

1

次の式を計算せよ。

- (1) $\{(-1+2i)-(7-3i)\}^2$ (2) $\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)^3$
 (3) $\frac{2-i}{2+i} - \frac{3+i}{3-i}$ (4) $\frac{1+3i}{3-i} \times \frac{2i+3}{5i-1}$

【解答】 (1) $39-80i$ (2) 1 (3) $-\frac{1}{5}-\frac{7}{5}i$ (4) $\frac{17}{26}+\frac{7}{26}i$

【解説】

- (1) (与式) $=(-8+5i)^2=64-80i+25i^2=39-80i$
 (2) (与式) $=\frac{(-1-\sqrt{3}i)^3}{8} = \frac{-1-3\sqrt{3}i-3(\sqrt{3}i)^2-(\sqrt{3}i)^3}{8}$
 $=\frac{-1-3\sqrt{3}i+9+3\sqrt{3}i}{8} = \frac{8}{8} = 1$
 (3) (与式) $=\frac{(2-i)^2}{(2+i)(2-i)} - \frac{(3+i)^2}{(3-i)(3+i)} = \frac{4-4i+i^2}{4-i^2} - \frac{9+6i+i^2}{9-i^2}$
 $=\frac{3-4i}{5} - \frac{8+6i}{10} = \frac{3-4i}{5} - \frac{4+3i}{5} = -\frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$
 (4) (与式) $= -\frac{(1+3i)(3+2i)}{(3-i)(1-5i)} = -\frac{3+2i+9i+6i^2}{3-15i-i+5i^2} = \frac{-3+11i}{2(1+8i)}$
 $=\frac{(-3+11i)(1-8i)}{2(1+8i)(1-8i)} = \frac{-3+24i+11i-88i^2}{2(1-64i^2)} = \frac{85+35i}{2 \cdot 65}$
 $=\frac{17+7i}{26} = \frac{17}{26} + \frac{7}{26}i$

2

次の複素数と共役な複素数をいえ。

- (1) $9-6i$ (2) $-\sqrt{7}i$

【解答】 (1) $9+6i$ (2) $\sqrt{7}i$

3

次の等式を満たす実数 x, y の値を求めよ。

$$(2+i)x - (3-6i)y = 15$$

【解答】 $x=6, y=-1$

【解説】

左辺を整理すると $(2x-3y)+(x+6y)i=15$
 $2x-3y, x+6y$ は実数であるから $2x-3y=15$ かつ $x+6y=0$
 これを解いて $x=6, y=-1$

4

2次方程式 $x^2+ax+b=0$ が $3-i$ を解にもつとき、実数の定数 a, b の値を求めよ。

【解答】 $a=-6, b=10$

【解説】

$3-i$ が $x^2+ax+b=0$ の解であるから
 $(3-i)^2+a(3-i)+b=0$
 よって $(9-6i-1)+a(3-i)+b=0$
 整理して $(3a+b+8)-(a+6)i=0$
 $3a+b+8, -(a+6)$ は実数であるから
 $3a+b+8=0, -(a+6)=0$
 これを解いて $a=-6, b=10$

5

2つの2次方程式 $x^2+2ax+a+2=0, x^2+(a-1)x+a^2=0$ が次の条件を満たすとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

- (1) ともに虚数解をもつ。 (2) どちらか一方だけが虚数解をもつ。

【解答】 (1) $\frac{1}{3} < a < 2$ (2) $a < -1, -1 < a \leq \frac{1}{3}, 2 \leq a$

【解説】

$$x^2+2ax+a+2=0 \quad \dots\dots ①$$

$$x^2+(a-1)x+a^2=0 \quad \dots\dots ②$$

①の判別式を D_1 , ②の判別式を D_2 とすると

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - 1 \cdot (a+2) = a^2 - a - 2$$

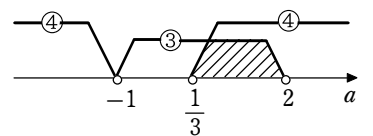
$$= (a+1)(a-2)$$

$$D_2 = (a-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot a^2 = -(3a^2+2a-1)$$

$$= -(a+1)(3a-1)$$

(1) ①, ② がともに虚数解をもつための必要十分条件は $D_1 < 0$ かつ $D_2 < 0$

$D_1 < 0$ から $(a+1)(a-2) < 0$
 よって $-1 < a < 2$ …… ③
 $D_2 < 0$ から $-(a+1)(3a-1) < 0$
 ゆえに $(a+1)(3a-1) > 0$
 よって $a < -1, \frac{1}{3} < a$ …… ④

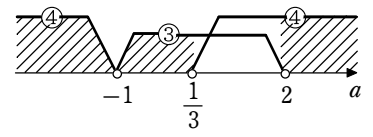


③と④の共通範囲を求めて $\frac{1}{3} < a < 2$

(2) ①, ② のどちらか一方だけが虚数解をもつのは, ③, ④ のどちらか一方だけが成り立つときである。

下の図から, その範囲を求めて

$$a < -1, -1 < a \leq \frac{1}{3}, 2 \leq a$$



1

次の式を計算せよ。

(1) $\{(-1+2i)-(7-3i)\}^2$

(2) $\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)^3$

(3) $\frac{2-i}{2+i} - \frac{3+i}{3-i}$

(4) $\frac{1+3i}{3-i} \times \frac{2i+3}{5i-1}$

2

次の複素数と共役な複素数をいえ。

(1) $9-6i$ (2) $-\sqrt{7}i$

3

次の等式を満たす実数 x, y の値を求めよ。

$(2+i)x - (3-6i)y = 15$

4

2次方程式 $x^2+ax+b=0$ が $3-i$ を解にもつとき、実数の定数 a, b の値を求めよ。

5

2つの2次方程式 $x^2+2ax+a+2=0, x^2+(a-1)x+a^2=0$ が次の条件を満たすとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

- (1) ともに虚数解をもつ。 (2) どちらか一方だけが虚数解をもつ。