

1 (1)各1点 (2)2点 (3)各1点 計10点)

(1) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ で, $\sin \theta = \frac{4}{5}$ のとき, $\sin 2\theta = \text{□}$, $\sin \frac{\theta}{2} = \text{□}$ である。

(2) 不等式 $\cos 2x > 3\sin x - 1$ を解け。ただし, $0 \leq x < 2\pi$ とする。

(3) $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$ は $\text{□} \sin(\theta + \text{□})$ と変形できる。

(ただし, $\text{□} > 0$, $0 \leq \text{□} < 2\pi$ とする)

よって, 関数 $y = \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) は $\theta = \text{□}$ のとき最大値 □ ,

$\theta = \text{□}$ のとき最小値 □ をとる。

1 (1) 各1点 (2) 2点 (3) 各1点 計10点)

解答 (1) (エ) $\frac{24}{25}$ (オ) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (2) $0 \leq x < \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi < x < 2\pi$

(3) (コ) 2 (サ) $\frac{\pi}{6}$ (シ) $\frac{\pi}{3}$ (ス) 2 (セ) π (ソ) -1

1 (1) 各1点 (2) 2点 (3) 各1点 計10点)

解説

(1) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ より, $\cos \theta > 0$ であるから

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$$

$$\text{よって } \sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{25}$$

$$\text{また } \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{2} = \frac{1}{5}$$

$$0 < \frac{\theta}{2} < \frac{\pi}{4} \text{ より } \sin \frac{\theta}{2} > 0 \text{ であるから } \sin \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

(2) $1 - 2\sin^2 x > 3\sin x - 1$ であるから $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 < 0$

$$\text{よって } (\sin x + 2)(2\sin x - 1) < 0$$

$\sin x + 2 > 0$ であるから, 不等式は

$$2\sin x - 1 < 0 \quad \text{ゆえに } \sin x < \frac{1}{2}$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{ であるから } 0 \leq x < \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi < x < 2\pi$$

(3) $\sqrt{3}\sin \theta + \cos \theta = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$

$$0 \leq \theta \leq \pi \text{ のとき } \frac{\pi}{6} \leq \theta + \frac{\pi}{6} \leq \frac{7}{6}\pi$$

$$\text{よって, } \theta + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \text{ すなわち } \theta = \frac{\pi}{3} \text{ のとき}$$

最大値 $2 \cdot 1 = 2$ をとる。

$$\text{また, } \theta + \frac{\pi}{6} = \frac{7}{6}\pi \text{ すなわち } \theta = \pi \text{ のとき}$$

$$\text{最小値 } 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \text{ をとる。}$$

