

1

- (1) 1000 から 9999 までの 4 桁の自然数のうち, 1000 や 1212 のようにちょうど 2 種類の数字から成り立っているものの個数を求めよ.
- (2) n 桁の自然数のうち, ちょうど 2 種類の数字から成り立っているものの個数を求めよ.

2

0 でない複素数 z に対して, $w = u + iv$ を

$$w = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$$

とするとき, 次の問いに答えよ. ただし, u, v は実数, i は虚数単位である.

- (1) 複素数平面上で, z が単位円 $|z|=1$ 上を動くとき, w はどのような曲線を描くか. u, v が満たす曲線の方程式を求め, その曲線を図示せよ.
- (2) 複素数平面上で, z が実軸からの偏角 α $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ の半直線上を動くとき, w はどのような曲線を描くか. u, v が満たす曲線の方程式を求め, その曲線を図示せよ.

3

$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1$ は整数を係数とする x の 4 次式とする. 4 次方程式 $f(x) = 0$ の重複も含めた 4 つの解のうち, 2 つは整数で残りの 2 つは虚数であるという. このとき a, b, c の値を求めよ.

4

- (1) $x \geq 0$ で定義された関数

$$f(x) = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$$

について, 導関数 $f'(x)$ を求めよ.

- (2) 極方程式 $r = \theta$ ($\theta \geq 0$) で定義される曲線の, $0 \leq \theta \leq \pi$ の部分の長さを求めよ.