【定期試験対策講習】

３学期
学年末考査
対策教材①

中１海星数学

【注意事項】

本教材は

数学 1「1 次関数」
数学 2「平行四辺形」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

【問題】

$\boxed{1}$

1 次関数 $y=-2x+3$ について

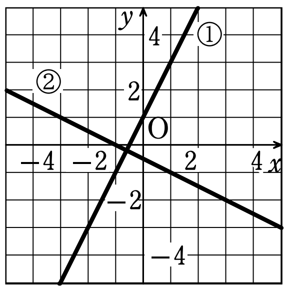
(1)　x の値が -4 から 2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2)　x の増加量が 3 のときの y の増加量を求めなさい。

(3)　y の増加量が 12 のときの x の増加量を求めなさい。

$\boxed{2}$

右の図の ①～④ は，1 次関数のグラフである。
この 1 次関数の式を求めなさい。



$\boxed{3}$

次の条件を満たす直線の式を求めなさい。

(1)　点 (3，-2) を通り，直線 $y=-\dfrac{4}{3}x+5$ に平行

(2)　2 点 (3，-2)，(-4，5) を通る

(3)　2 点 (-2，3)，(-2，-5) を通る

$\boxed{4}$

3 点 (8，1)，(4，a)，(-2，$2a$) が同じ直線上にあるとき，a の値を求めなさい。

$\boxed{5}$

1 次関数 $y=ax+b$ の定義域が $-2\leqq x\leqq 3$ のとき，値域が $-3\leqq y\leqq 7$ である。このとき，a，b の値は $a=$ ア$\boxed{}$，$b=$ イ$\boxed{}$ または $a=$ ウ$\boxed{}$，$b=$ エ$\boxed{}$ である。ただし，(ア) ＞ (ウ) とする。

$\boxed{6}$

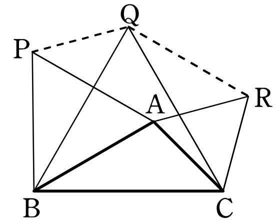
3 直線　$2x-y-3=0$，$2x-3y+7=0$，$2x+y+3=0$ によってつくられる三角形の面積を求めなさい。

$\boxed{7}$

3 直線 ℓ ：$x+3y+1=0$，m ：$3x-y+3=0$，n ：$ax-y+5=0$ が三角形をつくらないような定数 a の値をすべて求めなさい。

$\boxed{8}$

右の図のように，△ABC に対して，BA，BC，AC をそれぞれ 1 辺とする正三角形 PBA，QBC，RAC を作る。このとき，四角形 PARQ は平行四辺形であることを証明しなさい。

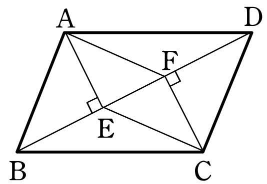


$\boxed{9}$

平行四辺形 ABCD の頂点 A，C から対角線 BD に引いた垂線を，それぞれ AE，CF とするとき，四角形 AECF は平行四辺形である。
これを，次の定理を用いて証明しなさい。

(1)　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，
　平行四辺形である。

(2)　1 組の対辺が平行で，その長さが等しい
　四角形は，平行四辺形である。



$\boxed{10}$

2 点 A (1，5)，B (3，10) を結ぶ線分 AB 上の点 (端の点を含む) を，直線 $y=-x+b$ が通るとき，b のとりうる値の範囲を求めなさい。

$\boxed{11}$

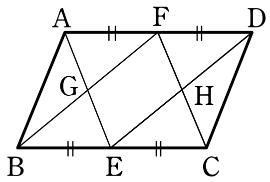
2 直線 $x-6y-2a=0$，$ax+2y+7=0$ が 1 点で交わり，その交点の座標が $(-1,\ b)$ であるとき，定数 a，b の値を求めなさい。

$\boxed{12}$

平行四辺形 ABCD において，辺 BC の中点を E，辺 AD の中点を F とし，右の図のように線分で結ぶ。このとき，次のことを証明しなさい。

(1)　四角形 AECF は平行四辺形である。

(2)　四角形 GEHF は平行四辺形である。



【解答&解説】

$\boxed{1}$

解答 (1)　-2　　(2)　-6　　(3)　-6

$\boxed{2}$

解答 ①　$y=2x+1$　　②　$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

$\boxed{3}$

解答 (1)　$y=-\frac{4}{3}x+2$　　(2)　$y=-x+1$　　(3)　$x=-2$

$\boxed{4}$

解答 $a=3$

$\boxed{5}$

解答 (ア)　2　　(イ)　1　　(ウ)　-2　　(エ)　3

$\boxed{6}$

解答 16

$\boxed{7}$

解答 $a=-\frac{1}{3}$，3，5

$\boxed{8}$

解答 略

$\boxed{9}$

解答 (1)　略　　(2)　略

$\boxed{10}$

解答 $6 \leqq b \leqq 13$

$\boxed{11}$

解答 $a=4$，$b=-\frac{3}{2}$

$\boxed{12}$

解答 (1)　略　　(2)　略

$\boxed{1}$

解説

(1)　x の増加量は　$2-(-4)=6$

$x=-4$ のとき　$y=-2\times(-4)+3=11$

$x=2$　のとき　$y=-2\times2+3=-1$

よって，y の増加量は　$-1-11=-12$

したがって，変化の割合は　$\frac{-12}{6}=-2$

(2)　変化の割合が -2 であるから，y の増加量は　$(-2)\times3=-6$

(3)　x の増加量を p とすると　$12=(-2)\times p$

これを解くと　$p=-6$

よって，x の増加量は　-6

$\boxed{2}$

解説

①　図より，グラフの傾きは 2，y 切片は 1 である。

よって，求める 1 次関数の式は　$y=2x+1$

②　図より，グラフの傾きは $-\frac{1}{2}$ であるから，求める 1 次関数の式は $y=-\frac{1}{2}x+b$ とおける。

グラフが点 $(1,\ -1)$ を通るから　$-1=-\frac{1}{2}\times1+b$　　よって　$b=-\frac{1}{2}$

したがって　$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

$\boxed{3}$

解説

(1)　直線 $y=-\frac{4}{3}x+5$ に平行であるから，求める直線の式は $y=-\frac{4}{3}x+b$ とおける。

この直線が点 $(3,\ -2)$ を通るから　$-2=-\frac{4}{3}\times3+b$　　よって　$b=2$

したがって　$y=-\frac{4}{3}x+2$

(2)　求める1次関数の式を $y=ax+b$ とおく。

$x=3$ のとき $y=-2$ であるから　$-2=3a+b$　……①

$x=-4$ のとき $y=5$ であるから　$5=-4a+b$　……②

①，② を連立方程式として解く。

①−② から　$-7=7a$　　よって　$a=-1$

$a=-1$ を ① に代入すると

$-2=-3+b$　　よって　$b=1$

したがって，求める1次関数の式は　$y=-x+1$

(3)　x 座標がともに -2 であるから x 軸に垂直 (y 軸に平行) な直線である。

よって、直線の式は　$x=-2$

$\boxed{4}$

(解説)

A $(8,\ 1)$，B $(4,\ a)$，C $(-2,\ 2a)$ とする。

この3点が同じ直線上にあるとき，直線 AB と直線 BC の傾きは等しい。

よって　$\dfrac{a-1}{4-8}=\dfrac{2a-a}{-2-4}$

$\dfrac{a-1}{-4}=\dfrac{a}{-6}$

$3(a-1)=2a$

したがって　$a=3$

$\boxed{5}$

(解説)

[1]　$a>0$ の場合

$x=-2$ のとき $y=-3$，$x=3$ のとき $y=7$ であるから

$$\begin{cases} -3=-2a+b & \cdots\cdots ① \\ 7=3a+b & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①−② から　$-10=-5a$

よって　$a=2$　($a>0$ に適する)

① に代入すると　$-3=-4+b$　　よって　$b=1$

[2]　$a<0$ の場合

$x=-2$ のとき $y=7$，$x=3$ のとき $y=-3$ であるから

$$\begin{cases} 7=-2a+b & \cdots\cdots ③ \\ -3=3a+b & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

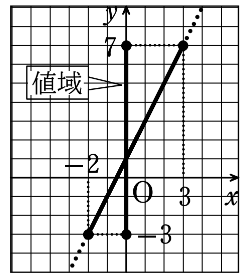
③−④ から　$10=-5a$

よって　$a=-2$　($a<0$ に適する)

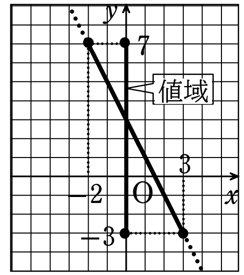
③ に代入すると　$7=4+b$　　よって　$b=3$

答　(ア)　2　　(イ)　1　　(ウ)　-2　　(エ)　3

[1]



[2]



$\boxed{6}$

(解説)

$2x-y-3=0$　……①

$2x-3y+7=0$　……②

$2x+y+3=0$　……③

① と ②，② と ③，③ と ① の交点をそれぞれ A，B，C とする。

① と ② を連立方程式として解いて

$x=4,\ y=5$

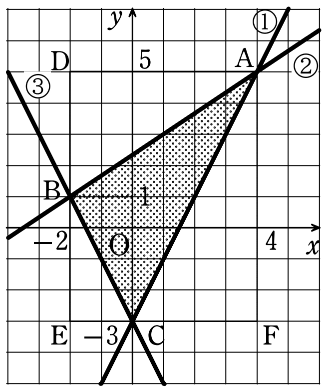
よって　A $(4,\ 5)$

② と ③ を連立方程式として解いて

$x=-2,\ y=1$

よって　B $(-2,\ 1)$

③ と ① を連立方程式として解いて



$x=0$, $y=-3$

よって　C$(0,\ -3)$

図のような長方形 ADEF の面積から，3 つの三角形 ADB，CBE，ACF の面積をひいて求める。

このとき，$DE=5-(-3)=8$，$AD=4-(-2)=6$ であるから，△ABC の面積は

$$8\times6-\left(\frac{1}{2}\times6\times4+\frac{1}{2}\times2\times4+\frac{1}{2}\times4\times8\right)$$

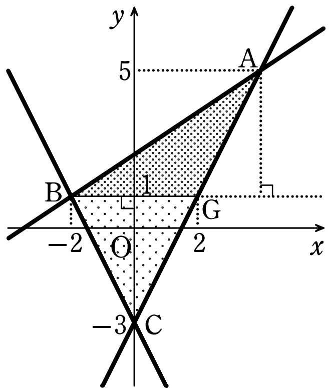
$$=48-32=16$$

別解　点 B から x 軸に平行な直線を引き，辺 AC との交点を G とする。

点 G の座標は $(2,\ 1)$ であるから

△ABC＝△ABG＋△BCG

$$=\frac{1}{2}\times4\times4+\frac{1}{2}\times4\times4=16$$



7

解説

ℓ と m は平行ではないから，3 直線 ℓ，m，n が三角形をつくらないのは，次の 3 つの場合である。

[1] ℓ と n が平行

[2] m と n が平行

[3] n が ℓ と m の交点を通る

[1] のとき，ℓ の傾きは $-\frac{1}{3}$，n の傾きは a であるから　$a=-\frac{1}{3}$

[2] のとき，m の傾きは 3，n の傾きは a であるから　$a=3$

[3] のとき，ℓ と m の交点の座標は，連立方程式 $\begin{cases}x+3y+1=0\\3x-y+3=0\end{cases}$ を解いて

$x=-1$，$y=0$　より　$(-1,\ 0)$

よって，n が点 $(-1,\ 0)$ を通ればよいから　$-a-0+5=0$

これを解いて　$a=5$

[1]，[2]，[3] より，求める a の値は　$a=-\frac{1}{3}$，3，5

8

解説

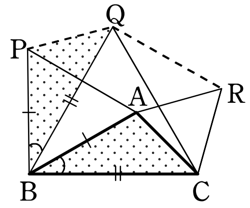
証明　△ABC と △PBQ において

AB＝PB

BC＝BQ

∠ABC＝60°－∠ABQ

＝∠PBQ



よって，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△PBQ

ゆえに，　AC＝PQ

また，正三角形 ACR において　AC＝AR

したがって　PQ＝AR　……①

△ABC≡△PBQ と同様にして　△ABC≡△RQC

よって　QR＝BA

また，正三角形 PBA において　BA＝PA

したがって　QR＝PA　……②

①，② より，2 組の対辺がそれぞれ等しいから，

四角形 PARQ は平行四辺形である。 終

9

解説

(1)　証明　平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とする。

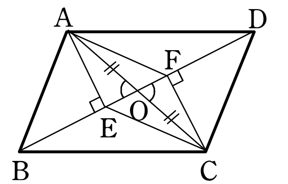
△AEO と △CFO において

仮定から　∠AEO＝∠CFO＝90°　……①

対頂角は等しいから

∠AOE＝∠COF　……②

平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わるから



$\mathrm{OA}=\mathrm{OC}$ ……③

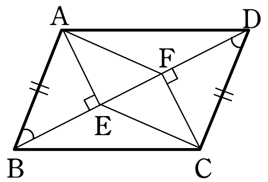
①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle\mathrm{AEO}\equiv\triangle\mathrm{CFO}$

よって　$\mathrm{OE}=\mathrm{OF}$ ……④

③，④ より，四角形 AECF は対角線がそれぞれの中点で交わるから，平行四辺形である。終

(2) 証明　$\triangle\mathrm{ABE}$ と $\triangle\mathrm{CDF}$ において



仮定から　$\angle\mathrm{AEB}=\angle\mathrm{CFD}=90^\circ$ ……①

AB∥DC であるから

$\angle\mathrm{ABE}=\angle\mathrm{CDF}$ ……②

平行四辺形 ABCD の対辺であるから

$\mathrm{AB}=\mathrm{CD}$ ……③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle\mathrm{ABE}\equiv\triangle\mathrm{CDF}$

よって　$\mathrm{AE}=\mathrm{CF}$ ……④

また　$\angle\mathrm{AEF}=\angle\mathrm{CFE}\ (=90^\circ)$

錯角が等しいから　AE∥FC ……⑤

④，⑤ より，四角形 AECF は 1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，平行四辺形である。終

10

解説

直線 $y=-x+b$ ……① は傾きが -1，y 切片が b である。

直線 ① が点 A (1，5) を通るとき，b の値は最小で

$5=-1+b$

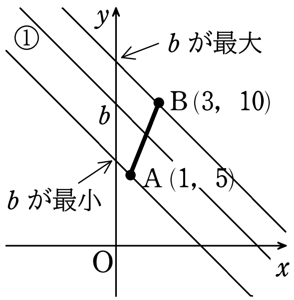
よって　$b=6$

直線 ① が点 B (3，10) を通るとき，b の値は最大で

$10=-3+b$

よって　$b=13$

したがって，b のとりうる値の範囲は　$6\leqq b\leqq 13$



11

解説

$x-6y-2a=0$，$ax+2y+7=0$ が，$x=-1$，$y=b$ のとき，ともに成り立てばよい。

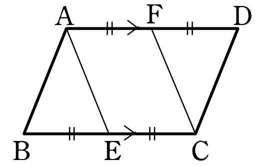
よって　$\begin{cases}-1-6b-2a=0\\-a+2b+7=0\end{cases}$

これを解いて　$a=4$，$b=-\dfrac{3}{2}$

12

解説

(1) 証明　四角形 AECF において



$\mathrm{AF}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AD}$，　$\mathrm{EC}=\dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$

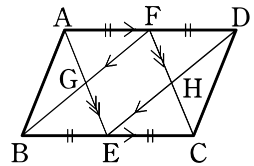
AD＝BC であるから　AF＝EC

また　AF∥EC

よって，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，

四角形 AECF は平行四辺形である。終

(2) 証明　(1) より，四角形 AECF が平行四辺形であるから



GE∥FH

同じように，$\mathrm{FD}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AD}=\dfrac{1}{2}\mathrm{BC}=\mathrm{BE}$，FD∥BE より，

四角形 FBED が平行四辺形であるから

GF∥EH

よって，2 組の対辺が平行であるから，四角形 GEHF は平行四辺形である。終