17 \dots\dots ①$

$x = 4$ のとき $y = b \dots\dots ②$

①より $-17 = -3a - 5 \dots\dots ③$

②より $b = 4a - 5 \dots\dots ④$

③, ④を連立方程式として解くと $a = 4, b = 11$ ($a > 0$ を満たす)

- (2) $a < 0$ であるから, 1次関数 $y = ax + 6$ のグラフは右下がりの直線である。

よって $x = -2$ のとき $y = b \dots\dots ①$

$x = 2$ のとき $y = 0 \dots\dots ②$

①より $b = -2a + 6 \dots\dots ③$

②より $0 = 2a + 6 \dots\dots ④$

③, ④を連立方程式として解くと $a = -3, b = 12$ ($a < 0$ を満たす)

- (3) $a < 0$ であるから, 1次関数 $y = ax + a + 4$ のグラフは右下がりの直線である。

よって $x=-4$ のとき $y=b$ …… ①

$x=1$ のとき $y=2$ …… ②

① より $b=-3a+4$ …… ③

② より $2=2a+4$ …… ④

③, ④ を連立方程式として解くと $a=-1, b=7$ ($a<0$ を満たす)

(4) 変化の割合が負であるから, 1次関数 $y=-x+3$ のグラフは右下がりの直線である。

よって $x=-1$ のとき $y=b$ …… ①

$x=a$ のとき $y=-2$ …… ②

① より $b=1+3$ …… ③

② より $-2=-a+3$ …… ④

③, ④ より $a=5, b=4$

(5) $a>0$ のとき

1次関数 $y=ax+b$ のグラフは右上がりの直線である。

よって $x=-2$ のとき $y=-3$ …… ①

$x=3$ のとき $y=7$ …… ②

① より $-3=-2a+b$ …… ③

② より $7=3a+b$ …… ④

③, ④ を連立方程式として解くと $a=2, b=1$ ($a>0$ を満たす)

$a<0$ のとき

1次関数 $y=ax+b$ のグラフは右下がりの直線である。

よって $x=-2$ のとき $y=7$ …… ⑤

$x=3$ のとき $y=-3$ …… ⑥

⑤ より $7=-2a+b$ …… ⑦

⑥ より $-3=3a+b$ …… ⑧

⑦, ⑧ を連立方程式として解くと $a=-2, b=3$ ($a<0$ を満たす)

$$\text{答} \begin{cases} a=2, b=1 \\ a=-2, b=3 \end{cases}$$

18

【解答】 (1) ① $2 \leq p \leq 8$ ② $1 \leq q \leq \frac{13}{3}$ (2) $\frac{1}{2} \leq k \leq 3$ (3) $\frac{1}{2} \leq a \leq 7$

【解説】

(1) ① 点 A (3, 9) を通るとき, p の値は最大で $9 = \frac{1}{3} \times 3 + p$

これを解いて $p=8$

点 B (9, 5) を通るとき, p の値は最小で $5 = \frac{1}{3} \times 9 + p$

これを解いて $p=2$

よって, p の値の範囲は $2 \leq p \leq 8$

② 点 A (3, 9) を通るとき, q の値は最大で $9 = 3q - 4$

これを解いて $q = \frac{13}{3}$

点 B (9, 5) を通るとき, q の値は最小で $5 = 9q - 4$

これを解いて $q=1$

よって, q の値の範囲は $1 \leq q \leq \frac{13}{3}$

(2) 点 A (2, 6) を通るとき, k の値は最大で $6 = 2k$

これを解いて $k=3$

点 B (4, 2) を通るとき, k の値は最小で $2 = 4k$

これを解いて $k = \frac{1}{2}$

したがって, k の値の範囲は $\frac{1}{2} \leq k \leq 3$

(3) 点 A (3, 0) を通るとき, 直線 l の傾き a は最小となる。

このとき, 直線 l は, 2点 $(-1, -2), (3, 0)$ を通る。

よって, 傾き a は $a = \frac{0 - (-2)}{3 - (-1)} = \frac{1}{2}$

点 B (0, 5) を通るとき, 直線 l の傾き a は最大となる。

このとき, 直線 l は, 2点 $(-1, -2), (0, 5)$ を通る。

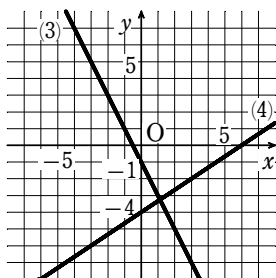
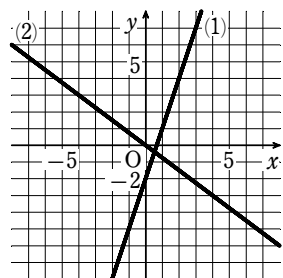
よって, 傾き a は $a = \frac{5 - (-2)}{0 - (-1)} = 7$

したがって, a の値の範囲は $\frac{1}{2} \leq a \leq 7$

19

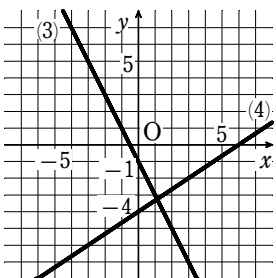
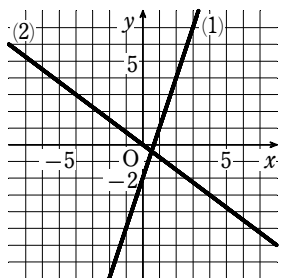
【解答】 (1) $y=3x-2$, [図] (2) $y=-\frac{3}{4}x$, [図] (3) $y=-2x-1$, [図]

(4) $y=\frac{2}{3}x-4$, [図]



【解説】

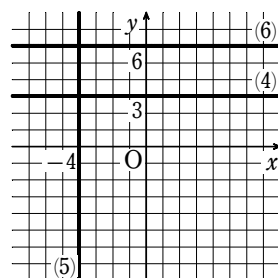
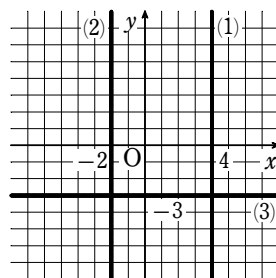
- (1) $3x - y = 2$ を y について解くと $y = 3x - 2$
 (2) $3x + 4y = 0$ を y について解くと $y = -\frac{3}{4}x$
 (3) $2x + y + 1 = 0$ を y について解くと $y = -2x - 1$
 (4) $2x - 3y = 12$ を y について解くと $y = \frac{2}{3}x - 4$



20

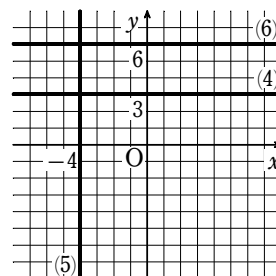
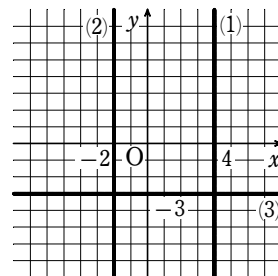
【解答】 (1) ～ (3) [図]

(4) ～ (6) [図]



【解説】

- (1) $x = 4$ (2) $x = -2$ (3) $y = -3$
 (4) $y = 3$ (5) $x = -4$ (6) $y = 6$



21

【解答】 (1) (1, 4) (2) $(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ (3) (5, 2) (4) $(\frac{5}{2}, -\frac{3}{4})$

【解説】

- (1) $\ell : y = x + 3$ ①
 $m : y = -4x + 8$ ②

①, ② を連立方程式として解くと $x = 1, y = 4$
 よって, ℓ, m の交点の座標は (1, 4)

(2) $\ell : y=3x+5$ …… ①

$m : y=-x+3$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x=-\frac{1}{2}, y=\frac{7}{2}$

よって, ℓ, m の交点の座標は $(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$

(3) $\ell : 2x-y=8$ …… ①

$m : x+3y=11$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x=5, y=2$

よって, ℓ, m の交点の座標は $(5, 2)$

(4) $\ell : 8x+4y=17$ …… ①

$m : 3x-2y=9$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x=\frac{5}{2}, y=-\frac{3}{4}$

よって, ℓ, m の交点の座標は $(\frac{5}{2}, -\frac{3}{4})$

22

【解答】 (1) $(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3})$ (2) $(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$ (3) $(\frac{8}{3}, \frac{7}{3})$ (4) $(-\frac{6}{7}, \frac{11}{7})$

【解説】

(1) 直線 ℓ の式は $y=x-3$ …… ①

直線 m の式は $y=-2x+2$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x=\frac{5}{3}, y=-\frac{4}{3}$

よって, ℓ, m の交点の座標は $(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3})$

(2) 直線 ℓ の式は $y=2x-1$ …… ①

直線 m の式は $y=-x+3$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x=\frac{4}{3}, y=\frac{5}{3}$

よって, ℓ, m の交点の座標は $(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$

(3) 直線 ℓ の式は $y=\frac{1}{2}x+1$ …… ①

直線 m の式は $y=2x-3$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x=\frac{8}{3}, y=\frac{7}{3}$

よって, ℓ, m の交点の座標は $(\frac{8}{3}, \frac{7}{3})$

(4) 直線 ℓ の式は $y=\frac{5}{3}x+3$ …… ①

直線 m の式は $y=-\frac{2}{3}x+1$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x=-\frac{6}{7}, y=\frac{11}{7}$

よって, ℓ, m の交点の座標は $(-\frac{6}{7}, \frac{11}{7})$

23

【解答】 (1) 12 (2) 7 (3) 6 (4) $\frac{19}{2}$

【解説】

(1) 直線 $y=-x+3$ と x 軸との交点の x 座標は

$0=-x+3$ より $x=3$

直線 $y=2x+6$ と x 軸との交点の x 座標は

$0=2x+6$ より $x=-3$

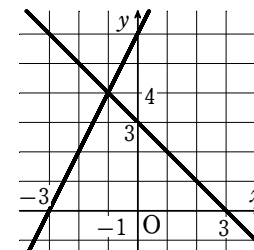
また, 2直線 $y=-x+3, y=2x+6$ の交点の座

標は, 連立方程式 $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x+6 \end{cases}$ を解いて

$x=-1, y=4$ より $(-1, 4)$

したがって, 求める三角形の面積は

$\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$



- (2) 直線 $2x - y + 2 = 0$ と x 軸との交点の x 座標は

$$2x - 0 + 2 = 0 \quad \text{より} \quad x = -1$$

直線 $x + 3y - 6 = 0$ と x 軸との交点の x 座標は

$$x + 3 \times 0 - 6 = 0 \quad \text{より} \quad x = 6$$

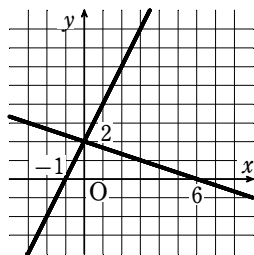
また、2直線 $2x - y + 2 = 0$ 、 $x + 3y - 6 = 0$ の交点

の座標は、連立方程式 $\begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ x + 3y - 6 = 0 \end{cases}$ を解いて

$$x = 0, y = 2 \quad \text{より} \quad (0, 2)$$

したがって、求める三角形の面積は

$$\frac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7$$



- (3) 直線 $x - y + 2 = 0$ と x 軸との交点の x 座標は

$$x - 0 + 2 = 0 \quad \text{より} \quad x = -2$$

直線 $4x - y - 4 = 0$ と x 軸との交点の x 座標は

$$4x - 0 - 4 = 0 \quad \text{より} \quad x = 1$$

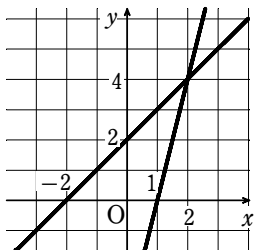
また、2直線 $x - y + 2 = 0$ 、 $4x - y - 4 = 0$ の交点

の座標は、連立方程式 $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 4x - y - 4 = 0 \end{cases}$ を解いて

$$x = 2, y = 4 \quad \text{より} \quad (2, 4)$$

したがって、求める三角形の面積は

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$



- (4) 2直線 $x - 5y + 15 = 0$ 、 $3x + 4y = 12$ の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} x - 5y + 15 = 0 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases}$

を解いて $x = 0, y = 3$ より $(0, 3)$

2直線 $3x + 4y = 12$ 、 $4x - y = 16$ の交点の座標は、

連立方程式 $\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 4x - y = 16 \end{cases}$ を解いて

$$x = 4, y = 0 \quad \text{より} \quad (4, 0)$$

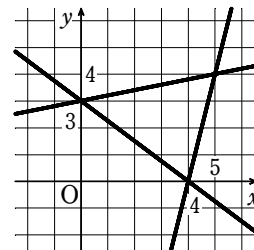
2直線 $4x - y = 16$ 、 $x - 5y + 15 = 0$ の交点の座標は、

連立方程式 $\begin{cases} 4x - y = 16 \\ x - 5y + 15 = 0 \end{cases}$ を解いて

$$x = 5, y = 4 \quad \text{より} \quad (5, 4)$$

したがって、求める三角形の面積は

$$4 \times 5 - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 \times 4 \right) = 20 - \left(6 + \frac{5}{2} + 2 \right) = \frac{19}{2}$$



24

【解答】 (1) $y = -\frac{1}{3}x + 6$ (2) $y = -3x + 6$ (3) $y = \frac{1}{2}x - 5$ (4) $y = 2x - 4$

【解説】

- (1) 2直線 $y = 4x - 7$ 、 $y = -3x + 14$ の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} y = 4x - 7 \\ y = -3x + 14 \end{cases}$ を解いて

$$x = 3, y = 5 \quad \text{より} \quad (3, 5)$$

求める直線の式は $y = -\frac{1}{3}x + b$ とおける。

$$\text{この直線が、点 } (3, 5) \text{ を通るから} \quad 5 = -\frac{1}{3} \times 3 + b$$

$$\text{これを解いて} \quad b = 6$$

$$\text{よって、求める直線の式は} \quad y = -\frac{1}{3}x + 6$$

- (2) 直線 $y = 4x - 8$ と x 軸との交点の x 座標は $0 = 4x - 8$ より $x = 2$

直線 $y = -3x + 1$ に平行な直線は $y = -3x + b$ とおける。

$$\text{この直線が、点 } (2, 0) \text{ を通るから} \quad 0 = -3 \times 2 + b$$

$$\text{これを解いて} \quad b = 6$$

$$\text{よって、求める直線の式は} \quad y = -3x + 6$$

- (3) 2直線 $y = -2x + 5$ 、 $y = x - 7$ の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} y = -2x + 5 \\ y = x - 7 \end{cases}$ を解いて

$$x=4, y=-3 \text{ より } (4, -3)$$

直線 $y=\frac{1}{2}x+3$ に平行な直線は $y=\frac{1}{2}x+b$ とおける。

この直線が、点 $(4, -3)$ を通るから $-3=\frac{1}{2}\times 4+b$

これを解いて $b=-5$

よって、求める直線の式は $y=\frac{1}{2}x-5$

(4) 点 C の x 座標は $3x+0-6=0$ より $x=2$

よって、点 C の座標は $(2, 0)$

また、直線 AB の傾きは $\frac{-6-4}{-3-2}=2$

したがって、求める直線は、点 $(2, 0)$ を通る、傾き 2 の直線である。

求める直線の式は $y=2x+b$ とおける。

この直線が、点 $(2, 0)$ を通るから $0=2\times 2+b$

これを解いて $b=-4$

よって、求める直線の式は $y=2x-4$

25

【解答】 (1) $a=-4$ (2) $a=4, b=-\frac{3}{2}$ (3) $k=-\frac{3}{5}$

(4) 点 P の座標は $(2, 8), a=7$

【解説】

(1) $y=3x+2a, y=-2x-3a$ について、 $x=4$ のときの y の値が等しくなればよい。

よって $3\times 4+2a=-2\times 4-3a$

これを解いて $a=-4$

(2) $x-6y-2a=0, ax+2y+7=0$ が、 $x=-1, y=b$ のとき、ともに成り立てばよい。

よって
$$\begin{cases} -1-6b-2a=0 \\ -a+2b+7=0 \end{cases}$$

これを解いて $a=4, b=-\frac{3}{2}$

(3) $3x-y-5=0, 3kx+4y+3=0$ について、 $y=0$ のときの x の値が等しくなればよい。

$3x-y-5=0$ に $y=0$ を代入すると $3x-0-5=0$

これを解いて $x=\frac{5}{3}$

$3kx+4y+3=0$ に $y=0$ を代入すると

$3kx+4\times 0+3=0$ すなわち $3kx+3=0$

この式が、 $x=\frac{5}{3}$ のとき成立するから $3k\times \frac{5}{3}+3=0$

これを解いて $k=-\frac{3}{5}$

(4) 点 P は、2 直線 $y=4x, y=-x+10$ の交点となる。

点 P の座標は、連立方程式
$$\begin{cases} y=4x \\ y=-x+10 \end{cases}$$
 を解いて

$x=2, y=8$ より $(2, 8)$

直線 $y=ax-6$ は点 P を通るから $8=a\times 2-6$

これを解いて $a=7$

【図】 点 P の座標は $(2, 8), a=7$

26

【解答】 (1) $a=18$ (2) $a=19$ (3) $a=2$ (4) $a=2, b=-1$

【解説】

(1) 2 直線 $x+y=3, 2x+3y=6$ の交点の座標は、連立方程式
$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+3y=6 \end{cases}$$
 を解いて

$x=3, y=0$ より $(3, 0)$

直線 $6x-y=a$ がこの点を通ればよいから $6\times 3-0=a$

したがって $a=18$

(2) 2 直線 $3x-y=9, x+2y=-4$ の交点の座標は、連立方程式
$$\begin{cases} 3x-y=9 \\ x+2y=-4 \end{cases}$$
 を解い

て $x=2, y=-3$ より $(2, -3)$

直線 $2x-5y=a$ がこの点を通ればよいから $2\times 2-5\times (-3)=a$

したがって $a=19$

(3) 2 直線 $x+3y=2, x+y=0$ の交点の座標は、連立方程式
$$\begin{cases} x+3y=2 \\ x+y=0 \end{cases}$$
 を解いて

$$x=-1, y=1 \text{ より } (-1, 1)$$

直線 $ax-2y=-4$ がこの点を通ればよいから $a \times (-1) - 2 \times 1 = -4$

したがって $a=2$

- (4) 2直線 $x+y=1$, $3x-y=11$ の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} x+y=1 \\ 3x-y=11 \end{cases}$ を解いて

$$x=3, y=-2 \text{ より } (3, -2)$$

直線 $ax-by=4$ がこの点を通ればよいから $a \times 3 - b \times (-2) = 4$

すなわち $3a+2b=4$ …… ①

直線 $ax-by=4$ は、 $b=0$ のとき傾きが -2 にならないので $b \neq 0$

$$ax-by=4 \text{ を変形して } y=\frac{a}{b}x-\frac{4}{b}$$

直線 $ax-by=4$ の傾きが -2 となればよいから $\frac{a}{b}=-2$

すなわち $a=-2b$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $a=2, b=-1$

27

解答 (1) $a=-\frac{1}{3}, 3, 5$ (2) $a=\frac{3}{2}, 6, \frac{1}{2}$

解説

- (1) ℓ と m は平行ではないから、3直線 ℓ, m, n が三角形をつくらないのは、次の3つの場合である。

[1] ℓ と n が平行

[2] m と n が平行

[3] n が ℓ と m の交点を通る

[1] のとき、 ℓ の傾きは $-\frac{1}{3}$, n の傾きは a であるから $a=-\frac{1}{3}$

[2] のとき、 m の傾きは 3 , n の傾きは a であるから $a=3$

[3] のとき、 ℓ と m の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} x+3y+1=0 \\ 3x-y+3=0 \end{cases}$ を解いて

$$x=-1, y=0 \text{ より } (-1, 0)$$

よって、 n が点 $(-1, 0)$ を通ればよいから $-a-0+5=0$

これを解いて $a=5$

[1], [2], [3] より、求める a の値は $a=-\frac{1}{3}, 3, 5$

- (2) ℓ と m は平行ではないから、3直線 ℓ, m, n が三角形をつくらないのは、次の3つの場合である。

[1] ℓ と n が平行

[2] m と n が平行

[3] n が ℓ と m の交点を通る

また、 $a=0$ のときは ℓ, m, n が三角形をつくるから、 $a \neq 0$ である。

[1] のとき、 ℓ の傾きは $\frac{2}{3}$, n の傾きは $\frac{1}{a}$ であるから $\frac{2}{3}=\frac{1}{a}$

$$\text{よって } a=\frac{3}{2}$$

[2] のとき、 m の傾きは $\frac{1}{6}$, n の傾きは $\frac{1}{a}$ であるから $\frac{1}{6}=\frac{1}{a}$

$$\text{よって } a=6$$

[3] のとき、 ℓ と m の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} 2x-3y=12 \\ -\frac{1}{3}x+2y=1 \end{cases}$ を解いて

$$x=9, y=2 \text{ より } (9, 2)$$

よって、 n が点 $(9, 2)$ を通ればよいから $9-2a=8$

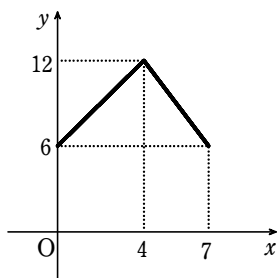
$$\text{これを解いて } a=\frac{1}{2}$$

[1], [2], [3] より、求める a の値は $a=\frac{3}{2}, 6, \frac{1}{2}$

28

【解答】 (1) $y = \frac{3}{2}x + 6$ (2) $y = -2x + 20$

(3) [図] (4) $x = \frac{4}{3}, 6$



【解説】

(1) $0 < x \leq 4$ のとき

四角形 ABCP は $AP \parallel BC$ の台形で、 $AP = x$ であるから

$$y = \frac{1}{2} \times (x + 4) \times 3 = \frac{3}{2}x + 6$$

これは、 $x = 0$ のときにも成り立つ。

図 $y = \frac{3}{2}x + 6$

(2) $4 \leq x < 7$ のとき

四角形 ABCP は $AB \parallel PC$ の台形で、 $PC = 7 - x$ であるから

$$y = \frac{1}{2} \times \{(7 - x) + 3\} \times 4$$

$$= 2(10 - x) = -2x + 20$$

これは、 $x = 7$ のときにも成り立つ。

図 $y = -2x + 20$

(3) 右の図のようになる。

(4) グラフより、 $y = 8$ となるのは $0 \leq x \leq 4$ のときに 1 回、 $4 \leq x \leq 7$ のときに 1 回あることがわかる。

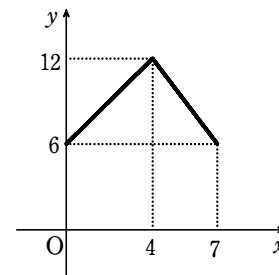
$$0 \leq x \leq 4 \text{ のとき} \quad 8 = \frac{3}{2}x + 6$$

$$\text{これを解いて} \quad x = \frac{4}{3}$$

$$4 \leq x \leq 7 \text{ のとき} \quad 8 = -2x + 20$$

$$\text{これを解いて} \quad x = 6$$

したがって、求める x の値は $x = \frac{4}{3}, 6$



29

【解答】 (1) 分速 $\frac{3}{10}$ km (分速 300 m) (2) $y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3}$ (3) $\frac{24}{7}$ km

【解説】

(1) 10 分間に 3 km 進んでいるから、自転車は 分速 $\frac{3}{10}$ km (または 分速 300 m)

(2) 自転車をひいているときのグラフは、2 点 (20, 4), (50, 6) を通っている。

$$\text{求めるグラフの式を } y = ax + b \text{ とおくと} \quad \begin{cases} 4 = 20a + b \\ 6 = 50a + b \end{cases}$$

$$\text{これを解いて} \quad a = \frac{1}{15}, b = \frac{8}{3}$$

したがって、求める式は $y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3}$

(3) 自転車に乗っているときのグラフの式は $y = \frac{3}{10}x$ である。

よって、2 直線 $y = \frac{3}{10}x$, $y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3}$ の交点の座標を考える。

$$\text{連立方程式} \quad \begin{cases} y = \frac{3}{10}x \\ y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3} \end{cases} \text{を解いて} \quad x = \frac{80}{7}, y = \frac{24}{7}$$

したがって、パンクしたのは A 君の家から $\frac{24}{7}$ km の地点である。

30

【解答】 (1) $b=8$ (2) $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ (3) $a=-\frac{1}{3}$

【解説】

(1) 直線 OA を表す式は $y=2x$ であるから $b=2 \times 4=8$

(2) $a=-2$ のとき、直線 AC を表す式は $y=-2x+6$

点 A は 2 直線 OA, AC の交点である。

よって、点 A の座標は、連立方程式 $\begin{cases} y=2x \\ y=-2x+6 \end{cases}$ を解いて

$$x=\frac{3}{2}, y=3 \text{ より } \left(\frac{3}{2}, 3\right)$$

(3) 点 B は x 座標が 2 で、直線 $y=2x$ 上の点である。

よって、点 B の座標は (2, 4) で $BD=4$

また、 $BD=BC$ となるから、点 C は点 B を右に 4 だけ移動した位置にある。

したがって、点 C の座標は (6, 4)

点 C は直線 $y=ax+6$ の上にあるから $4=6a+6$

これを解いて $a=-\frac{1}{3}$

31

【解答】 $y=2x-2$

【解説】

線分 BC の中点を M とする。

$\triangle ABM$ と $\triangle ACM$ は底辺の長さと高さが等しいから、面積は等しくなる。

よって、直線 AM は $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する。

$$BC=4-(-2)=6 \text{ より } BM=3$$

したがって、M の座標は (1, 0)

よって、求める直線の式を $y=ax+b$ とおくと、2 点 A (2, 2), M (1, 0) を通るから

$$\begin{cases} 2=2a+b \\ 0=a+b \end{cases}$$

これを解いて $a=2, b=-2$

したがって、求める直線の式は $y=2x-2$

32

【解答】 (1) $a=2$ (2) (7, 0) (3) 18 (4) $y=-10x+34$

【解説】

(1) 点 A は直線 ℓ 上の点であるから $b=-3+7$ よって $b=4$

したがって、点 A の座標は (3, 4)

点 A は直線 m 上の点であるから $4=3a-2$ よって $a=2$

(2) $y=-x+7$ において、 $y=0$ とすると $0=-x+7$ よって $x=7$

したがって、点 B の座標は (7, 0)

(3) $\triangle ABC$ の面積は

$$\begin{aligned} & 7 \times 6 - \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \\ &= 42 - (7 + 9 + 8) = 18 \end{aligned}$$

(4) 求める直線は、点 A と線分 BC の中点を通る直線である。

線分 BC の中点を M とすると、M の座標は

$$\left(\frac{7+0}{2}, \frac{0-2}{2} \right) \text{ すなわち } \left(\frac{7}{2}, -1 \right)$$

求める直線の式を $y=px+q$ とおくと

$$\begin{cases} 4=3p+q \\ -1=\frac{7}{2}p+q \end{cases}$$

これを解いて $p=-10, q=34$

よって、求める直線の式は $y=-10x+34$

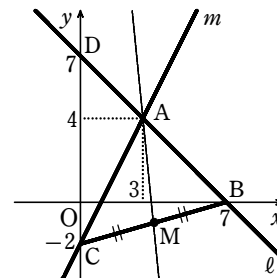
33

【解答】 (1) $y=-2x+12$ (2) $y=\frac{1}{4}x+3$

【解説】

(1) 直線 AB の式は $y=mx+12$ とおける。

点 B を通るから、この式に $x=6, y=0$ を代入して



$$0=6m+12 \quad \text{よって} \quad m=-2$$

したがって、直線 AB の式は $y=-2x+12$

$$(2) \triangle AOB \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36$$

直線 ℓ と AB の交点を D とし、点 D の x 座標を a とすると、 $\triangle ACD$ の面積について

$$\frac{1}{2} \times (12-3) \times a = 36 \times \frac{1}{2}$$

これを解いて $a=4$

よって、点 D の x 座標は 4

点 D は直線 AB 上の点であるから、その y 座標は $y=-2 \times 4 + 12 = 4$

したがって、点 D の座標は (4, 4)

また、直線 ℓ の式は $y=nx+3$ とおけて、点 D は ℓ 上の点であるから

$$4=4n+3 \quad \text{よって} \quad n=\frac{1}{4}$$

したがって、直線 ℓ の式は $y=\frac{1}{4}x+3$

34

【解答】 (1) $y=x-2$ (2) (15, 13) (3) $y=\frac{3}{4}x$

【解説】

(1) 点 A の x 座標は 1 で、A は直線 $y=-x$ 上の点であるから、A の y 座標は -1

よって、点 A の座標は (1, -1)

$\angle CAB=45^\circ$ より、直線 AC の傾きは 1

したがって、直線 AC の式は $y=x+b$ とおける。

この直線が点 (1, -1) を通るから $-1=1+b$ よって $b=-2$

したがって、直線 AC の式は $y=x-2$

(2) 点 C は 2 直線 $y=\frac{2}{3}x+3$, $y=x-2$ の交点である。

よって、点 C の座標は、連立方程式 $\begin{cases} y=\frac{2}{3}x+3 \\ y=x-2 \end{cases}$ を解いて

$$x=15, y=13 \quad \text{より} \quad (15, 13)$$

(3) 正方形の面積を 2 等分する直線は、正方形の 2 本の対角線の交点を通る。

2 本の対角線の交点は、対角線の中点と一致する。

線分 AC の中点の座標は $\left(\frac{1+15}{2}, \frac{-1+13}{2}\right)$ すなわち (8, 6)

求める直線は、原点 O と点 (8, 6) を通る。

よって、求める直線の式は $y=\frac{3}{4}x$