【定期試験対策講習】

３学期
学年末考査
対策教材①

中１六甲数学

【注意事項】

本教材は

数学１「１次関数」
数学２「等積変形，辺と角の大小・成立条件」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

【問題】

$\boxed{1}$

1 次関数 $y=-2x+3$ について

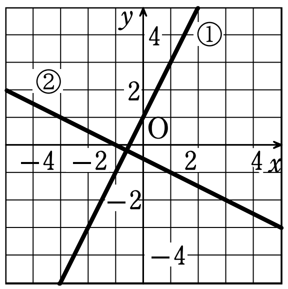
(1)　x の値が -4 から 2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2)　x の増加量が 3 のときの y の増加量を求めなさい。

(3)　y の増加量が 12 のときの x の増加量を求めなさい。

$\boxed{2}$

右の図の ①～④ は，1 次関数のグラフである。
この 1 次関数の式を求めなさい。



$\boxed{3}$

次の条件を満たす直線の式を求めなさい。

(1)　点 $(3,\ -2)$ を通り，直線 $y=-\dfrac{4}{3}x+5$ に平行

(2)　2 点 $(3,\ -2)$，$(-4,\ 5)$ を通る

(3)　2 点 $(-2,\ 3)$，$(-2,\ -5)$ を通る

$\boxed{4}$

3 点 $(8,\ 1)$，$(4,\ a)$，$(-2,\ 2a)$ が同じ直線上にあるとき，a の値を求めなさい。

$\boxed{5}$

1 次関数 $y=ax+b$ の定義域が $-2\leqq x\leqq 3$ のとき，値域が $-3\leqq y\leqq 7$ である。このとき，a，b の値は $a=$ ア $\boxed{}$，$b=$ イ $\boxed{}$ または $a=$ ウ $\boxed{}$，$b=$ エ $\boxed{}$ である。ただし，(ア) ＞ (ウ) とする。

$\boxed{6}$

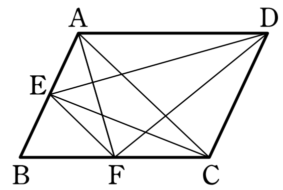
3 直線　$2x-y-3=0$，$2x-3y+7=0$，$2x+y+3=0$ によってつくられる三角形の面積を求めなさい。

$\boxed{7}$

3 直線 ℓ ：$x+3y+1=0$，m ：$3x-y+3=0$，n ：$ax-y+5=0$ が三角形をつくらないような定数 a の値をすべて求めなさい。

$\boxed{8}$

右の図において，四角形 ABCD は平行四辺形で，AC∥EF である。△ACE と面積の等しい三角形をすべて答えなさい。

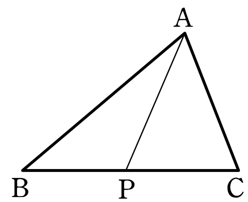


$\boxed{9}$

△ABC において，辺 BC 上に頂点と異なる点 P をとる。
次のことを証明しなさい。

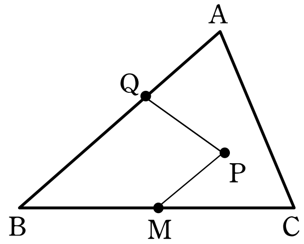
(1)　AB＞AC ならば，AB＞AP である。

(2)　2AP＜AB＋BC＋CA



10

△ABC において，辺 BC の中点を M とし，内部に
1 点 P をとる。
右の図のような 折れ線 MPQ を引いて，△ABC の
面積を 2 等分するには，辺 AB 上の点 Q をどのよう
な位置にとればよいか答えなさい。



11

2 点 A (1，5)，B (3，10) を結ぶ線分 AB 上の点 (端の点を含む) を，直線 $y=-x+b$ が
通るとき，b のとりうる値の範囲を求めなさい。

12

2 直線 $x-6y-2a=0$，$ax+2y+7=0$ が 1 点で交わり，その交点の座標が $(-1,\ b)$
であるとき，定数 a，b の値を求めなさい。

【解答＆解説】

$\boxed{1}$

解答　(1)　-2　　(2)　-6　　(3)　-6

$\boxed{2}$

解答　①　$y=2x+1$　　②　$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

$\boxed{3}$

解答　(1)　$y=-\frac{4}{3}x+2$　　(2)　$y=-x+1$　　(3)　$x=-2$

$\boxed{4}$

解答　$a=3$

$\boxed{5}$

解答　(ア)　2　　(イ)　1　　(ウ)　-2　　(エ)　3

$\boxed{6}$

解答　16

$\boxed{7}$

解答　$a=-\frac{1}{3}$，3，5

$\boxed{8}$

解答　△ADE，△ACF，△DCF

$\boxed{9}$

解答　(1)　略　　(2)　略

$\boxed{10}$

解答　A と P を線分で結び，M を通って，PA に平行な直線を引いて，辺 AB との交点を Q とする。

$\boxed{11}$

解答　$6 \leqq b \leqq 13$

$\boxed{12}$

解答　$a=4$，$b=-\frac{3}{2}$

$\boxed{1}$

解説

(1)　x の増加量は　　$2-(-4)=6$

$x=-4$ のとき　$y=-2\times(-4)+3=11$

$x=2$ 　のとき　$y=-2\times2+3=-1$

よって，y の増加量は　　$-1-11=-12$

したがって，変化の割合は　　$\frac{-12}{6}=-2$

(2)　変化の割合が -2 であるから，y の増加量は　　$(-2)\times3=-6$

(3)　x の増加量を p とすると　　$12=(-2)\times p$

これを解くと　　$p=-6$

よって，x の増加量は　-6

$\boxed{2}$

解説

①　図より，グラフの傾きは 2，y 切片は 1 である。

よって，求める 1 次関数の式は　　$y=2x+1$

②　図より，グラフの傾きは $-\frac{1}{2}$ であるから，求める 1 次関数の式は $y=-\frac{1}{2}x+b$ とおける。

グラフが点 $(1,\ -1)$ を通るから　　$-1=-\frac{1}{2}\times1+b$　　　よって　$b=-\frac{1}{2}$

したがって　　$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

$\boxed{3}$

解説

(1)　直線 $y=-\frac{4}{3}x+5$ に平行であるから，求める直線の式は $y=-\frac{4}{3}x+b$ とおける。

この直線が点 (3, -2) を通るから　$-2=-\dfrac{4}{3}\times 3+b$　　よって　$b=2$

したがって　$y=-\dfrac{4}{3}x+2$

(2)　求める1次関数の式を $y=ax+b$ とおく。

$x=3$ のとき $y=-2$ であるから　$-2=3a+b$　……①

$x=-4$ のとき $y=5$ であるから　$5=-4a+b$　……②

①，② を連立方程式として解く。

①−② から　$-7=7a$　　よって　$a=-1$

$a=-1$ を ① に代入すると

$-2=-3+b$　　よって　$b=1$

したがって，求める1次関数の式は　$y=-x+1$

(3)　x 座標がともに -2 であるから x 軸に垂直 (y 軸に平行) な直線である。

よって、直線の式は　$x=-2$

4

(解説)

A (8, 1)，B (4, a)，C (-2, $2a$) とする。

この3点が同じ直線上にあるとき，直線 AB と直線 BC の傾きは等しい。

よって　$\dfrac{a-1}{4-8}=\dfrac{2a-a}{-2-4}$

$\dfrac{a-1}{-4}=\dfrac{a}{-6}$

$3(a-1)=2a$

したがって　$a=3$

5

(解説)

[1]　$a>0$ の場合

$x=-2$ のとき $y=-3$，$x=3$ のとき $y=7$ であるから

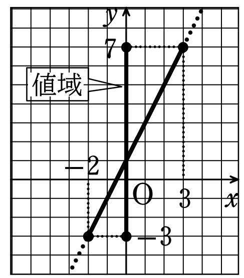
$$\begin{cases} -3=-2a+b & \cdots\cdots ① \\ 7=3a+b & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①−② から　$-10=-5a$

よって　$a=2$　($a>0$ に適する)

① に代入すると　$-3=-4+b$　　よって　$b=1$

[1]



[2]　$a<0$ の場合

$x=-2$ のとき $y=7$，$x=3$ のとき $y=-3$ であるから

$$\begin{cases} 7=-2a+b & \cdots\cdots ③ \\ -3=3a+b & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

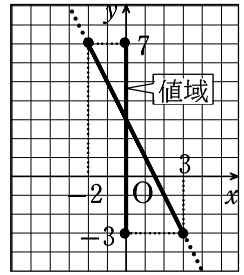
③−④ から　$10=-5a$

よって　$a=-2$　($a<0$ に適する)

③ に代入すると　$7=4+b$　　よって　$b=3$

答 (ア) 2　(イ) 1　(ウ) -2　(エ) 3

[2]



6

(解説)

$2x-y-3=0$　……①

$2x-3y+7=0$　……②

$2x+y+3=0$　……③

① と ②，② と ③，③ と ① の交点をそれぞれ A，B，C とする。

① と ② を連立方程式として解いて

$x=4$，$y=5$

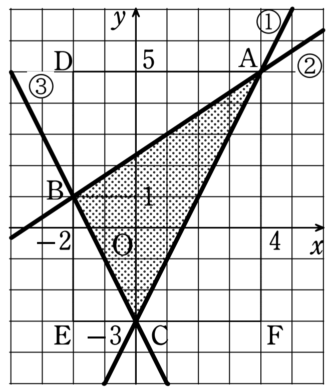
よって　A (4, 5)

② と ③ を連立方程式として解いて

$x=-2$，$y=1$

よって　B (-2, 1)

③ と ① を連立方程式として解いて



$x=0$, $y=-3$

よって　C$(0,\ -3)$

図のような長方形 ADEF の面積から，3 つの三角形 ADB，CBE，ACF の面積をひいて求める。

このとき，$DE=5-(-3)=8$，$AD=4-(-2)=6$ であるから，△ABC の面積は

$$8\times6-\left(\frac{1}{2}\times6\times4+\frac{1}{2}\times2\times4+\frac{1}{2}\times4\times8\right)$$

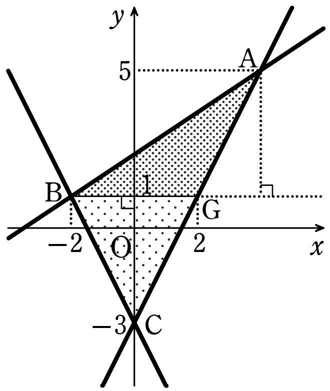
$$=48-32=16$$

別解　点 B から x 軸に平行な直線を引き，辺 AC との交点を G とする。

点 G の座標は $(2,\ 1)$ であるから

$\triangle ABC=\triangle ABG+\triangle BCG$

$$=\frac{1}{2}\times4\times4+\frac{1}{2}\times4\times4=16$$



7

解説

ℓ と m は平行ではないから，3 直線 ℓ，m，n が三角形をつくらないのは，次の 3 つの場合である。

[1] ℓ と n が平行

[2] m と n が平行

[3] n が ℓ と m の交点を通る

[1] のとき，ℓ の傾きは $-\frac{1}{3}$，n の傾きは a であるから　　$a=-\frac{1}{3}$

[2] のとき，m の傾きは 3，n の傾きは a であるから　　$a=3$

[3] のとき，ℓ と m の交点の座標は，連立方程式 $\begin{cases}x+3y+1=0\\3x-y+3=0\end{cases}$ を解いて

$x=-1$，$y=0$　より　　$(-1,\ 0)$

よって，n が点 $(-1,\ 0)$ を通ればよいから　　$-a-0+5=0$

これを解いて　　$a=5$

[1]，[2]，[3] より，求める a の値は　　$a=-\frac{1}{3}$，3，5

8

解説

AB∥DC であるから

$\triangle ACE=\triangle ADE$ …… ①

AC∥EF であるから

$\triangle ACE=\triangle ACF$ …… ②

AD∥BC であるから

$\triangle ACF=\triangle DCF$

② より　$\triangle ACE=\triangle DCF$ …… ③

①，②，③ より，△ACE と面積の等しい三角形は

△ADE，△ACF，△DCF

9

解説

(1) 証明　$AB>AC$ ならば　$\angle C>\angle B$ …… ①

△APC の内角と外角の性質から

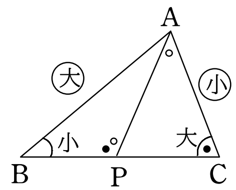
$\angle APB=\angle C+\angle PAC$

したがって　$\angle APB>\angle C$ …… ②

①，② より　$\angle APB>\angle B$

よって，△ABP において，辺と角の大小関係から

$AB>AP$　終



(2) 証明　△ABP において　$AP<AB+BP$ …… ③

△APC において　$AP<CA+PC$ …… ④

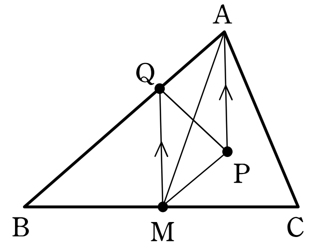
③，④ の辺々をたして　$2AP<AB+(BP+PC)+CA$

すなわち　$2AP<AB+BC+CA$　終

$\boxed{10}$

(解説)

A と P を線分で結び，M を通って，PA に平行な直線を引いて，辺 AB との交点を Q とすれば よい。



証明　AP∥QM であるから

$$\triangle \mathrm{PQM} = \triangle \mathrm{AQM}$$

両辺に △QBM を加えると

$$\text{四角形 } \mathrm{PQBM} = \triangle \mathrm{ABM}$$

BM＝MC より，△ABM は △ABC の面積の半分である。

よって，折れ線 MPQ は △ABC の面積を 2 等分する。　終

$\boxed{11}$

(解説)

直線 $y=-x+b$ ……① は傾きが -1，y 切片が b である。

直線 ① が点 A (1，5) を通るとき，b の値は最小で

$$5=-1+b$$

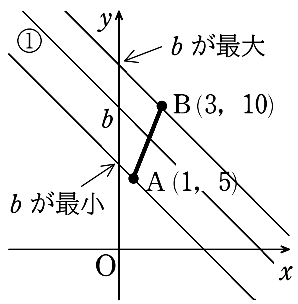
よって　$b=6$

直線 ① が点 B (3，10) を通るとき，b の値は最大で

$$10=-3+b$$

よって　$b=13$

したがって，b のとりうる値の範囲は　$6 \leqq b \leqq 13$



$\boxed{12}$

(解説)

$x-6y-2a=0$，$ax+2y+7=0$ が，$x=-1$，$y=b$ のとき，ともに成り立てばよい。

よって　$\begin{cases} -1-6b-2a=0 \\ -a+2b+7=0 \end{cases}$

これを解いて　$a=4$，$b=-\dfrac{3}{2}$