

中1 甲陽コンプレイト数学 授業問題No3 【解答】

1

【解答】 (1) \geq (2) \geq (3) \geq (4) \leq (5) \geq (6) \geq

【解説】

(1) 両辺に同じ数をたしても、不等号の向きは変わらないから $a+2 \geq b+2$

(2) 両辺から同じ数をひいても、不等号の向きは変わらないから $a-5 \geq b-5$

(3) 両辺に正の数をかけても、不等号の向きは変わらないから $3a \geq 3b$

この式の両辺から同じ数をひいても、不等号の向きは変わらない。

よって $3a-1 \geq 3b-1$

(4) 両辺に負の数をかけると、不等号の向きが変わるから $-4a \leq -4b$

この式の両辺に同じ数をたしても、不等号の向きは変わらない。

よって $3-4a \leq 3-4b$

(5) 両辺に正の数をかけても、不等号の向きは変わらないから $2a \geq 2b$

この式の両辺から同じ数をひいても、不等号の向きは変わらないから $2a-3 \geq 2b-3$

この式の両辺を正の数でわっても、不等号の向きは変わらない。

よって $\frac{2a-3}{5} \geq \frac{2b-3}{5}$

(6) 両辺に負の数をかけると、不等号の向きが変わるから $-a \leq -b$

この式の両辺に同じ数をたしても、不等号の向きは変わらないから $3-a \leq 3-b$

この式の両辺を負の数でわると、不等号の向きが変わる。

よって $-\frac{3-a}{7} \geq -\frac{3-b}{7}$

2

【解答】 (1) $x \leq 6$ (2) $x \leq \frac{17}{3}$ (3) $x > -3$ (4) $x \geq 3$ (5) $x > 21$

(6) $x < -3$ (7) $x < 3$

【解説】

(1) $3(x-1) \geq 4x-9$

かっこをはずすと $3x-3 \geq 4x-9$

移項すると $3x-4x \geq -9+3$

$-x \geq -6$

$x \leq 6$

(2) $6(x+3)-8x \geq x+1$

かっこをはずすと $6x+18-8x \geq x+1$

移項すると $6x-8x-x \geq 1-18$

$-3x \geq -17$

$x \leq \frac{17}{3}$

(3) $\frac{1}{3}x < x+2$

両辺に3をかけると $x < 3x+6$

移項すると $x-3x < 6$

$-2x < 6$

$x > -3$

(4) $x-3 \geq \frac{3-x}{4}$

両辺に4をかけると $4(x-3) \geq 3-x$

かっこをはずすと $4x-12 \geq 3-x$

移項すると $4x+x \geq 3+12$

$5x \geq 15$

$x \geq 3$

(5) $\frac{x}{7}-2 < \frac{x}{3}-6$

両辺に21をかけると $3x-42 < 7x-126$

移項すると $3x-7x < -126+42$

$-4x < -84$

$x > 21$

(6) $0.3x+0.2 > 0.7x+1.4$

両辺に10をかけると $3x+2 > 7x+14$

移項すると $3x-7x > 14-2$

$-4x > 12$

$x < -3$

(7) $1.2-0.5(x-2) > 2x-5.3$

両辺に10をかけると $12-5(x-2) > 20x-53$

かっこをはずすと $12-5x+10 > 20x-53$

移項すると $-5x-20x > -53-12-10$

$-25x > -75$

$x < 3$

3

【解答】 (1) $x < 4$ (2) $x \leq 16$ (3) $x > -3$ (4) $x > 1$

【解説】

(1) $-3(x-3)+2(-x+2) > -7$

$-3x+9-2x+4 > -7$

$-5x > -20$

$x < 4$

(2) $2x-3-3(5+x) \leq -4x+2(x-1)$

$2x-3-15-3x \leq -4x+2x-2$

$x \leq 16$

(3) $3x-[5-2(1-x)] < 2x$

$3x-(5-2+2x) < 2x$

$3x-3-2x < 2x$

$-x < 3$

$x > -3$

(4) $5[6x-(3x-2)] > -12x+37$

$5(3x+2) > -12x+37$

$15x+10 > -12x+37$

$27x > 27$

$x > 1$

4

【解答】 $a = -\frac{1}{9}$

【解説】

不等式 $\frac{3x-2}{4} > 3a - \frac{x-6}{3}$ を解く。

$3(3x-2) > 36a-4(x-6)$

$9x-6 > 36a-4x+24$

$13x > 36a+30$

$x > \frac{36a+30}{13}$

この式の右辺が2となればよいから $\frac{36a+30}{13} = 2$

これを解いて $a = -\frac{1}{9}$

5

【解答】 $a = -5$

【解説】

不等式 $9(x+2) < 6+5x$ を解く。

$9x+18 < 6+5x$

$4x < -12$

$x < -3$ …… ①

不等式 $x-a < \frac{1}{3}x+3$ を解く。

$3x-3a < x+9$

$2x < 3a+9$

$x < \frac{3a+9}{2}$ …… ②

①と②が同じ式になればよいから $-3 = \frac{3a+9}{2}$

これを解いて $a = -5$

6

【解答】 (1) 7 (2) -3 (3) -1 (4) 3 (5) ① 2個 ② 3個

【解説】

(1) 不等式 $x+6 > 3(x-3)$ を解く。

$x+6 > 3x-9$

$-2x > -15$

よって $x < \frac{15}{2}$

これを満たす最も大きい整数は 7

(2) 不等式 $-2x+51 > 4(7-2x)$ を解く。

$-2x+51 > 28-8x$

$6x > -23$

よって $x > -\frac{23}{6}$

これを満たす最も小さい整数は -3

(3) 不等式 $\frac{x}{4} - \frac{3x-1}{3} > 1$ を解く。

$3x-4(3x-1) > 12$

$3x-12x+4 > 12$

$-9x > 8$

中1 甲陽コンプリート数学 授業問題No3 【解答】

よって $x < \frac{8}{9}$

これを満たす最も大きい整数は -1

(4) 不等式 $\frac{n-5}{3} < \frac{3n-8}{2}$ を解く。

$$\begin{aligned} 2(n-5) &< 3(3n-8) \\ 2n-10 &< 9n-24 \\ -7n &< -14 \end{aligned}$$

よって $n > 2$

これを満たす自然数 n のうち、最小のものは 3

(5) ① 不等式 $2x+1 > 10$ を解く。

$$2x > 9$$

よって $x > \frac{9}{2}$

これを満たす6以下の自然数が解であるから $x=5, 6$

答 2個

② 不等式 $5x+4 < 2(4x-3)$ を解く。

$$\begin{aligned} 5x+4 &< 8x-6 \\ -3x &< -10 \end{aligned}$$

よって $x > \frac{10}{3}$

これを満たす6以下の自然数が解であるから $x=4, 5, 6$

答 3個

7

解答 (1) 7年以上先 (2) 1667円以上

解説

(1) x 年後の年齢について
$$\begin{aligned} 43+x &< 3(10+x) \\ 43+x &< 30+3x \\ -2x &< -13 \\ x &> \frac{13}{2} \end{aligned}$$

$\frac{13}{2}=6.5$ で、 x は自然数であるから7年以上先。これは問題に適している。

(2) x 円使ったとすると $3000-x \geq 4(2000-x)$

$$\begin{aligned} 3000-x &\geq 8000-4x \\ 3x &\geq 5000 \\ x &\geq \frac{5000}{3} \end{aligned}$$

$\frac{5000}{3}=1666.6\cdots$ で、 x は自然数であるから1667円以上。これは問題に適している。

8

解答 (1) $x \geq 2000$ (2) 120円まで

解説

(1) $(1.3x-200)-x \geq 0.2x$
 $0.1x \geq 200$
 $x \geq 2000$

(2) x 円値引きすると考えると $800 \times 1.2 - x \geq 800 \times 1.05$
 $960 - x \geq 840$
 $-x \geq -120$

$$x \leq 120$$

よって、120円まで値引きできる。これは問題に適している。

9

解答 (1) 330m以下 (2) 2km以上

解説

(1) 毎分60mで x m歩いたとすると $\frac{x}{60} + \frac{1500-x}{180} \leq 12$
 $3x+1500-x \leq 2160$
 $2x \leq 660$
 $x \leq 330$

よって、330m以下。これは問題に適している。

(2) 時速10kmで x km走るとする。

27分は、 $\frac{27}{60} = \frac{9}{20}$ (時間) であるから $\frac{3-x}{4} + \frac{x}{10} \leq \frac{9}{20}$
 $5(3-x)+2x \leq 9$
 $15-5x+2x \leq 9$
 $-3x \leq -6$
 $x \geq 2$

よって、2km以上。これは問題に適している。

10

解答 (1) 25%増しより高くすればよい (2) 34個以上

解説

(1) 原価に対して、 $x\%$ 増しとすると $1000 \times \left(1 + \frac{x}{100}\right) \times 0.8 > 1000$
 $\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times \frac{4}{5} > 1$
 $1 + \frac{x}{100} > \frac{5}{4}$
 $\frac{x}{100} > \frac{1}{4}$
 $x > 25$

よって、25%増しより高くすればよい。これは問題に適している。

(2) お菓子を x 個買うと $160 \times 0.9 \times x > 160 \times 20 + 160 \times 0.75 \times (x-20)$

$$\begin{aligned} 0.9x &> 20 + 0.75x - 15 \\ 90x &> 2000 + 75x - 1500 \\ 15x &> 500 \\ x &> \frac{100}{3} \end{aligned}$$

$\frac{100}{3}=33.3\cdots$ で、 x は自然数であるから34個以上。これは問題に適している。

11

解答 (1) 200個以上 (2) 14個以上

解説

(1) ティーカップを x 個($x > 100$)作るとすると $15000 + 300x + 250 \times 100 + 200 \times (x-100) \leq 600x$
 $15000 + 300x + 25000 + 200x - 20000 \leq 600x$
 $-100x \leq -20000$

$$x \geq 200$$

よって、200個以上。これは問題に適している。

(2) なしを x 個($x > 10$)買うと

$$\begin{aligned} 180 \times 8 + 180 \times 0.8 \times (x-8) &< 170 \times 10 + 170 \times 0.9 \times (x-10) \\ 1440 + 144(x-8) &< 1700 + 153(x-10) \\ 1440 + 144x - 1152 &< 1700 + 153x - 1530 \\ -9x &< -118 \\ x &> \frac{118}{9} \end{aligned}$$

$\frac{118}{9}=13.1\cdots$ で、 x は自然数であるから14個以上。これは問題に適している。

12

解答 $\frac{100}{19}$ g以上

解説

食塩を x g加えるときを考える。

3%の食塩水250gに含まれる食塩の重さは $250 \times \frac{3}{100} = 7.5$ (g)

よって、食塩を x g加えたときの濃度は $\frac{7.5+x}{250+x} \times 100$ (%)

となるから $\frac{7.5+x}{250+x} \times 100 \geq 5$

$250+x > 0$ であるから、両辺に $250+x$ をかけても、不等号の向きは変わらない。

したがって $(7.5+x) \times 100 \geq 5 \times (250+x)$
 $750 + 100x \geq 1250 + 5x$
 $95x \geq 500$
 $x \geq \frac{100}{19}$

よって、 $\frac{100}{19}$ g以上。これは問題に適している。

13

解答 (1) ① $x \geq 2a-3$ ② $a \leq 2$ (2) $a < -2$ (3) $a < \frac{7}{2}$ (4) $a \geq -\frac{3}{5}$

(5) $a \geq 8$

解説

(1) ① $\frac{2x-a}{3} \geq \frac{x-1}{2}$
 $2(2x-a) \geq 3(x-1)$
 $4x-2a \geq 3x-3$
 $x \geq 2a-3$

② $2a-3$ が1以下であればよいから

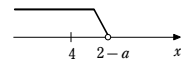
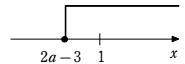
$$\begin{aligned} 2a-3 &\leq 1 \\ 2a &\leq 4 \\ a &\leq 2 \end{aligned}$$

(2) 不等式 $2x+a < x+2$ を解く。

$$x < 2-a$$

よって $4 < 2-a$

したがって $a < -2$

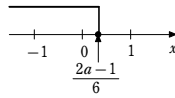


中1甲陽コンプリート数学 授業問題No3 【解答】

(3) 不等式 $\frac{7}{2}x+1 \leq \frac{x+1}{2}+a$ を解く。

$$\begin{aligned} 7x+2 &\leq x+1+2a \\ 6x &\leq 2a-1 \\ x &\leq \frac{2a-1}{6} \end{aligned}$$

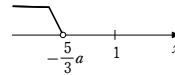
よって $\frac{2a-1}{6} < 1$
 $2a-1 < 6$
 $2a < 7$
 したがって $a < \frac{7}{2}$



(4) 不等式 $2x+a < \frac{x-3a}{2}$ を解く。

$$\begin{aligned} 4x+2a &< x-3a \\ 3x &< -5a \\ x &< -\frac{5}{3}a \end{aligned}$$

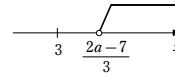
よって $-\frac{5}{3}a \leq 1$
 したがって $a \geq -\frac{3}{5}$



(5) 不等式 $2a-3x < 7$ を解く。

$$\begin{aligned} -3x &< 7-2a \\ x &> \frac{2a-7}{3} \end{aligned}$$

よって $3 \leq \frac{2a-7}{3}$
 $9 \leq 2a-7$
 $-2a \leq -16$
 したがって $a \geq 8$



14

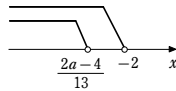
解答 $a \leq -11$

解説

不等式 $\frac{3x-1}{2} + \frac{2x+1}{3} < \frac{2a-5}{6}$ を解く。

$$\begin{aligned} 3(3x-1)+2(2x+1) &< 2a-5 \\ 9x-3+4x+2 &< 2a-5 \\ 13x &< 2a-4 \\ x &< \frac{2a-4}{13} \end{aligned}$$

よって $\frac{2a-4}{13} \leq -2$
 $2a-4 \leq -26$
 $2a \leq -22$
 したがって $a \leq -11$



15

解答 (1) $-3 < x \leq 2$ (2) $-1 \leq x < 5$ (3) $x \geq 5$ (4) $-2 < x \leq \frac{4}{3}$

(5) $-1 < x \leq -\frac{1}{2}$ (6) 解なし (7) $-2 \leq x < 3$ (8) $x > 3$

解説

$$(1) \begin{cases} x-2 \geq 4(x-2) & \dots \text{①} \\ 7x+14 > 4x+5 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①より $x-2 \geq 4x-8$
 $-3x \geq -6$
 $x \leq 2 \dots \text{③}$
 ②より $3x > -9$
 $x > -3 \dots \text{④}$

③, ④の共通範囲を求めて $-3 < x \leq 2$

$$(2) \begin{cases} 3x+7 \leq 4(2x+3) & \dots \text{①} \\ 6x-9 < 2x+11 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①より $3x+7 \leq 8x+12$
 $-5x \leq 5$
 $x \geq -1 \dots \text{③}$
 ②より $4x < 20$
 $x < 5 \dots \text{④}$

③, ④の共通範囲を求めて $-1 \leq x < 5$

$$(3) \begin{cases} 3x+2 \leq 4x-3 & \dots \text{①} \\ 2(x+3) > -3x+1 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①より $-x \leq -5$
 $x \geq 5 \dots \text{③}$
 ②より $2x+6 > -3x+1$
 $5x > -5$
 $x > -1 \dots \text{④}$

③, ④の共通範囲を求めて $x \geq 5$

$$(4) \begin{cases} 2(x+1) \geq 5x-2 & \dots \text{①} \\ -5x < -3x+4 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①より $2x+2 \geq 5x-2$
 $-3x \geq -4$
 $x \leq \frac{4}{3} \dots \text{③}$
 ②より $-2x < 4$
 $x > -2 \dots \text{④}$

③, ④の共通範囲を求めて $-2 < x \leq \frac{4}{3}$

$$(5) \begin{cases} 5(x-2) \leq 3x-11 & \dots \text{①} \\ 8(4+x) < 3(3x+11) & \dots \text{②} \end{cases}$$

①より $5x-10 \leq 3x-11$
 $2x \leq -1$
 $x \leq -\frac{1}{2} \dots \text{③}$
 ②より $32+8x < 9x+33$
 $-x < 1$
 $x > -1 \dots \text{④}$

③, ④の共通範囲を求めて $-1 < x \leq -\frac{1}{2}$

$$(6) \begin{cases} x-1 < 3(x-3) & \dots \text{①} \\ 4(x-2) \geq 5(2x-3) & \dots \text{②} \end{cases}$$

①より $x-1 < 3x-9$
 $-2x < -8$
 $x > 4 \dots \text{③}$
 ②より $4x-8 \geq 10x-15$
 $-6x \geq -7$
 $x \leq \frac{7}{6} \dots \text{④}$

③, ④の共通範囲はないから、解なし。

$$(7) \begin{cases} 4(4x-1) \geq 11(x-1)-3 & \dots \text{①} \\ 3(3x-5) < x+9 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①より $16x-4 \geq 11x-11-3$
 $5x \geq -10$
 $x \geq -2 \dots \text{③}$
 ②より $9x-15 < x+9$
 $8x < 24$
 $x < 3 \dots \text{④}$

③, ④の共通範囲を求めて $-2 \leq x < 3$

$$(8) \begin{cases} 3(4x-3)+2 \geq 7(x+2)-9 & \dots \text{①} \\ 3(x-5)+x > 5(3-x)-3 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①より $12x-9+2 \geq 7x+14-9$
 $5x \geq 12$
 $x \geq \frac{12}{5} \dots \text{③}$
 ②より $3x-15+x > 15-5x-3$
 $9x > 27$
 $x > 3 \dots \text{④}$

③, ④の共通範囲を求めて $x > 3$

16

解答 (1) $-7 < x \leq 4$ (2) $x < 1$ (3) $x = -4$ (4) $-1 \leq x \leq 2$

解説

$$(1) \begin{cases} 0.9x-1 \leq 0.3x+1.4 & \dots \text{①} \\ x+0.25 < 1.25x+2 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①の両辺に10をかけると $9x-10 \leq 3x+14$
 $6x \leq 24$
 $x \leq 4 \dots \text{③}$
 ②の両辺に4をかけると $4x+1 < 5x+8$
 $-x < 7$
 $x > -7 \dots \text{④}$

③, ④の共通範囲を求めて $-7 < x \leq 4$

$$(2) \begin{cases} 2-0.5x > 1-0.2(2x+1) & \dots \text{①} \\ 0.5(x+3)-0.2(6-x) < 1 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①の両辺に10をかけると $20-5x > 10-2(2x+1)$
 $20-5x > 10-4x-2$

$-x > -12$
 $x < 12$ …… ③

②の両辺に10をかけると $5(x+3) - 2(6-x) < 10$
 $5x + 15 - 12 + 2x < 10$
 $7x < 7$
 $x < 1$ …… ④

③, ④の共通範囲を求めて $x < 1$

(3) $\begin{cases} 2x - 0.2(x-2) \geq 1.5x - 0.8 & \dots\dots ① \\ 0.5(x-3) - 0.25(3x-2) \geq 0 & \dots\dots ② \end{cases}$

①の両辺に10をかけると $20x - 2(x-2) \geq 15x - 8$
 $20x - 2x + 4 \geq 15x - 8$
 $3x \geq -12$
 $x \geq -4$ …… ③

②の両辺に4をかけると $2(x-3) - (3x-2) \geq 0$
 $2x - 6 - 3x + 2 \geq 0$
 $-x \geq 4$
 $x \leq -4$ …… ④

③, ④の共通範囲を求めて $x = -4$

(4) $\begin{cases} 0.25x + 1.5 \geq 1.25(x-1) + 0.75 & \dots\dots ① \\ 0.3(1-2x) - 0.1 \leq 0.7 - 0.1x & \dots\dots ② \end{cases}$

①の両辺に4をかけると $x + 6 \geq 5(x-1) + 3$
 $x + 6 \geq 5x - 5 + 3$
 $-4x \geq -8$
 $x \leq 2$ …… ③

②の両辺に10をかけると $3(1-2x) - 1 \leq 7 - x$
 $3 - 6x - 1 \leq 7 - x$
 $-5x \leq 5$
 $x \geq -1$ …… ④

③, ④の共通範囲を求めて $-1 \leq x \leq 2$

17

【解答】 (1) $4 \leq x < 6$ (2) $-1 < x < 3$ (3) $-2 \leq x < 3$ (4) $-\frac{1}{3} < x \leq 2$

【解説】

(1) $4x - 8 < 2x + 4 \leq 3x$ は次のように表すことができる。
 $\begin{cases} 4x - 8 < 2x + 4 & \dots\dots ① \\ 2x + 4 \leq 3x & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $2x < 12$
 $x < 6$ …… ③

②より $-x \leq -4$
 $x \geq 4$ …… ④

③, ④の共通範囲を求めて $4 \leq x < 6$

(2) $2x - 3 < 3x - 2 < x + 4$ は次のように表すことができる。
 $\begin{cases} 2x - 3 < 3x - 2 & \dots\dots ① \\ 3x - 2 < x + 4 & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $-x < 1$
 $x > -1$ …… ③

②より $2x < 6$
 $x < 3$ …… ④

③, ④の共通範囲を求めて $-1 < x < 3$

(3) $5x - 6 < 2x + 3 \leq 7x + 13$ は次のように表すことができる。
 $\begin{cases} 5x - 6 < 2x + 3 & \dots\dots ① \\ 2x + 3 \leq 7x + 13 & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $3x < 9$
 $x < 3$ …… ③

②より $-5x \leq 10$
 $x \geq -2$ …… ④

③, ④の共通範囲を求めて $-2 \leq x < 3$

(4) $3x + 2 < 6x + 3 \leq 23 - 4x$ は次のように表すことができる。
 $\begin{cases} 3x + 2 < 6x + 3 & \dots\dots ① \\ 6x + 3 \leq 23 - 4x & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $-3x < 1$
 $x > -\frac{1}{3}$ …… ③

②より $10x \leq 20$
 $x \leq 2$ …… ④

③, ④の共通範囲を求めて $-\frac{1}{3} < x \leq 2$

18

【解答】 (1) $-28 < x \leq 2$ (2) $-\frac{11}{5} < x \leq -1$ (3) $-10 < x \leq 3$ (4) 解なし

【解説】

(1) $2x - 3 \leq \frac{x+1}{3} < \frac{1}{2}x + 5$ は次のように表すことができる。
 $\begin{cases} 2x - 3 \leq \frac{x+1}{3} & \dots\dots ① \\ \frac{x+1}{3} < \frac{1}{2}x + 5 & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $3(2x-3) \leq x+1$
 $6x - 9 \leq x + 1$
 $5x \leq 10$
 $x \leq 2$ …… ③

②より $2(x+1) < 3x+30$
 $2x + 2 < 3x + 30$
 $-x < 28$
 $x > -28$ …… ④

③, ④の共通範囲を求めて $-28 < x \leq 2$

(2) $\frac{3x+1}{2} \leq \frac{4x+1}{3} < \frac{7x+5}{4}$ は次のように表すことができる。
 $\begin{cases} \frac{3x+1}{2} \leq \frac{4x+1}{3} & \dots\dots ① \\ \frac{4x+1}{3} < \frac{7x+5}{4} & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $3(3x+1) \leq 2(4x+1)$
 $9x + 3 \leq 8x + 2$

$x \leq -1$ …… ③

②より $4(4x+1) < 3(7x+5)$
 $16x + 4 < 21x + 15$
 $-5x < 11$
 $x > -\frac{11}{5}$ …… ④

③, ④の共通範囲を求めて $-\frac{11}{5} < x \leq -1$

(3) $\frac{x+4}{6} \geq \frac{x}{2} - \frac{1}{3} > \frac{x}{3} - 2$ は次のように表すことができる。
 $\begin{cases} \frac{x+4}{6} \geq \frac{x}{2} - \frac{1}{3} & \dots\dots ① \\ \frac{x}{2} - \frac{1}{3} > \frac{x}{3} - 2 & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $x + 4 \geq 3x - 2$
 $-2x \geq -6$
 $x \leq 3$ …… ③

②より $3x - 2 > 2x - 12$
 $x > -10$ …… ④

③, ④の共通範囲を求めて $-10 < x \leq 3$

(4) $\frac{x}{2} + \frac{2}{3} < x - 1 \leq \frac{x-4}{3}$ は次のように表すことができる。
 $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2}{3} < x - 1 & \dots\dots ① \\ x - 1 \leq \frac{x-4}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $3x + 4 < 6x - 6$
 $-3x < -10$
 $x > \frac{10}{3}$ …… ③

②より $3x - 3 \leq x - 4$
 $2x \leq -1$
 $x \leq -\frac{1}{2}$ …… ④

③, ④に共通範囲はないから、解なし。

19

【解答】 (1) $-2 < x < 4$ (2) $\frac{3}{2} \leq x \leq 6$ (3) $-5 < x < -1$ (4) $\frac{14}{3} < x < \frac{31}{6}$

(5) $-\frac{3}{2} \leq x \leq 3$ (6) $-5 \leq x < -\frac{7}{3}$

【解説】

(1) $1 < 4x + 9 < 25$
 $-8 < 4x < 16$
 $-2 < x < 4$

(2) $-2 \leq -5 + 2x \leq 7$
 $3 \leq 2x \leq 12$
 $\frac{3}{2} \leq x \leq 6$

(3) $2 < 1 - x < 6$

中1 甲陽コンプリート数学 授業問題No3 【解答】

$$1 < -x < 5$$

$$-5 < x < -1$$

(4) $7 < \frac{6x-7}{3} < 8$

$$21 < 6x - 7 < 24$$

$$28 < 6x < 31$$

$$\frac{14}{3} < x < \frac{31}{6}$$

(5) $-1 \leq \frac{-2x+3}{3} \leq 2$

$$-3 \leq -2x + 3 \leq 6$$

$$-6 \leq -2x \leq 3$$

$$-\frac{3}{2} \leq x \leq 3$$

(6) $-1 \leq 1 + \frac{x+1}{2} < \frac{1}{3}$

$$-2 \leq \frac{x+1}{2} < -\frac{2}{3}$$

$$-4 \leq x + 1 < -\frac{4}{3}$$

$$-5 \leq x < -\frac{7}{3}$$

20

【解答】 (1) 750 m 以上 1200 m 以下 (2) 出発後 15 分から 17 分の間

【解説】

(1) 歩く距離を x m とすると

$$25 \leq \frac{x}{60} + \frac{3000-x}{180} \leq 30$$

$$4500 \leq 3x + 3000 - x \leq 5400$$

$$4500 \leq 2x + 3000 \leq 5400$$

$$1500 \leq 2x \leq 2400$$

$$750 \leq x \leq 1200$$

よって、750 m 以上 1200 m 以下。これは問題に適している。

(2) P を基準とすると、出発してから x 分後に、

$$A \text{ さんは } 180x \text{ m}$$

$$B \text{ さんは } (2400 + 60x) \text{ m}$$

進んでいる。

よって、2 人の間の距離は

$$(2400 + 60x) - 180x = 2400 - 120x$$

より、 $(2400 - 120x)$ m となる。

$$\text{したがって } 360 \leq 2400 - 120x \leq 600$$

$$-2040 \leq -120x \leq -1800$$

$$17 \geq x \geq 15$$

よって、出発後 15 分から 17 分の間。これは問題に適している。

21

【解答】 (1) 350 g 以上 450 g 以下 (2) 500 g 以上 600 g 以下

(3) 85 g 以上 180 g 以下

【解説】

(1) 15% の食塩水の重さを x g とすると

$$75 \leq x \times \frac{15}{100} + (600 - x) \times \frac{9}{100} \leq 81$$

$$7500 \leq 15x + 9(600 - x) \leq 8100$$

$$7500 \leq 15x + 5400 - 9x \leq 8100$$

$$2100 \leq 6x \leq 2700$$

$$350 \leq x \leq 450$$

よって、350 g 以上 450 g 以下。これは問題に適している。

(2) 10% の食塩水を x g 混ぜるとすると

$$1000 \times \frac{14}{100} \leq x \times \frac{10}{100} + (1000 - x) \times \frac{20}{100} \leq 1000 \times \frac{15}{100}$$

$$14000 \leq 10x + 20(1000 - x) \leq 15000$$

$$14000 \leq 20000 - 10x \leq 15000$$

$$-6000 \leq -10x \leq -5000$$

$$600 \geq x \geq 500$$

よって、500 g 以上 600 g 以下。これは問題に適している。

(3) 加える食塩の重さを x g とすると

$$(1530 + x) \times \frac{10}{100} \leq 1530 \times \frac{5}{100} + x \leq (1530 + x) \times \frac{15}{100}$$

$$15300 + 10x \leq 7650 + 100x \leq 22950 + 15x$$

この不等式は、次のように表すことができる。

$$\begin{cases} 15300 + 10x \leq 7650 + 100x & \cdots \cdots \text{①} \\ 7650 + 100x \leq 22950 + 15x & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

① より $-90x \leq -7650$

$$x \geq 85 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $85x \leq 15300$

$$x \leq 180 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③、④ の共通範囲を求めて $85 \leq x \leq 180$

よって、85 g 以上 180 g 以下。これは問題に適している。

22

【解答】 (1) 67 本 (2) 448 人

【解説】

(1) グループの人数を x 人とすると。

用意していた鉛筆の本数は $(4x + 19)$ 本

また、1 人に 6 本ずつ配ると、最後の 1 人は 2 本以下であるから

$$6(x-1) \leq 4x + 19 \leq 6(x-1) + 2$$

これは次のように表すことができる。

$$\begin{cases} 6(x-1) \leq 4x + 19 & \cdots \cdots \text{①} \\ 4x + 19 \leq 6(x-1) + 2 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

① より $6x - 6 \leq 4x + 19$

$$2x \leq 25$$

$$x \leq \frac{25}{2} \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $4x + 19 \leq 6x - 6 + 2$

$$-2x \leq -23$$

$$x \geq \frac{23}{2} \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③、④ の共通範囲を求めて $\frac{23}{2} \leq x \leq \frac{25}{2}$

x は自然数であるから $x = 12$

よって、用意していた鉛筆の本数は $4 \times 12 + 19 = 67$ より 67 本

これは問題に適している。

(2) 予定のバスの台数を x 台とする。

予定していた参加者の人数は $(52x - 12)$ 人

よって、実際に参加した人の人数は $(52x - 12) - 60 = 52x - 72$ より $(52x - 72)$ 人

したがって $44x < 52x - 72 < 45x$

これは次のように表すことができる。

$$\begin{cases} 44x < 52x - 72 & \cdots \cdots \text{①} \\ 52x - 72 < 45x & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

① より $-8x < -72$

$$x > 9 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $7x < 72$

$$x < \frac{72}{7} \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③、④ の共通範囲を求めて $9 < x < \frac{72}{7}$

x は自然数であるから $x = 10$

よって、実際に参加した人の人数は $52 \times 10 - 72 = 448$ より 448 人

これは問題に適している。

23

【解答】 (1) $4.5 \leq x < 5.5$ (2) $13.5 \leq 3x < 16.5$ (3) $-2.75 < -\frac{x}{2} \leq -2.25$

(4) $8.75 \leq \frac{8x-1}{4} < 10.75$

【解説】

(1) x を小数第 1 位で四捨五入すると 5 になるから $4.5 \leq x < 5.5 \quad \cdots \cdots \text{①}$

(2) ① の各辺に 3 をかけて $13.5 \leq 3x < 16.5$

(3) ① の各辺を -2 でわって $-2.75 < -\frac{x}{2} \leq -2.25$

(4) ① の各辺に 8 をかけて $36 \leq 8x < 44$

この式の各辺から 1 をひいて $35 \leq 8x - 1 < 43$

この式の各辺を 4 でわって $8.75 \leq \frac{8x-1}{4} < 10.75$

24

【解答】 (1) $11 \leq x < 14$ (2) 93

【解説】

(1) 条件より $3.5 \leq \frac{2x-1}{6} < 4.5$

$$21 \leq 2x - 1 < 27$$

$$22 \leq 2x < 28$$

$$11 \leq x < 14$$

(2) 条件より $2.25 \leq \frac{x}{40} < 2.35$

$$90 \leq x < 94$$

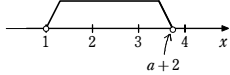
これを満たす最も大きい整数は 93

中1 甲陽コンプレックス 数学 授業問題No3 【解答】

25

【解答】 (1) $1 < a \leq 2$ (2) $1 \leq a < \frac{5}{3}$

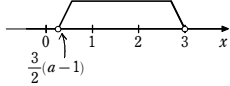
【解説】 (1) $-3 < x - 4 < a - 2$ を解くと $1 < x < a + 2$ ……①



図から、①の右端 $a+2$ が、3より大きく4以下の値をとればよい。
すなわち $3 < a+2 \leq 4$
よって $1 < a \leq 2$

(2) $a < \frac{2}{3}x + 1 < 3$ を解くと $a - 1 < \frac{2}{3}x < 2$

$\frac{3}{2}(a-1) < x < 3$ ……②



図から、②の左端 $\frac{3}{2}(a-1)$ が、0以上で1より小さい値をとればよい。

すなわち $0 \leq \frac{3}{2}(a-1) < 1$

$0 \leq a - 1 < \frac{2}{3}$

よって $1 \leq a < \frac{5}{3}$

26

【解答】 (1) $\frac{9}{2} < a \leq \frac{11}{2}$ (2) $-\frac{15}{2} \leq a < -\frac{13}{2}$

【解説】 (1) $\begin{cases} 5x - 8 > 2x + 1 & \dots\dots ① \\ 2x + 3 > 4x - 2a & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $3x > 9$
 $x > 3$ ……③

②より $-2x > -2a - 3$
 $x < \frac{2a+3}{2}$ ……④

条件から、③、④の共通範囲が

$3 < x < \frac{2a+3}{2}$ ……⑤

の形になり、この範囲に含まれる整数が4, 5, 6のみになればよい。

よって、⑤の範囲の右端 $\frac{2a+3}{2}$ が6より大きく7以下の値をとればよい。

すなわち $6 < \frac{2a+3}{2} \leq 7$

$12 < 2a + 3 \leq 14$

$9 < 2a \leq 11$

したがって $\frac{9}{2} < a \leq \frac{11}{2}$

(2) $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{1}{10} \geq \frac{x+1}{2} & \dots\dots ① \\ 2x - 1 > 2a & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $2x + 1 \geq 5(x+1)$
 $2x + 1 \geq 5x + 5$
 $-3x \geq 4$

$x \leq -\frac{4}{3}$ ……③

②より $2x > 2a + 1$

$x > \frac{2a+1}{2}$ ……④

条件から、③、④の共通範囲が

$\frac{2a+1}{2} < x \leq -\frac{4}{3}$ ……⑤

の形になり、この範囲に含まれる整数が-6, -5, -4, -3, -2のみになればよい。

よって、⑤の範囲の左端 $\frac{2a+1}{2}$ は、-7以上-6未満の値をとればよい。

すなわち $-7 \leq \frac{2a+1}{2} < -6$

$-14 \leq 2a + 1 < -12$

$-15 \leq 2a < -13$

したがって $-\frac{15}{2} \leq a < -\frac{13}{2}$

27

【解答】 $a < -\frac{35}{2}$

【解説】 $\begin{cases} 3(2x+a) > 8x - a & \dots\dots ① \\ \frac{x+1}{2} - \frac{4a-2}{3} > 7 & \dots\dots ② \end{cases}$

①より $6x + 3a > 8x - a$
 $-2x > -4a$
 $x < 2a$ ……③

②より $3(x+1) - 2(4a-2) > 42$
 $3x + 3 - 8a + 4 > 42$

$3x > 8a + 35$

$x > \frac{8a+35}{3}$ ……④

与えられた連立不等式が解をもつためには、③、④に共通範囲が存在しなくてはならない。

よって $\frac{8a+35}{3} < 2a$

$8a + 35 < 6a$

$2a < -35$

したがって $a < -\frac{35}{2}$

28

【解答】 a と d , b と e

【解説】

右の図において

$\angle x = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$

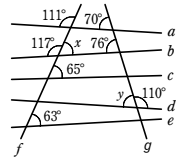
よって、2直線 b, e に直線 f が交わってできる同位角が等しいから、 b と e は平行である。

また $\angle y = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

よって、2直線 a, d に直線 g が交わってできる同位角が等しいから、 a と d は平行である。

したがって、平行な2直線の組は

a と d , b と e



29

【解答】 64°

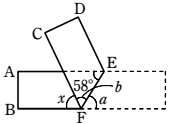
【解説】

右の図で、 $AE \parallel BF$ より、錯角は等しいから

$\angle a = 58^\circ$

折り返した角であるから $\angle b = \angle a = 58^\circ$

よって $\angle x = 180^\circ - 58^\circ \times 2 = 64^\circ$



30

【解答】 (1) 120° (2) 140° (3) 144° (4) 157.5°

【解説】

(1) 六角形の内角の和は

$180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$

正六角形の内角の大きさはすべて等しいから、1つの内角の大きさは $720^\circ \div 6 = 120^\circ$

(2) 九角形の内角の和は

$180^\circ \times (9-2) = 1260^\circ$

正九角形の内角の大きさはすべて等しいから、1つの内角の大きさは $1260^\circ \div 9 = 140^\circ$

(3) 十角形の内角の和は

$180^\circ \times (10-2) = 1440^\circ$

正十角形の内角の大きさはすべて等しいから、1つの内角の大きさは $1440^\circ \div 10 = 144^\circ$

(4) 十六角形の内角の和は

$180^\circ \times (16-2) = 2520^\circ$

正十六角形の内角の大きさはすべて等しいから、1つの内角の大きさは $2520^\circ \div 16 = 157.5^\circ$

【注意】 この問題は外角の大きさを利用して解くこともできる。

たとえば、(1)は次のようになる。

(1) 多角形の外角の和は 360° で、正六角形の外角の大きさはすべて等しいから、1つの外角の大きさは

$360^\circ \div 6 = 60^\circ$

よって、1つの内角の大きさは

中1甲陽コンプリート数学 授業問題No3 【解答】

$$180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

31

【解答】 (1) 十二角形 (2) 162° (3) 2880°

【解説】

(1) 多角形の外角の和は 360° であるから、この多角形の内角の和は

$$360^\circ \times 5 = 1800^\circ$$

n 角形の内角の和が 1800° になるとすると

$$180^\circ \times (n-2) = 1800^\circ$$

$$n-2=10$$

$$n=12$$

よって 十二角形

(2) 正 n 角形の内角の和が 3240° になるとすると

$$180^\circ \times (n-2) = 3240^\circ$$

$$n-2=18$$

$$n=20$$

よって、正二十角形の1つの内角の大きさは

$$3240^\circ \div 20 = 162^\circ$$

【別解】 内角の和と外角の和の合計は

$$3240^\circ + 360^\circ = 3600^\circ$$

1つの角について、内角と外角の和は 180° であるから

$$3600^\circ \div 180^\circ = 20$$

より、この正多角形は、正二十角形である。

よって、1つの内角の大きさは

$$3240^\circ \div 20 = 162^\circ$$

(3) 正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく、その和は 360° であるから

$$n = 360^\circ \div 20^\circ = 18$$

よって、正十八角形の内角の和は

$$180^\circ \times (18-2) = 2880^\circ$$

32

【解答】 (1) 48° (2) 47° (3) 26°

【解説】

(1) 右の図において、対頂角は等しいから

$$\angle a = 45^\circ$$

三角形の内角と外角の関係から

$$\angle b + 34^\circ = 45^\circ + 37^\circ$$

$$\angle b = 48^\circ$$

平行線の同位角は等しいから

$$\angle x = \angle b = 48^\circ$$

(2) 右の図のように、点Pを通り ℓ に平行な直線 n を引く。

図で、三角形の内角と外角の関係から

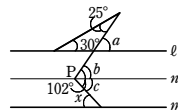
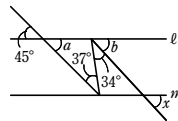
$$\angle a = 30^\circ + 25^\circ = 55^\circ$$

平行線の同位角は等しいから

$$\angle b = \angle a = 55^\circ$$

よって $\angle c = 102^\circ - 55^\circ = 47^\circ$

平行線の錯角は等しいから



$$\angle x = \angle c = 47^\circ$$

(3) 右の図のように、点Pを通り ℓ に平行な直線 n を引く。

図で、平行線の錯角は等しいから

$$\angle a = 35^\circ$$

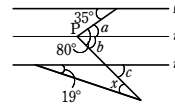
よって $\angle b = 80^\circ - 35^\circ = 45^\circ$

平行線の同位角は等しいから

$$\angle c = \angle b = 45^\circ$$

したがって、三角形の内角と外角の関係から

$$\angle x = 45^\circ - 19^\circ = 26^\circ$$



33

【解答】 (1) 115° (2) 121° (3) 68°

【解説】

(1) $\triangle ABC$ において

$$\begin{aligned} \angle ABC + \angle ACB &= 180^\circ - \angle BAC \\ &= 130^\circ \end{aligned}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB \text{ であるから}$$

$$\begin{aligned} \angle DBC + \angle DCB &= \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) \\ &= 65^\circ \end{aligned}$$

よって、 $\triangle DBC$ において

$$\angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

(2) $\triangle ABC$ において、内角と外角の関係から

$$\angle ABC + \angle ACB = 118^\circ$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB \text{ であるから}$$

$$\begin{aligned} \angle DBC + \angle DCB &= \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) \\ &= 59^\circ \end{aligned}$$

よって、 $\triangle DBC$ において

$$\angle x = 180^\circ - 59^\circ = 121^\circ$$

(3) $\triangle DBC$ において

$$\begin{aligned} \angle DBC + \angle DCB &= 180^\circ - \angle BDC \\ &= 56^\circ \end{aligned}$$

$\angle ABC = 2 \angle DBC, \angle ACB = 2 \angle DCB$ であるから

$$\begin{aligned} \angle ABC + \angle ACB &= 2 (\angle DBC + \angle DCB) \\ &= 112^\circ \end{aligned}$$

よって、 $\triangle ABC$ において

$$\angle x = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$$

34

【解答】 40°

【解説】

右の図において

$$\angle ACE = \angle ABC + 80^\circ$$

$$\text{よって } \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} \angle ABC + 40^\circ$$

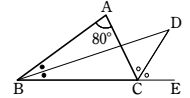
すなわち $\angle DCE = \angle DBC + 40^\circ$

$\triangle DBC$ において

$$\angle BDC = \angle DCE - \angle DBC$$

したがって

$$\begin{aligned} \angle BDC &= (\angle DBC + 40^\circ) - \angle DBC \\ &= 40^\circ \end{aligned}$$



35

【解答】 (1) 正十二角形 (2) 正十五角形 (3) 正八角形

【解説】

(1) 1つの内角の大きさが 150° であるような正多角形の1つの外角の大きさは

$$180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく、その和は 360° であるから

$$n = 360^\circ \div 30^\circ = 12$$

よって、この正多角形は 正十二角形

【別解】 1つの内角の大きさが 150° である正 n 角形の内角の和は

$$150^\circ \times n, 180^\circ \times (n-2)$$

と2通りに表される。

$$\text{よって } 150 \times n = 180 \times (n-2)$$

$$150n = 180n - 360$$

$$-30n = -360$$

$$n = 12$$

したがって、この正多角形は 正十二角形

(2) 1つの外角の大きさを a とすると、1つの内角の大きさは $a + 132^\circ$

1つの外角と内角の和は 180° であるから

$$a + (a + 132^\circ) = 180^\circ$$

$$a = 24^\circ$$

正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく、その和は 360° であるから

$$n = 360^\circ \div 24^\circ = 15$$

よって、この正多角形は 正十五角形

(3) 1つの外角の大きさを a とすると、1つの内角の大きさは $3a$

1つの外角と内角の和は 180° であるから

$$a + 3a = 180^\circ$$

$$a = 45^\circ$$

正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく、その和は 360° であるから

$$n = 360^\circ \div 45^\circ = 8$$

よって、この正多角形は 正八角形

36

【解答】 50°

【解説】

中1 甲陽コンプレイト数学 授業問題No3 【解答】

多角形の外角の和は 360° であるから、右の図において、

$$(180^\circ - 80^\circ) + \angle EBC + \angle FCB = 360^\circ$$

よって $\angle EBC + \angle FCB = 260^\circ$

$$\angle DBC = \frac{1}{2} \angle EBC, \quad \angle DCB = \frac{1}{2} \angle FCB$$

であるから

$$\begin{aligned} \angle DBC + \angle DCB &= \frac{1}{2} (\angle EBC + \angle FCB) \\ &= 130^\circ \end{aligned}$$

したがって、 $\triangle BCD$ において

$$\angle BDC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

【例題】 図において、 $\triangle ABC$ の内角と外角の関係から

$$\angle EBC = \angle A + \angle C$$

$$\angle FCB = \angle A + \angle B$$

$$\begin{aligned} \text{よって } \angle EBC + \angle FCB &= \angle A + \angle C + \angle A + \angle B \\ &= \angle A + (\angle A + \angle B + \angle C) \\ &= 80^\circ + 180^\circ = 260^\circ \end{aligned}$$

(以下は本解と同様)

37

【解答】 (1) 360° (2) 360° (3) 540°

【解説】

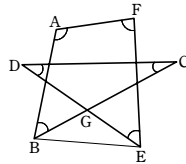
(1) 右の図のように、各頂点を定め、BとEを結ぶ。

このとき、 $\triangle DGC$ と $\triangle BEG$ において

$$\begin{aligned} \angle CDG + \angle DCG &= \angle DGB \\ &= \angle GBE + \angle GEB \end{aligned}$$

よって、印をつけた角の和は、四角形ABEFの内角の和に等しいから、その大きさは

$$360^\circ$$



(2) 右の図のように、各頂点を定め、CとE、BとFを結ぶ。

このとき、 $\triangle CEG$ と $\triangle BFG$ において

$$\begin{aligned} \angle CEG + \angle ECG &= \angle EGB \\ &= \angle GBF + \angle GFB \end{aligned}$$

よって、印をつけた角の和は、 $\triangle ABF$ と $\triangle DEC$ の内角の和を合わせたものに等しいから、その大きさは

$$180^\circ \times 2 = 360^\circ$$

(3) 右の図のように、角を定める。

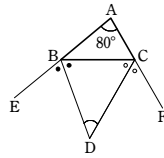
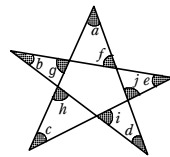
内角と外角の関係から $\angle a$ と $\angle f$ の和は $\angle g$ の外角と等しい。

同様に考えると

$$\begin{aligned} \angle b \text{ と } \angle g \text{ の和は } \angle h \text{ の外角,} \\ \angle c \text{ と } \angle h \text{ の和は } \angle i \text{ の外角,} \\ \angle d \text{ と } \angle i \text{ の和は } \angle j \text{ の外角,} \\ \angle e \text{ と } \angle j \text{ の和は } \angle f \text{ の外角} \end{aligned}$$

にそれぞれ等しい。

よって、求める角の和は、星型の内部の五角形の内角の和に等しいから



$$180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$$

38

【解答】 $\triangle ABC \equiv \triangle JLK$, 合同条件: 2辺とその間の角がそれぞれ等しい

$\triangle DEF \equiv \triangle XWV$, 合同条件: 3辺がそれぞれ等しい

$\triangle GHI \equiv \triangle QPR$, 合同条件: 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい

【解説】

$\triangle ABC$ と $\triangle JLK$ において

$$AB = JL$$

$$BC = LK$$

$$\angle B = \angle L$$

よって、2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \equiv \triangle JLK$$

$\triangle DEF$ と $\triangle XWV$ において

$$DE = XW$$

$$EF = WV$$

$$FD = VX$$

よって、3辺がそれぞれ等しいから

$$\triangle DEF \equiv \triangle XWV$$

$\triangle GHI$ と $\triangle QPR$ において

$$GH = QP$$

$$\angle H = \angle P$$

$$\angle G = \angle Q$$

よって、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle GHI \equiv \triangle QPR$$

39

【解答】 (1) $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$, 合同条件: 3辺がそれぞれ等しい

(2) $\triangle ABC \equiv \triangle EDC$, 合同条件: 2辺とその間の角がそれぞれ等しい

(3) $\triangle ABC \equiv \triangle EDC$, 合同条件: 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい

【解説】

(1) $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ において

$$AB = CD$$

$$AD = CB$$

$$BD = DB \text{ (共通)}$$

よって、3辺がそれぞれ等しいから $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle EDC$ において

$$AC = EC$$

$$BC = DC$$

対頂角は等しいから $\angle ACB = \angle ECD$

よって、2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \equiv \triangle EDC$$

(3) $\triangle ABC$ と $\triangle EDC$ において

$$AC = EC$$

対頂角は等しいから $\angle ACB = \angle ECD$

また、平行線の錯角は等しいから $\angle CAB = \angle CED$

よって、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \equiv \triangle EDC$$

40

【解答】 略

【解説】

[仮定] $DE = CE$, $AE = FE$

[結論] 四角形ABCDは $AD \parallel BC$ の台形

[証明] $\triangle AED$ と $\triangle FEC$ において

$$\text{仮定より } DE = CE \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$AE = FE \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいから

$$\angle AED = \angle FEC \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AED \equiv \triangle FEC$$

合同な図形の対応する角は等しいから

$$\angle EDA = \angle ECF$$

したがって、 AD , BC は錯角が等しいから

$$AD \parallel BC$$

よって、四角形ABCDは $AD \parallel BC$ の台形である。

41

【解答】 略

【解説】

$\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ において

$$AB = AC$$

$$AE = AD$$

$$\angle BAE = \angle CAD \text{ (共通)}$$

よって、2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$$

42

【解答】 略

【解説】

[仮定] $\angle AOC = \angle BOC$, $OA \perp PQ$, $OB \perp PR$

[結論] $PQ = PR$

[証明] $\triangle OPQ$ と $\triangle OPR$ において

$$\text{仮定より } \angle QOP = \angle ROP \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\angle PQO = \angle PRO (= 90^\circ) \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より、三角形の残りの角も等しいから

$$\angle OPQ = \angle OPR \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

また $OP = OP$ (共通) $\dots\dots \textcircled{4}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{3}$, $\textcircled{4}$ より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle OPQ \equiv \triangle OPR$$

合同な図形の対応する辺は等しいから $PQ = PR$

43

【解答】 略

【解説】

[仮定] $\triangle ABD$ は $AB = DB$ の直角二等辺三角形、

$\triangle BCE$ は $BC = BE$ の直角二等辺三角形

中1 甲陽コンプレイト数学 授業問題No3 【解答】

[結論] $AE = DC$
 [証明] $\triangle ABE$ と $\triangle DBC$ において
 仮定より $AB = DB$ ……①
 $BE = BC$ ……②
 $\angle CBE = \angle ABD = 90^\circ$
 $\angle CBE = \angle ABD$ の両辺に $\angle ABC$ を加えると
 $\angle CBE + \angle ABC = \angle ABD + \angle ABC$
 すなわち $\angle ABE = \angle DBC$ ……③
 ①, ②, ③ より, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABE \cong \triangle DBC$
 合同な図形の対応する辺は等しいから $AE = DC$

44

【解答】 略

【解説】

[仮定] $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AB = DC$
 [結論] $\triangle EBC$ は二等辺三角形
 [証明] $\triangle ABE$ と $\triangle DCE$ において
 仮定より $AB = DC$ ……①
 $\angle BAE = \angle CDE$ ……②
 対頂角は等しいから
 $\angle AEB = \angle DEC$ ……③
 ②, ③ より, 三角形の残りの角も等しいから
 $\angle ABE = \angle DCE$ ……④
 ①, ②, ④ より, 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABE \cong \triangle DCE$
 合同な図形の対応する辺は等しいから
 $BE = CE$
 したがって, $\triangle EBC$ は二等辺三角形である。

45

【解答】 略

【解説】

[仮定] $AD = BD$, $AE = CE$,
 $BE = PE$, $CD = QD$
 [結論] 3 点 P, A, Q は一直線上にある
 [証明] $\triangle ADQ$ と $\triangle BDC$ において
 仮定より $AD = BD$ ……①
 $QD = CD$ ……②
 対頂角は等しいから
 $\angle ADQ = \angle BDC$ ……③
 ①, ②, ③ より, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ADQ \cong \triangle BDC$
 よって $\angle QAD = \angle CBD$
 錯角が等しいから
 $AQ \parallel BC$ ……④
 $\triangle AEP$ と $\triangle CEB$ において
 仮定より $AE = CE$ ……⑤

$PE = BE$ ……⑥
 対頂角は等しいから
 $\angle AEP = \angle CEB$ ……⑦
 ⑤, ⑥, ⑦ より, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle AEP \cong \triangle CEB$
 よって $\angle PAE = \angle BCE$
 錯角が等しいから
 $AP \parallel BC$ ……⑧
 ④, ⑧ より, AQ , AP はともに BC と平行であることがわかる。
 したがって, 3 点 P, A, Q は一直線上にある。

46

【解答】 略

【解説】

[仮定] $AB = AD$, $CB = CD$
 [結論] 直線 AC は線分 BD の垂直二等分線である
 [証明] $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ において
 仮定より $AB = AD$ ……①
 $CB = CD$ ……②
 また $AC = AC$ (共通) ……③
 ①, ②, ③ より, 3 辺がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$
 よって $\angle BAC = \angle DAC$ ……④
 AC と BD の交点を O とする。
 $\triangle ABO$ と $\triangle ADO$ において, ④ より
 $\angle BAO = \angle DAO$ ……⑤
 また $AO = AO$ (共通) ……⑥
 ①, ⑤, ⑥ より, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABO \cong \triangle ADO$
 よって $BO = DO$ ……⑦
 $\angle AOB = \angle AOD$ ……⑧
 ⑧ と, $\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$ より $\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$
 これと, ⑦ より, 直線 AC は線分 BD の垂直二等分線である。

47

【解答】 $\angle x = 75^\circ$, $\angle y = 15^\circ$

【解説】

$BE = BC$ であるから
 $BE = AB$
 また, $\angle EBC = 60^\circ$ であるから
 $\angle ABE = 90^\circ - 60^\circ$
 $= 30^\circ$
 よって $\angle x = (180^\circ - 30^\circ) \div 2$
 $= 75^\circ$
 $\triangle ABE$ は二等辺三角形であるから
 $\angle BAE = \angle x = 75^\circ$
 したがって $\angle y = 90^\circ - 75^\circ$
 $= 15^\circ$

48

【解答】 略

【解説】

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において
 $\triangle ABC$, $\triangle ADE$ は正三角形であるから
 $AB = AC$ ……①
 $AD = AE$ ……②
 また $\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 60^\circ - \angle DAC$
 $\angle CAE = \angle DAE - \angle DAC = 60^\circ - \angle DAC$
 よって $\angle BAD = \angle CAE$ ……③
 ①, ②, ③ より, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$
 したがって $BD = CE$

49

【解答】 略

【解説】

$\triangle FGB$ と $\triangle DEB$ において
 線分 BD は $\angle ABC$ の二等分線であるから
 $\angle FBG = \angle DBE$
 また $\angle FGB = \angle DEB = 90^\circ$
 したがって, $\triangle FGB$ と $\triangle DEB$ の残りの角も等しいから
 $\angle BFG = \angle EDF$
 対頂角は等しいから
 $\angle EFD = \angle BFG$
 よって $\angle EFD = \angle EDF$
 したがって, 2 つの角が等しいから, $\triangle EDF$ は二等辺三角形である。
 したがって $ED = EF$

50

【解答】 略

【解説】

$\triangle PBC$ と $\triangle RAC$ において
 $\triangle ABC$ と $\triangle RPC$ は正三角形であるから
 $BC = AC$ ……①
 $PC = RC$ ……②
 また $\angle PCB = \angle ACB - \angle ACP$
 $= 60^\circ - \angle ACP$
 $\angle RCA = \angle RCP - \angle ACP$
 $= 60^\circ - \angle ACP$
 よって $\angle PCB = \angle RCA$ ……③
 ①, ②, ③ より, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle PBC \cong \triangle RAC$
 したがって $PB = RA$
 $\triangle QBP$ は正三角形であるから
 $PB = PQ$
 よって $PQ = RA$

中1 甲陽コンプレイト数学 授業問題No3 【解答】

51

解答 $\triangle ABC \cong \triangle FDE$
 合同条件 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい
 $\triangle GHI \cong \triangle OMN$
 合同条件 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい
 $\triangle JKL \cong \triangle TUS$
 合同条件 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

解説

$\triangle ABC$ と $\triangle FDE$ において
 $\angle A = \angle F = 90^\circ$
 $BC = DE$
 $\angle B = \angle D = 35^\circ$
 よって、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABC \cong \triangle FDE$
 $\triangle GHI$ と $\triangle OMN$ において
 $\angle H = \angle M = 90^\circ$
 $GI = ON$
 $HI = MN$
 よって、直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから
 $\triangle GHI \cong \triangle OMN$
 $\triangle JKL$ と $\triangle TUS$ において
 $\angle K = \angle U = 90^\circ$
 $JL = TS$
 $\angle J = \angle T = 65^\circ$
 よって、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから
 $\triangle JKL \cong \triangle TUS$

52

解答 (1) 略 (2) 略

解説

(1) $\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ において
 $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$ …… ①
 $\triangle ABC$ は、 $\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形であるから
 $AB = CA$ …… ②
 $\triangle ABD$ において
 $\angle ABD = 180^\circ - (90^\circ + \angle DAB)$
 $= 90^\circ - \angle DAB$
 $\angle A = 90^\circ$ であるから
 $\angle CAE = 90^\circ - \angle DAB$
 よって $\angle ABD = \angle CAE$ …… ③
 ①, ②, ③ より、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$
 (2) (1) より $BD = AE$, $CE = AD$ であるから
 $BD - CE = AE - AD$
 $= DE$

53

解答 ②, ③, ⑤

解説

② 2組の対辺がそれぞれ等しいから、平行四辺形である。
 ③ 2組の対辺がそれぞれ平行であるから、平行四辺形である。
 ⑤ 対角線がそれぞれの中点で交わるから、平行四辺形である。

54

解答 (1) ひし形 (2) 台形 (3) 平行四辺形 (4) 長方形 (5) ○

解説

(1) ひし形
 正方形は、4つの辺が等しく、さらに4つの角が等しい四角形である。
 (2) 台形
 平行四辺形は、2組の対辺がそれぞれ平行である四角形である。
 (3) 平行四辺形
 長方形は、4つの角が等しい四角形である。
 (4) 長方形
 対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は平行四辺形であるが、さらに対角線の長さが等しい四角形は長方形である。
 (5) ○

55

解答 略

解説

四角形 $ABCD$ は平行四辺形であるから
 $OA = OC$ …… ①
 $OB = OD$ …… ②
 仮定より $OE = \frac{1}{2}OB$, $OF = \frac{1}{2}OD$ であるから、
 ② より $OE = OF$ …… ③
 ①, ③ より、四角形 $AECF$ は、対角線がそれぞれの中点で交わる。
 よって、四角形 $AECF$ は平行四辺形である。

56

解答 略

解説

$AB = AE$ であるから
 $\angle ABE = \angle AEB$ …… ①
 $AB \parallel FC$ より、錯角は等しいから
 $\angle BFC = \angle ABE$
 $AD \parallel BC$ より、錯角は等しいから
 $\angle FBC = \angle AEB$
 ① より $\angle BFC = \angle FBC$
 よって、 $\triangle BCF$ は、2つの角が等しいから、二等辺三角形である。
 したがって $BC = CF$
 平行四辺形の対辺は等しいから
 $BC = AD$
 よって $AD = CF$

57

解答 略

解説

線分 AE は $\angle BAD$ の二等分線であるから
 $\angle BAE = \angle DAE$
 $AD \parallel BC$ より、錯角は等しいから
 $\angle DAE = \angle AEB$
 よって $\angle BAE = \angle AEB$
 したがって、 $\triangle ABE$ は、2つの角が等しいから、二等辺三角形である。
 よって $AB = BE$
 また、平行四辺形の対辺は等しいから
 $EC + CD = EC + AB$
 $= EC + BE$
 $= BC$
 $= AD$

58

解答 (1) 辺 AC , CF , AF (2) 略 (3) 略 (4) 略

解説

(1) $\triangle DBE$ は、 $\triangle ABC$ を回転移動させたものであるから
 $DE = AC$
 また、 $\triangle ACF$ は AC を1辺とする正三角形であるから
 $AC = CF = AF$
 よって、辺 DE と長さが等しい辺は
 辺 AC , CF , AF
 (2) $\triangle DBE$ は、 $\triangle ABC$ を、点 B を中心として、時計の針の回転と反対向きに 60° 回転移動させたものであるから
 $BE = BC$
 $\angle CBE = 60^\circ$
 したがって、 $\triangle EBC$ は、 $BE = BC$ で、頂角が 60° の二等辺三角形であるから
 $\angle BCE = \angle BEC$
 $= (180^\circ - 60^\circ) \div 2$
 $= 60^\circ$
 よって $BE = BC = CE$
 したがって、 $\triangle EBC$ は、3辺が等しいから、正三角形である。
 (3) $\triangle ABC$ と $\triangle FEC$ において
 $\triangle ACF$ は正三角形であるから
 $AC = FC$ …… ①
 $\angle ACF = 60^\circ$
 (2) より、 $\triangle EBC$ も正三角形であるから
 $BC = EC$ …… ②
 $\angle BCE = 60^\circ$
 また $\angle ACB = \angle BCE + \angle ACE$
 $= 60^\circ + \angle ACE$
 $\angle FCE = \angle ACF + \angle ACE$
 $= 60^\circ + \angle ACE$
 よって $\angle ACB = \angle FCE$ …… ③

中1 甲陽コングレイト数学 授業問題No3 【解答】

①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \equiv \triangle FEC$$

(4) (1)より $DE = AF$ …… ④

(3)より, $\triangle ABC \equiv \triangle FEC$ であるから

$$AB = FE$$

$\triangle ADB$ は, ②と同様に考えることにより, 正三角形であるから

$$AB = AD$$

よって $AD = FE$ …… ⑤

④, ⑤より, 四角形 $DEFA$ は, 2組の対辺がそれぞれ等しいから, 平行四辺形である。

59

解答 $\triangle ADE, \triangle ACF, \triangle DCF$

解説

$AB \parallel DC$ であるから

$$\triangle ACE = \triangle ADE \quad \dots\dots ①$$

$AC \parallel EF$ であるから

$$\triangle ACE = \triangle ACF \quad \dots\dots ②$$

$AD \parallel BC$ であるから

$$\triangle ACF = \triangle DCF$$

②より $\triangle ACE = \triangle DCF$ …… ③

①, ②, ③より, $\triangle ACE$ と面積の等しい三角形は

$$\triangle ADE, \triangle ACF, \triangle DCF$$

60

解答 D を通り AC に平行に引いた直線と半直線 BC の交点を P とすればよい

解説

D を通り AC に平行に引いた直線と半直線 BC の交点を P とする。

このとき, 四角形 $ABCD$ の面積と $\triangle ABP$ の面積は等しくなる。

このことを確かめる。

$AC \parallel DP$ より $\triangle DAC = \triangle PAC$

この両辺に $\triangle ABC$ の面積を加えると

$$\triangle DAC + \triangle ABC = \triangle PAC + \triangle ABC$$

すなわち (四角形 $ABCD$ の面積) = $\triangle ABP$

したがって, D を通り AC に平行に引いた直線と半直線 BC の交点を P とすればよい。

61

解答 12 cm^2

解説

B と D を結ぶ。

$BP \parallel CD$ であるから

$$\triangle BDF = \triangle PDF$$

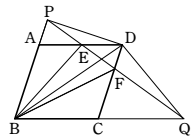
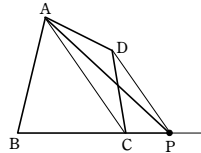
$AD \parallel BQ$ であるから

$$\triangle BDE = \triangle QDE$$

よって

$$\triangle BDF + \triangle BDE = \triangle PDF + \triangle QDE$$

この両辺から $\triangle DEF$ の面積をひくと



$$\triangle BEF = \triangle DPQ$$

したがって, $\triangle DPQ$ の面積は 12 cm^2

参考 点 E が辺 AD の midpoint, 点 F が辺 DC の3等分点のうちの1点である必要はない。

62

解答 (1) $y = -x + 5$: 1次関数 (2) $y = \frac{10}{x}$: 1次関数でない

(3) $y = 10x$: 1次関数

解説

(1) $2(x + y) = 10$

変形すると $y = -x + 5$

よって, y は x の1次関数である。

(2) $xy = 10$

変形すると $y = \frac{10}{x}$

よって, y は x の1次関数ではない。

(3) $y = 10 \times x$

すなわち $y = 10x$

よって, y は x の1次関数である。

63

解答 (1) ① 2 ② 2 (2) ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{3}{4}$

解説

(1) ① x の増加量は $4 - 1 = 3$

y の増加量は $(2 \times 4 - 7) - (2 \times 1 - 7) = 6$

よって, 変化の割合は $\frac{6}{3} = 2$

② x の増加量は $3 - (-2) = 5$

y の増加量は $(2 \times 3 - 7) - [2 \times (-2) - 7] = 10$

よって, 変化の割合は $\frac{10}{5} = 2$

(2) ① x の増加量は $12 - 4 = 8$

y の増加量は $(-\frac{3}{4} \times 12 + 2) - (-\frac{3}{4} \times 4 + 2) = -6$

よって, 変化の割合は $-\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$

② x の増加量は $10 - (-6) = 16$

y の増加量は $(-\frac{3}{4} \times 10 + 2) - [(-\frac{3}{4} \times (-6) + 2)] = -12$

よって, 変化の割合は $-\frac{12}{16} = -\frac{3}{4}$

64

解答 (1) -4 (2) $\frac{2}{3}$ (3) -6 (4) -20

解説

(1) $\frac{-24}{6} = -4$

(2) $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

(3) y の増加量を p とすると $\frac{p}{3} = -2$

よって $p = -6$

(4) x の増加量を q とすると $\frac{12}{q} = -\frac{3}{5}$

よって $q = -20$

65

解答 (1) 7 (2) -3 (3) $\frac{2}{5}$ (4) -1.3

解説

(1) 7 (2) -3 (3) $\frac{2}{5}$ (4) -1.3

66

解答 (1) 36 (2) -12 (3) 9 (4) -8

解説

$$\frac{y \text{の増加量}}{x \text{の増加量}} = (\text{変化の割合})$$

より $(y \text{の増加量}) = (\text{変化の割合}) \times (x \text{の増加量})$

(1) $3 \times 12 = 36$ (2) $(-1) \times 12 = -12$

(3) $\frac{3}{4} \times 12 = 9$ (4) $(-\frac{2}{3}) \times 12 = -8$

67

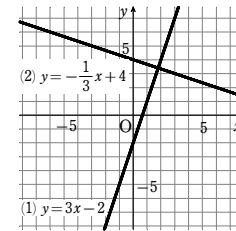
解答 ① 傾き $\frac{1}{3}$, y 切片 4 ② 傾き -1, y 切片 6 ③ 傾き 2, y 切片 -4

解説

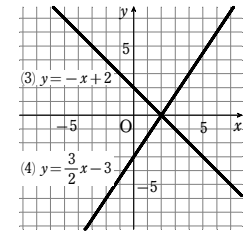
① 傾き $\frac{1}{3}$, y 切片 4 ② 傾き -1, y 切片 6 ③ 傾き 2, y 切片 -4

68

解答 (1) [図] (2) [図]



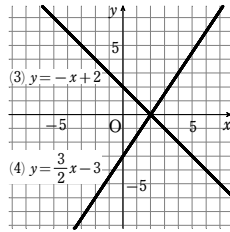
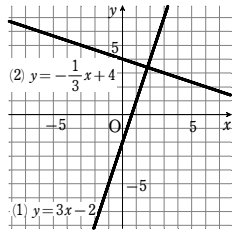
(3) [図] (4) [図]



解説

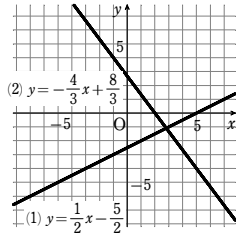
(1), (2)

(3), (4)



69

【解答】 (1) 図 (2) 図



【解説】

(1) 1次関数 $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ は
 $x=1$ のとき $y=-2$ 、
 $x=3$ のとき $y=-1$
である。

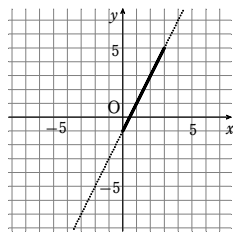
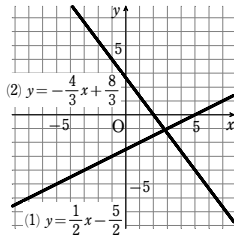
よって、この関数のグラフは、2点 $(1, -2)$ 、
 $(3, -1)$ を通る直線である。

(2) 1次関数 $y = -\frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$ は
 $x=-1$ のとき $y=4$ 、
 $x=2$ のとき $y=0$
である。

よって、この関数のグラフは、2点 $(-1, 4)$ 、 $(2, 0)$ を通る直線である。

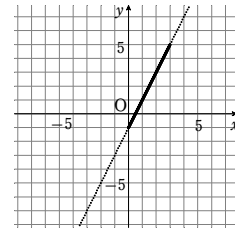
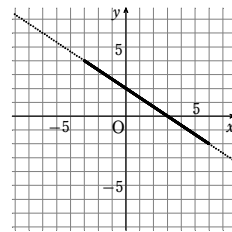
70

【解答】 (1) 図、 $-1 \leq y \leq 5$ (2) 図、 $-2 \leq y \leq 4$

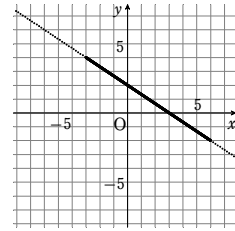


【解説】

(1) 1次関数 $y = 2x - 1$ は、
 $x=0$ のとき $y=-1$
 $x=3$ のとき $y=5$
よって、グラフは右の図の実線部分で、値域は
 $-1 \leq y \leq 5$



(2) 1次関数 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ は、
 $x=-3$ のとき $y=4$
 $x=6$ のとき $y=-2$
よって、グラフは右の図の実線部分で、値域は
 $-2 \leq y \leq 4$



71

【解答】 ① $y = 3x - 2$ ② $y = -\frac{1}{2}x + 2$ ③ $y = \frac{1}{3}x - 6$

【解説】

- ① グラフの傾きは3、 y 切片は -2 であるから、求める1次関数は $y = 3x - 2$
② グラフの傾きは $-\frac{1}{2}$ 、 y 切片は 2 であるから、求める1次関数は $y = -\frac{1}{2}x + 2$
③ グラフの傾きは $\frac{1}{3}$ 、 y 切片は -6 であるから、求める1次関数は $y = \frac{1}{3}x - 6$

72

【解答】 (1) $y = 4x - 8$ (2) $y = -\frac{1}{2}x + 5$

【解説】

(1) 変化の割合が4であるから、求める1次関数の式は、 $y = 4x + b$ とおける。
 $x=-1$ のとき $y=-12$ であるから、これらを $y = 4x + b$ に代入すると

$$-12 = 4 \times (-1) + b$$

$$b = -8$$

よって $y = 4x - 8$

(2) 変化の割合が $-\frac{1}{2}$ であるから、求める1次関数の式は、 $y = -\frac{1}{2}x + b$ とおける。

$x=-4$ のとき $y=7$ であるから、これらを $y = -\frac{1}{2}x + b$ に代入すると

$$7 = -\frac{1}{2} \times (-4) + b$$

$$b = 5$$

よって $y = -\frac{1}{2}x + 5$

73

【解答】 (1) $y = 3x - 8$ (2) $y = \frac{2}{3}x + 3$ (3) $y = 2x - 13$ (4) $y = -\frac{4}{3}x + 5$

(5) $y = 2x + 3$ (6) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

【解説】

(1) 傾きが3であるから、求める直線の式は $y = 3x + b$ とおける。
 $x=6$ のとき $y=10$ であるから $10 = 3 \times 6 + b$
よって $b = -8$

したがって、求める直線の式は $y = 3x - 8$

(2) 傾きが $\frac{2}{3}$ であるから、求める直線の式は $y = \frac{2}{3}x + b$ とおける。

$x=-3$ のとき $y=1$ であるから $1 = \frac{2}{3} \times (-3) + b$

よって $b = 3$

したがって、求める直線の式は $y = \frac{2}{3}x + 3$

(3) 直線 $y = 2x$ に平行であるから、求める直線の式は $y = 2x + b$ とおける。

$x=7$ のとき $y=1$ であるから $1 = 2 \times 7 + b$

よって $b = -13$

したがって、求める直線の式は $y = 2x - 13$

(4) 直線 $y = -\frac{4}{3}x$ に平行であるから、求める直線の式は $y = -\frac{4}{3}x + b$ とおける。

$x=9$ のとき $y=-7$ であるから $-7 = -\frac{4}{3} \times 9 + b$

よって $b = 5$

したがって、求める直線の式は $y = -\frac{4}{3}x + 5$

(5) y 切片が3であるから、求める直線の式は $y = ax + 3$ とおける。

$x=-2$ のとき $y=-1$ であるから $-1 = -2a + 3$

よって $a = 2$

したがって、求める直線の式は $y = 2x + 3$

(6) y 切片が -2 であるから、求める直線の式は $y = ax - 2$ とおける。

$x=-10$ のとき $y=3$ であるから $3 = -10a - 2$

よって $a = -\frac{1}{2}$

中1甲陽コンプリート数学 授業問題No3【解答】

したがって、求める直線の式は $y = -\frac{1}{2}x - 2$

74

【解答】 (1) $y = 4x - 7$ (2) $y = -5x + 3$ (3) $y = \frac{2}{3}x - 4$ (4) $y = -\frac{5}{2}x + 6$

【解説】

(1) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。
 $x = -1$ のとき $y = -11$ であるから $-11 = -a + b$ …… ①
 $x = 2$ のとき $y = 1$ であるから $1 = 2a + b$ …… ②
 ①, ② を連立方程式として解くと $a = 4, b = -7$
 よって、求める直線の式は $y = 4x - 7$

(2) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。
 $x = -2$ のとき $y = 13$ であるから $13 = -2a + b$ …… ①
 $x = 3$ のとき $y = -12$ であるから $-12 = 3a + b$ …… ②
 ①, ② を連立方程式として解くと $a = -5, b = 3$
 よって、求める直線の式は $y = -5x + 3$

(3) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。
 $x = -9$ のとき $y = -10$ であるから $-10 = -9a + b$ …… ①
 $x = -3$ のとき $y = -6$ であるから $-6 = -3a + b$ …… ②
 ①, ② を連立方程式として解くと $a = \frac{2}{3}, b = -4$

よって、求める直線の式は $y = \frac{2}{3}x - 4$

(4) 求める直線の式を $y = ax + b$ とおく。
 $x = -8$ のとき $y = 26$ であるから $26 = -8a + b$ …… ①
 $x = 10$ のとき $y = -19$ であるから $-19 = 10a + b$ …… ②
 ①, ② を連立方程式として解くと $a = -\frac{5}{2}, b = 6$

よって、求める直線の式は $y = -\frac{5}{2}x + 6$

75

【解答】 (1) $y = 3x - 5$ (2) $y = \frac{3}{5}x + 3$ (3) $y = -2x - 3$

【解説】

(1) 2点 $(5, -6)$, $(-3, 2)$ を結ぶ線分の中点の座標は
 $(\frac{5-3}{2}, \frac{-6+2}{2})$ すなわち $(1, -2)$

$y = 3x$ に平行であるから、求める直線の式は $y = 3x + b$ と表される。
 この直線が、点 $(1, -2)$ を通るから

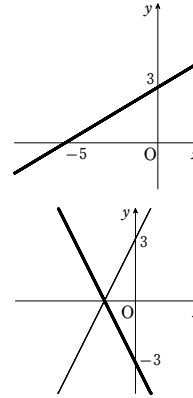
$$-2 = 3 \times 1 + b \quad \text{よって} \quad b = -5$$

したがって、求める直線の式は $y = 3x - 5$

(2) 条件を満たす直線は右の図ようになる。

よって、この直線の傾きは $\frac{3}{5}$ 、 y 切片は 3 となる。

したがって、求める直線の式は $y = \frac{3}{5}x + 3$



(3) 直線 $y = 2x + 3$ と x 軸に関して対称な直線は、右の図から、傾きが -2 、 y 切片が -3 であることがわかる。

したがって、求める直線の式は $y = -2x - 3$

76

【解答】 (1) $a = 9$ (2) $a = -\frac{2}{5}, b = -\frac{4}{5}$ (3) $a = -\frac{6}{5}$ (4) $a = -2, b = 0$
 (5) $a = 5, b = -1$

【解説】

(1) $x = a$ のとき $y = -2$ であるから $-2 = -\frac{2}{3}a + 4$

これを解いて $a = 9$

(2) $x = 3$ のとき $y = -2$ であるから $\begin{cases} -2 = 3a + b \\ -2 = 3b - a \end{cases}$

これを解いて $a = -\frac{2}{5}, b = -\frac{4}{5}$

(3) 2直線の y 切片が等しくなればよい。

直線 $y = 2x - 3$ の y 切片は -3

直線 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}a$ の y 切片は $\frac{5}{2}a$

よって $\frac{5}{2}a = -3$

したがって $a = -\frac{6}{5}$

(4) 点 $(1, 2)$ と x 軸、 y 軸に関して対称な点の座標は、それぞれ $(1, -2)$, $(-1, 2)$ である。

直線 $y = ax + b$ は、この2点を通るから $\begin{cases} -2 = a + b \\ 2 = -a + b \end{cases}$

これを解いて $a = -2, b = 0$

(5) 直線 $y = ax - 3$ が点 $(1, -2b)$ を通るから $-2b = a - 3$ …… ①

直線 $y = x + b$ が点 $(2a, 9)$ を通るから $9 = 2a + b$ …… ②

①, ② を連立方程式として解くと $a = 5, b = -1$

77

【解答】 (1) $a = 5$ (2) $a = 4$ (3) $a = 5$

【解説】

(1) 3点 A, B, C が一直線上にあるから、直線 AB の傾きと直線 BC の傾きは等しい。

直線 AB の傾きは $\frac{-4-1}{11-1} = -\frac{1}{2}$

直線 BC の傾きは $\frac{a-(-4)}{-7-11} = \frac{a+4}{-18}$

よって $-\frac{1}{2} = \frac{a+4}{-18}$

したがって $a = 5$

(2) 3点 A, B, C が一直線上にあるから、直線 AB の傾きと直線 BC の傾きは等しい。

直線 AB の傾きは $\frac{\frac{9}{2} - (-\frac{9}{2})}{2 - (-1)} = 3$

$a = 2$ のとき、点 B と点 C の x 座標が等しくなり、問題に違さないので $a \neq 2$

直線 BC の傾きは $\frac{\frac{21}{2} - \frac{9}{2}}{a-2} = \frac{6}{a-2}$

よって $3 = \frac{6}{a-2}$ すなわち $3(a-2) = 6$

したがって $a = 4$

(3) 3点 A, B, C が一直線上にあるから、直線 AB の傾きと直線 BC の傾きは等しい。

直線 AB の傾きは $\frac{(a+3)-5}{-1-0} = -a+2$

直線 BC の傾きは $\frac{(1-a)-(a+3)}{3-(-1)} = \frac{-2a-2}{4} = \frac{-a-1}{2}$

よって $-a+2 = \frac{-a-1}{2}$

したがって $a = 5$

78

【解答】 (1) $a = 4, b = 11$ (2) $a = -3, b = 12$ (3) $a = -1, b = 7$
 (4) $a = 5, b = 4$ (5) $\begin{cases} a = 2, b = 1 \\ a = -2, b = 3 \end{cases}$

【解説】

(1) $a > 0$ であるから、1次関数 $y = ax - 5$ のグラフは右上がりの直線である。

よって $x = -3$ のとき $y = -17$ …… ①

$x = 4$ のとき $y = b$ …… ②

①より $-17 = -3a - 5$ …… ③

②より $b = 4a - 5$ …… ④

③, ④を連立方程式として解くと $a = 4, b = 11$ ($a > 0$ を満たす)

(2) $a < 0$ であるから、1次関数 $y = ax + 6$ のグラフは右下がりの直線である。

よって $x = -2$ のとき $y = b$ …… ①

$x = 2$ のとき $y = 0$ …… ②

①より $b = -2a + 6$ …… ③

②より $0 = 2a + 6$ …… ④

③, ④を連立方程式として解くと $a = -3, b = 12$ ($a < 0$ を満たす)

(3) $a < 0$ であるから、1次関数 $y = ax + a + 4$ のグラフは右下がりの直線である。

よって $x = -4$ のとき $y = b$ …… ①

$x = 1$ のとき $y = 2$ …… ②

中1甲陽コンプリート数学 授業問題No3【解答】

①より $b = -3a + 4$ …… ③

②より $2 = 2a + 4$ …… ④

③, ④を連立方程式として解くと $a = -1, b = 7$ ($a < 0$ を満たす)

(4) 変化の割合が負であるから、1次関数 $y = -x + 3$ のグラフは右下がりの直線である。

よって $x = -1$ のとき $y = b$ …… ①

$x = a$ のとき $y = -2$ …… ②

①より $b = 1 + 3$ …… ③

②より $-2 = -a + 3$ …… ④

③, ④より $a = 5, b = 4$

(5) $a > 0$ のとき

1次関数 $y = ax + b$ のグラフは右上がりの直線である。

よって $x = -2$ のとき $y = -3$ …… ①

$x = 3$ のとき $y = 7$ …… ②

①より $-3 = -2a + b$ …… ③

②より $7 = 3a + b$ …… ④

③, ④を連立方程式として解くと $a = 2, b = 1$ ($a > 0$ を満たす)

$a < 0$ のとき

1次関数 $y = ax + b$ のグラフは右下がりの直線である。

よって $x = -2$ のとき $y = 7$ …… ⑤

$x = 3$ のとき $y = -3$ …… ⑥

⑤より $7 = -2a + b$ …… ⑦

⑥より $-3 = 3a + b$ …… ⑧

⑦, ⑧を連立方程式として解くと $a = -2, b = 3$ ($a < 0$ を満たす)

図 $\begin{cases} a = 2, b = 1 \\ a = -2, b = 3 \end{cases}$

79

解答 (1) ① $2 \leq p \leq 8$ ② $1 \leq q \leq \frac{13}{3}$ (2) $\frac{1}{2} \leq k \leq 3$ (3) $\frac{1}{2} \leq a \leq 7$

解説

(1) ① 点 A(3, 9) を通るとき、 p の値は最大で $9 = \frac{1}{3} \times 3 + p$

これを解いて $p = 8$

点 B(9, 5) を通るとき、 p の値は最小で $5 = \frac{1}{3} \times 9 + p$

これを解いて $p = 2$

よって、 p の値の範囲は $2 \leq p \leq 8$

② 点 A(3, 9) を通るとき、 q の値は最大で $9 = 3q - 4$

これを解いて $q = \frac{13}{3}$

点 B(9, 5) を通るとき、 q の値は最小で $5 = 9q - 4$

これを解いて $q = 1$

よって、 q の値の範囲は $1 \leq q \leq \frac{13}{3}$

(2) 点 A(2, 6) を通るとき、 k の値は最大で $6 = 2k$

これを解いて $k = 3$

点 B(4, 2) を通るとき、 k の値は最小で $2 = 4k$

これを解いて $k = \frac{1}{2}$

したがって、 k の値の範囲は $\frac{1}{2} \leq k \leq 3$

(3) 点 A(3, 0) を通るとき、直線 l の傾き a は最小となる。

このとき、直線 l は、2点 (-1, -2), (3, 0) を通る。

よって、傾き a は $a = \frac{0 - (-2)}{3 - (-1)} = \frac{1}{2}$

点 B(0, 5) を通るとき、直線 l の傾き a は最大となる。

このとき、直線 l は、2点 (-1, -2), (0, 5) を通る。

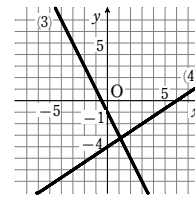
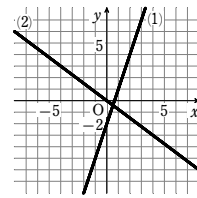
よって、傾き a は $a = \frac{5 - (-2)}{0 - (-1)} = 7$

したがって、 a の値の範囲は $\frac{1}{2} \leq a \leq 7$

80

解答 (1) $y = 3x - 2$, [図] (2) $y = -\frac{3}{4}x$, [図] (3) $y = -2x - 1$, [図]

(4) $y = \frac{2}{3}x - 4$, [図]



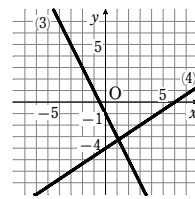
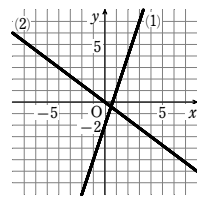
解説

(1) $3x - y = 2$ を y について解くと $y = 3x - 2$

(2) $3x + 4y = 0$ を y について解くと $y = -\frac{3}{4}x$

(3) $2x + y + 1 = 0$ を y について解くと $y = -2x - 1$

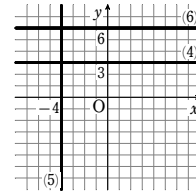
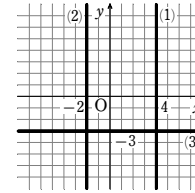
(4) $2x - 3y = 12$ を y について解くと $y = \frac{2}{3}x - 4$



81

解答 (1) ~ (3) [図]

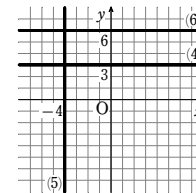
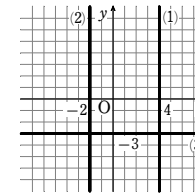
(4) ~ (6) [図]



解説

(1) $x = 4$ (2) $x = -2$ (3) $y = -3$

(4) $y = 3$ (5) $x = -4$ (6) $y = 6$



82

解答 (1) (1, 4) (2) $(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ (3) (5, 2) (4) $(\frac{5}{2}, -\frac{3}{4})$

解説

(1) $l: y = x + 3$ …… ①

$m: y = -4x + 8$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x = 1, y = 4$

よって、 l, m の交点の座標は (1, 4)

(2) $l: y = 3x + 5$ …… ①

$m: y = -x + 3$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x = -\frac{1}{2}, y = \frac{7}{2}$

よって、 l, m の交点の座標は $(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$

(3) $l: 2x - y = 8$ …… ①

$m: x + 3y = 11$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x = 5, y = 2$

よって、 l, m の交点の座標は (5, 2)

(4) $l: 8x + 4y = 17$ …… ①

$m: 3x - 2y = 9$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x = \frac{5}{2}, y = -\frac{3}{4}$

よって、 l, m の交点の座標は $(\frac{5}{2}, -\frac{3}{4})$

中1甲陽コンプリート数学 授業問題No3 【解答】

83

【解答】 (1) $(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3})$ (2) $(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$ (3) $(\frac{8}{3}, \frac{7}{3})$ (4) $(-\frac{6}{7}, \frac{11}{7})$

【解説】

(1) 直線 l の式は $y=x-3$ …… ①
直線 m の式は $y=-2x+2$ …… ②
①, ② を連立方程式として解くと $x=\frac{5}{3}, y=-\frac{4}{3}$

よって, l, m の交点の座標は $(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3})$

(2) 直線 l の式は $y=2x-1$ …… ①
直線 m の式は $y=-x+3$ …… ②

①, ② を連立方程式として解くと $x=\frac{4}{3}, y=\frac{5}{3}$

よって, l, m の交点の座標は $(\frac{4}{3}, \frac{5}{3})$

(3) 直線 l の式は $y=\frac{1}{2}x+1$ …… ①

直線 m の式は $y=2x-3$ …… ②

①, ② を連立方程式として解くと $x=\frac{8}{3}, y=\frac{7}{3}$

よって, l, m の交点の座標は $(\frac{8}{3}, \frac{7}{3})$

(4) 直線 l の式は $y=\frac{5}{3}x+3$ …… ①

直線 m の式は $y=-\frac{2}{3}x+1$ …… ②

①, ② を連立方程式として解くと $x=-\frac{6}{7}, y=\frac{11}{7}$

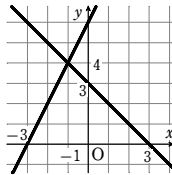
よって, l, m の交点の座標は $(-\frac{6}{7}, \frac{11}{7})$

84

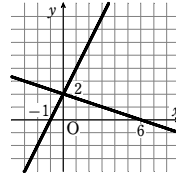
【解答】 (1) 12 (2) 7 (3) 6 (4) $\frac{19}{2}$

【解説】

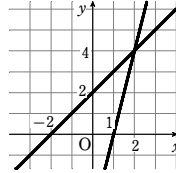
(1) 直線 $y=-x+3$ と x 軸との交点の x 座標は
 $0=-x+3$ より $x=3$
直線 $y=2x+6$ と x 軸との交点の x 座標は
 $0=2x+6$ より $x=-3$
また, 2直線 $y=-x+3, y=2x+6$ の交点の座標は, 連立方程式 $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x+6 \end{cases}$ を解いて
 $x=-1, y=4$ より $(-1, 4)$
したがって, 求める三角形の面積は
 $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$



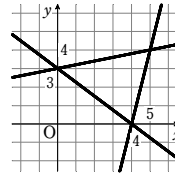
(2) 直線 $2x-y+2=0$ と x 軸との交点の x 座標は
 $2x-0+2=0$ より $x=-1$
直線 $x+3y-6=0$ と x 軸との交点の x 座標は
 $x+3 \times 0-6=0$ より $x=6$
また, 2直線 $2x-y+2=0, x+3y-6=0$ の交点の座標は, 連立方程式 $\begin{cases} 2x-y+2=0 \\ x+3y-6=0 \end{cases}$ を解いて
 $x=0, y=2$ より $(0, 2)$
したがって, 求める三角形の面積は
 $\frac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7$



(3) 直線 $x-y+2=0$ と x 軸との交点の x 座標は
 $x-0+2=0$ より $x=-2$
直線 $4x-y-4=0$ と x 軸との交点の x 座標は
 $4x-0-4=0$ より $x=1$
また, 2直線 $x-y+2=0, 4x-y-4=0$ の交点の座標は, 連立方程式 $\begin{cases} x-y+2=0 \\ 4x-y-4=0 \end{cases}$ を解いて
 $x=2, y=4$ より $(2, 4)$
したがって, 求める三角形の面積は
 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$



(4) 2直線 $x-5y+15=0, 3x+4y=12$ の交点の座標は, 連立方程式 $\begin{cases} x-5y+15=0 \\ 3x+4y=12 \end{cases}$ を解いて $x=0, y=3$ より $(0, 3)$
2直線 $3x+4y=12, 4x-y=16$ の交点の座標は,
連立方程式 $\begin{cases} 3x+4y=12 \\ 4x-y=16 \end{cases}$ を解いて
 $x=4, y=0$ より $(4, 0)$
2直線 $4x-y=16, x-5y+15=0$ の交点の座標は,
連立方程式 $\begin{cases} 4x-y=16 \\ x-5y+15=0 \end{cases}$ を解いて
 $x=5, y=4$ より $(5, 4)$
したがって, 求める三角形の面積は
 $4 \times 5 - (\frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 \times 4) = 20 - (6 + \frac{5}{2} + 2) = \frac{19}{2}$



85

【解答】 (1) $y=-\frac{1}{3}x+6$ (2) $y=-3x+6$ (3) $y=\frac{1}{2}x-5$ (4) $y=2x-4$

【解説】

(1) 2直線 $y=4x-7, y=-3x+14$ の交点の座標は, 連立方程式 $\begin{cases} y=4x-7 \\ y=-3x+14 \end{cases}$ を解いて $x=3, y=5$ より $(3, 5)$
求める直線の式は $y=-\frac{1}{3}x+b$ とおける。
この直線が, 点 $(3, 5)$ を通るから $5=-\frac{1}{3} \times 3 + b$
これを解いて $b=6$

よって, 求める直線の式は $y=-\frac{1}{3}x+6$

(2) 直線 $y=4x-8$ と x 軸との交点の x 座標は $0=4x-8$ より $x=2$
直線 $y=-3x+1$ に平行な直線の式は $y=-3x+b$ とおける。
この直線が, 点 $(2, 0)$ を通るから $0=-3 \times 2 + b$
これを解いて $b=6$
よって, 求める直線の式は $y=-3x+6$

(3) 2直線 $y=-2x+5, y=x-7$ の交点の座標は, 連立方程式 $\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=x-7 \end{cases}$ を解いて
 $x=4, y=-3$ より $(4, -3)$

直線 $y=\frac{1}{2}x+3$ に平行な直線の式は $y=\frac{1}{2}x+b$ とおける。

この直線が, 点 $(4, -3)$ を通るから $-3=\frac{1}{2} \times 4 + b$

これを解いて $b=-5$

よって, 求める直線の式は $y=\frac{1}{2}x-5$

(4) 点 C の x 座標は $3x+0-6=0$ より $x=2$
よって, 点 C の座標は $(2, 0)$

また, 直線 AB の傾きは $\frac{-6-4}{-3-2}=2$

したがって, 求める直線は, 点 $(2, 0)$ を通る, 傾き 2 の直線である。

求める直線の式は $y=2x+b$ とおける。

この直線が, 点 $(2, 0)$ を通るから $0=2 \times 2 + b$

これを解いて $b=-4$

よって, 求める直線の式は $y=2x-4$

86

【解答】 (1) $a=-4$ (2) $a=4, b=-\frac{3}{2}$ (3) $k=-\frac{3}{5}$

(4) 点 P の座標は $(2, 8), a=7$

【解説】

(1) $y=3x+2a, y=-2x-3a$ について, $x=4$ のときの y の値が等しくなればよい。
よって $3 \times 4 + 2a = -2 \times 4 - 3a$
これを解いて $a=-4$

(2) $x-6y-2a=0, ax+2y+7=0$ が, $x=-1, y=b$ のとき, ともに成り立てばよい。
よって $\begin{cases} -1-6b-2a=0 \\ -a+2b+7=0 \end{cases}$
これを解いて $a=4, b=-\frac{3}{2}$

(3) $3x-y-5=0, 3kx+4y+3=0$ について, $y=0$ のときの x の値が等しくなればよい。
 $3x-y-5=0$ に $y=0$ を代入すると $3x-0-5=0$
これを解いて $x=\frac{5}{3}$
 $3kx+4y+3=0$ に $y=0$ を代入すると
 $3kx+4 \times 0 + 3 = 0$ すなわち $3kx+3=0$
この式が, $x=\frac{5}{3}$ のとき成立するから $3k \times \frac{5}{3} + 3 = 0$

中1 甲陽コンプリート数学 授業問題No3 【解答】

これを解いて $k = -\frac{3}{5}$

(4) 点Pは、2直線 $y=4x$, $y=-x+10$ の交点となる。

点Pの座標は、連立方程式 $\begin{cases} y=4x \\ y=-x+10 \end{cases}$ を解いて
 $x=2, y=8$ より (2, 8)

直線 $y=ax-6$ は点Pを通るから $8=a \times 2 - 6$

これを解いて $a=7$

図 点Pの座標は (2, 8), $a=7$

87

【解答】 (1) $a=18$ (2) $a=19$ (3) $a=2$ (4) $a=2, b=-1$

【解説】

(1) 2直線 $x+y=3$, $2x+3y=6$ の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+3y=6 \end{cases}$ を解いて
 $x=3, y=0$ より (3, 0)

直線 $6x-y=a$ がこの点を通ればよいから $6 \times 3 - 0 = a$
したがって $a=18$

(2) 2直線 $3x-y=9$, $x+2y=-4$ の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} 3x-y=9 \\ x+2y=-4 \end{cases}$ を解いて
 $x=2, y=-3$ より (2, -3)

直線 $2x-5y=a$ がこの点を通ればよいから $2 \times 2 - 5 \times (-3) = a$
したがって $a=19$

(3) 2直線 $x+3y=2$, $x+y=0$ の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} x+3y=2 \\ x+y=0 \end{cases}$ を解いて
 $x=-1, y=1$ より (-1, 1)

直線 $ax-2y=-4$ がこの点を通ればよいから $a \times (-1) - 2 \times 1 = -4$
したがって $a=2$

(4) 2直線 $x+y=1$, $3x-y=11$ の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} x+y=1 \\ 3x-y=11 \end{cases}$ を解いて
 $x=3, y=-2$ より (3, -2)

直線 $ax-by=4$ がこの点を通ればよいから $a \times 3 - b \times (-2) = 4$
すなわち $3a+2b=4$ …… ①

直線 $ax-by=4$ は、 $b=0$ のとき傾きが -2 にならないので $b \neq 0$

$ax-by=4$ を変形して $y = \frac{a}{b}x - \frac{4}{b}$

直線 $ax-by=4$ の傾きが -2 となればよいから $\frac{a}{b} = -2$

すなわち $a = -2b$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $a=2, b=-1$

88

【解答】 (1) $a = -\frac{1}{3}, 3, 5$ (2) $a = \frac{3}{2}, 6, \frac{1}{2}$

【解説】

(1) ℓ と m は平行ではないから、3直線 ℓ, m, n が三角形をつくらないのは、次の3つの場合である。

[1] ℓ と n が平行

[2] m と n が平行

[3] n が ℓ と m の交点を通る

[1] のとき、 ℓ の傾きは $-\frac{1}{3}$, n の傾きは a であるから $a = -\frac{1}{3}$

[2] のとき、 m の傾きは 3 , n の傾きは a であるから $a = 3$

[3] のとき、 ℓ と m の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} x+3y+1=0 \\ 3x-y+3=0 \end{cases}$ を解いて

$x=-1, y=0$ より (-1, 0)

よって、 n が点(-1, 0)を通ればよいから $-a-0+3=0$

これを解いて $a=3$

[1], [2], [3]より、求める a の値は $a = -\frac{1}{3}, 3, 5$

(2) ℓ と m は平行ではないから、3直線 ℓ, m, n が三角形をつくらないのは、次の3つの場合である。

[1] ℓ と n が平行

[2] m と n が平行

[3] n が ℓ と m の交点を通る

また、 $a=0$ のときは ℓ, m, n が三角形をつくるから、 $a \neq 0$ である。

[1] のとき、 ℓ の傾きは $\frac{2}{3}$, n の傾きは $\frac{1}{a}$ であるから $\frac{2}{3} = \frac{1}{a}$

よって $a = \frac{3}{2}$

[2] のとき、 m の傾きは $\frac{1}{6}$, n の傾きは $\frac{1}{a}$ であるから $\frac{1}{6} = \frac{1}{a}$

よって $a = 6$

[3] のとき、 ℓ と m の交点の座標は、連立方程式 $\begin{cases} 2x-3y=12 \\ -\frac{1}{3}x+2y=1 \end{cases}$ を解いて

$x=9, y=2$ より (9, 2)

よって、 n が点(9, 2)を通ればよいから $9-2a=8$

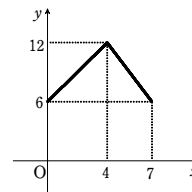
これを解いて $a = \frac{1}{2}$

[1], [2], [3]より、求める a の値は $a = \frac{3}{2}, 6, \frac{1}{2}$

89

【解答】 (1) $y = \frac{3}{2}x + 6$ (2) $y = -2x + 20$

(3) [図] (4) $x = \frac{4}{3}, 6$



【解説】

(1) $0 < x \leq 4$ のとき

四角形 ABCP は AP//BC の台形で、AP=x であるから

$$y = \frac{1}{2} \times (x+4) \times 3 = \frac{3}{2}x + 6$$

これは、 $x=0$ のときにも成り立つ。

$$\text{図 } y = \frac{3}{2}x + 6$$

(2) $4 \leq x < 7$ のとき

四角形 ABCP は AB//PC の台形で、PC=7-x であるから

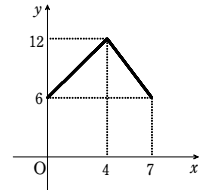
$$y = \frac{1}{2} \times \{(7-x) + 3\} \times 4 \\ = 2(10-x) = -2x + 20$$

これは、 $x=7$ のときにも成り立つ。

$$\text{図 } y = -2x + 20$$

(3) 右の図のようになる。

(4) グラフより、 $y=8$ となるのは $0 \leq x \leq 4$ のときに1回、 $4 \leq x \leq 7$ のときに1回あることがわかる。



$$0 \leq x \leq 4 \text{ のとき } y = \frac{3}{2}x + 6$$

$$\text{これを解いて } x = \frac{4}{3}$$

$$4 \leq x \leq 7 \text{ のとき } y = -2x + 20$$

$$\text{これを解いて } x = 6$$

したがって、求める x の値は $x = \frac{4}{3}, 6$

90

【解答】 (1) 分速 $\frac{3}{10}$ km (分速 300 m) (2) $y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3}$ (3) $\frac{24}{7}$ km

【解説】

(1) 10分間に3km進んでいるから、自転車は 分速 $\frac{3}{10}$ km (または 分速 300 m)

(2) 自転車をひいているときのグラフは、2点(20, 4), (50, 6)を通っている。

$$\text{求めるグラフの式を } y = ax + b \text{ とおくと } \begin{cases} 4 = 20a + b \\ 6 = 50a + b \end{cases}$$

$$\text{これを解いて } a = \frac{1}{15}, b = \frac{8}{3}$$

したがって、求める式は $y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3}$

(3) 自転車に乗っているときのグラフの式は $y = \frac{3}{10}x$ である。

よって、2直線 $y = \frac{3}{10}x$, $y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3}$ の交点の座標を考える。

$$\text{連立方程式 } \begin{cases} y = \frac{3}{10}x \\ y = \frac{1}{15}x + \frac{8}{3} \end{cases} \text{ を解いて } x = \frac{80}{7}, y = \frac{24}{7}$$

したがって、パンクしたのは A 君の家から $\frac{24}{7}$ km の地点である。

91

【解答】 (1) $b=8$ (2) $(\frac{3}{2}, 3)$ (3) $a = -\frac{1}{3}$

【解説】

(1) 直線 OA を表す式は $y=2x$ であるから $b=2 \times 4=8$

(2) $a=-2$ のとき、直線 AC を表す式は $y=-2x+6$

点 A は 2直線 OA, AC の交点である。

中1 甲陽コングレイト数学 授業問題No3 【解答】

よって、点Aの座標は、連立方程式 $\begin{cases} y=2x \\ y=-2x+6 \end{cases}$ を解いて

$$x = \frac{3}{2}, y = 3 \text{ より } \left(\frac{3}{2}, 3 \right)$$

(3) 点Bはx座標が2で、直線 $y=2x$ 上の点である。

よって、点Bの座標は(2, 4)で $BD=4$

また、 $BD=BC$ となるから、点Cは点Bを右に4だけ移動した位置にある。

したがって、点Cの座標は (6, 4)

点Cは直線 $y=ax+6$ の上にあるから $4=6a+6$

これを解いて $a = -\frac{1}{3}$

92

解答 $y=2x-2$

解説

線分BCの中点をMとする。

$\triangle ABM$ と $\triangle ACM$ は底辺の長さと高さが等しいから、面積は等しくなる。

よって、直線AMは $\triangle ABC$ の面積を2等分する。

$$BC=4-(-2)=6 \text{ より } BM=3$$

したがって、Mの座標は (1, 0)

よって、求める直線の式を $y=ax+b$ とおくと、2点A(2, 2), M(1, 0)を通るから

$$\begin{cases} 2=2a+b \\ 0=a+b \end{cases}$$

これを解いて $a=2, b=-2$

したがって、求める直線の式は $y=2x-2$

93

解答 (1) $a=2$ (2) (7, 0) (3) 18 (4) $y=-10x+34$

解説

(1) 点Aは直線 ℓ 上の点であるから $b=-3+7$ よって $b=4$

したがって、点Aの座標は (3, 4)

点Aは直線 m 上の点であるから $4=3a-2$ よって $a=2$

(2) $y=-x+7$ において、 $y=0$ とすると $0=-x+7$ よって $x=7$

したがって、点Bの座標は (7, 0)

(3) $\triangle ABC$ の面積は

$$7 \times 6 - \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \\ = 42 - (7 + 9 + 8) = 18$$

(4) 求める直線は、点Aと線分BCの中点を通る直線である。

線分BCの中点をMとすると、Mの座標は

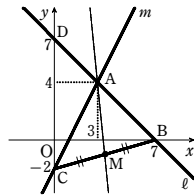
$$\left(\frac{7+0}{2}, \frac{0-2}{2} \right) \text{ すなわち } \left(\frac{7}{2}, -1 \right)$$

求める直線の式を $y=px+q$ とおくと

$$\begin{cases} 4=3p+q \\ -1=\frac{7}{2}p+q \end{cases}$$

これを解いて $p=-10, q=34$

よって、求める直線の式は $y=-10x+34$



94

解答 (1) $y=-2x+12$ (2) $y=\frac{1}{4}x+3$

解説

(1) 直線ABの式は $y=mx+12$ とおける。

点Bを通るから、この式に $x=6, y=0$ を代入して

$$0=6m+12 \text{ よって } m=-2$$

したがって、直線ABの式は $y=-2x+12$

(2) $\triangle AOB$ の面積は $\frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36$

直線 ℓ とABの交点をDとし、点Dのx座標をaとすると、 $\triangle ACD$ の面積について

$$\frac{1}{2} \times (12-3) \times a = 36 \times \frac{1}{2}$$

これを解いて $a=4$

よって、点Dのx座標は 4

点Dは直線AB上の点であるから、そのy座標は $y=-2 \times 4 + 12 = 4$

したがって、点Dの座標は (4, 4)

また、直線 ℓ の式は $y=nx+3$ において、点Dは ℓ 上の点であるから

$$4=4n+3 \text{ よって } n=\frac{1}{4}$$

したがって、直線 ℓ の式は $y=\frac{1}{4}x+3$

95

解答 (1) $y=x-2$ (2) (15, 13) (3) $y=\frac{3}{4}x$

解説

(1) 点Aのx座標は1で、Aは直線 $y=-x$ 上の点であるから、Aのy座標は -1

よって、点Aの座標は (1, -1)

$\angle CAB=45^\circ$ より、直線ACの傾きは 1

したがって、直線ACの式は $y=x+b$ とおける。

この直線が点(1, -1)を通るから $-1=1+b$ よって $b=-2$

したがって、直線ACの式は $y=x-2$

(2) 点Cは2直線 $y=\frac{2}{3}x+3, y=x-2$ の交点である。

よって、点Cの座標は、連立方程式 $\begin{cases} y=\frac{2}{3}x+3 \\ y=x-2 \end{cases}$ を解いて

$$x=15, y=13 \text{ より } (15, 13)$$

(3) 正方形の面積を2等分する直線は、正方形の2本の対角線の交点を通る。

2本の対角線の交点は、対角線の midpoint と一致する。

線分ACの midpointの座標は $\left(\frac{1+15}{2}, \frac{-1+13}{2} \right)$ すなわち (8, 6)

求める直線は、原点Oと点(8, 6)を通る。

よって、求める直線の式は $y=\frac{3}{4}x$