1

a を $0 \leqq a < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲にある実数とする。2 つの直線 $x=0$，$x=\dfrac{\pi}{2}$ および 2 つの曲線 $y=\cos(x-a)$，$y=-\cos x$ によって囲まれる図形を G とする。

(1)　図形 G の面積を S とする。S を a を用いた式で表せ。

(2)　a が $0 \leqq a < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，S を最大にするような a の値と，そのときの S の値を求めよ。

(3)　図形 G を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を V とする。V を a を用いた式で表せ。

2

$t>0$ とし，$x=t$ で表される直線を ℓ_1 とする。$y=\dfrac{x^2}{4}$ で表される放物線を C とおく。C と ℓ_1 の共有点 $\left(t,\ \dfrac{t^2}{4}\right)$ における C の接線を ℓ_2 とする。

(1)　ℓ_1 と ℓ_2 のなす角を θ とするとき，$\cos\theta$ を求めよ。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。

(2)　ℓ_1 を ℓ_2 に関して対称移動させた直線を ℓ_3 とおくとき，ℓ_3 の方程式を求めよ。

(3)　ℓ_3 は t によらない定点を通ることを示せ。

(4)　ℓ_3 と C の 2 つの共有点を P，Q とする。線分 PQ の長さが最小になるような t の値を求めよ。

3

n 枚のカードを積んだ山があり，各カードには上から順番に 1 から n まで番号がつけられている。ただし $n \geqq 2$ とする。このカードの山に対して次の試行を繰り返す。1 回の試行では，一番上のカードを取り，山の一番上にもどすか，あるいはいずれかのカードの下に入れるという操作を行う。これら n 通りの操作はすべて同じ確率であるとする。n 回の試行を終えたとき，最初一番下にあったカード (番号 n) が山の一番上にきている確率を求めよ。