

1

a, b を実数とする。 x についての方程式

$$(2a + 4b - 2)x^2 + (5a + 11)x - b - 8 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。

(1) $a = 1$ とする。

b に着目すると、 $\textcircled{1}$ の左辺は

$$(4x^2 - 1)b + 16x - 8 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

と表せる。よって、 $\textcircled{2}$ を因数分解すると

$$(2x - 1) \left(\boxed{\text{ア}}bx + b + \boxed{\text{イ}} \right)$$

となる。したがって、 $x = \frac{1}{2}$ は $\textcircled{1}$ の解の一つであることがわかる。

(2) $b = 2$ とする。

(i) $\textcircled{1}$ の左辺を因数分解すると

$$\left(\boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}} \right) \left\{ (a + \boxed{\text{オ}})x - \boxed{\text{カ}} \right\}$$

となる。

(ii) $a = 2\sqrt{2}$ のとき、 $\textcircled{1}$ の解は

$$x = -\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \boxed{\text{キ}} - \boxed{\text{ク}}\sqrt{2}$$

となる。

(iii) $a = -\boxed{\text{オ}}$ であることは、 $\textcircled{1}$ の解が $x = -\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ だけであるための $\boxed{\text{ケ}}$ 。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

2

図1のように、直線 ℓ 上の点 A において ℓ に接する半径 2 の円を円 O とし、 ℓ 上の点 B において ℓ に接する半径 4 の円を円 O' とする。円 O と O' は 2 点で交わり、その交点を P, Q とする。ただし、 $\angle APB < \angle AQB$ とする。さらに、 $\angle PAB$ は鋭角であるとする。このとき、 $\triangle PAB$ と $\triangle QAB$ について考えよう。

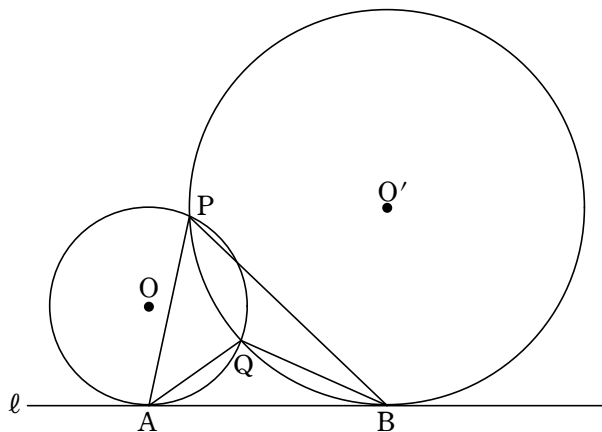


図 1

(1) $\angle PAB = \alpha$, $\angle PBA = \beta$ とおく。

円 O の中心 O から直線 PA に引いた垂線と直線 PA との交点を H とする。

$\angle OAB = 90^\circ$ であるから、 $\angle AOH = \alpha$ である。よって、 $\triangle OAH$ に着目すると、

$AH = \boxed{\text{ア}} \sin \alpha$ であるから

$$PA = 2AH = \boxed{\text{イ}} \sin \alpha \quad \dots\dots \text{①}$$

である。

同様に、円 O' の中心 O' から直線 PB に引いた垂線と直線 PB との交点を H' とすると

$$PB = 2BH' = \boxed{\text{ウ}} \sin \beta \quad \dots\dots \text{②}$$

であることもわかる。

また、 $\triangle PAB$ の外接円の半径を R_1 とおくと、正弦定理により

$$\frac{PA}{\sin \boxed{\text{エ}}} = \frac{PB}{\sin \boxed{\text{オ}}} = 2R_1$$

が成り立つので

$$PA \sin \boxed{\text{オ}} = PB \sin \boxed{\text{エ}}$$

である。この式に、①と②を代入することにより

$$\sin \boxed{\text{オ}} = \sqrt{\boxed{\text{カ}}} \sin \boxed{\text{エ}}$$

$$PB = \sqrt{\boxed{\text{カ}}} PA$$

となることがわかる。さらに

$$R_1 = \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

が得られる。

エ, オ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① α	① β
------------	-----------

(2) 太郎さんと花子さんは, (1) の考察を振り返っている。

太郎: $\triangle QAB$ の外接円の半径も求められるかな。
 花子: (1) の R_1 の求め方を参考にすればよさそうだね。

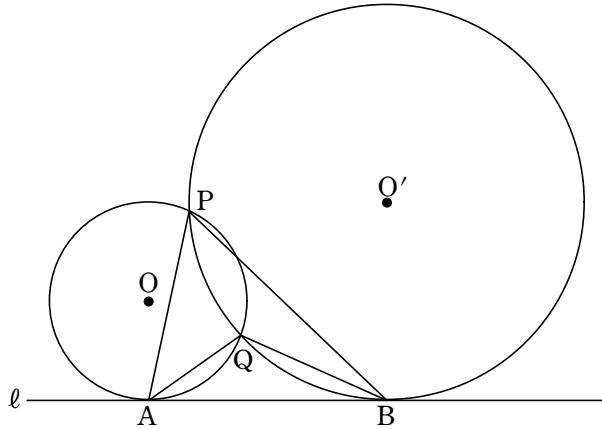


図1 (再掲)

$\triangle PAB$, $\triangle QAB$ の外接円の半径をそれぞれ R_1 , R_2 とおく。このとき,
 R_1 ケ R_2 である。さらに, $\sin \angle APB$ コ $\sin \angle AQB$ であることもわかる。

ケ, コ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① <	① =	② >
-----	-----	-----

(3) 太郎さんと花子さんは, これまでの考察をもとに, $\triangle PAB$ と $\triangle QAB$ の辺の長さについて考えている。

太郎: AB の長さが与えられれば, PA と QA の長さが求められそうだね。
 花子: $\angle APB < \angle AQB$ に注意して求めてみようよ。

$AB = 2\sqrt{7}$ とする。このとき

$$\sin \angle APB = \frac{\sqrt{\text{サシ}}}{\text{ス}}$$

である。(1) より, $PB = \sqrt{\text{カ}} PA$ であるから

$$PA = \sqrt{\boxed{\text{セソ}}}$$

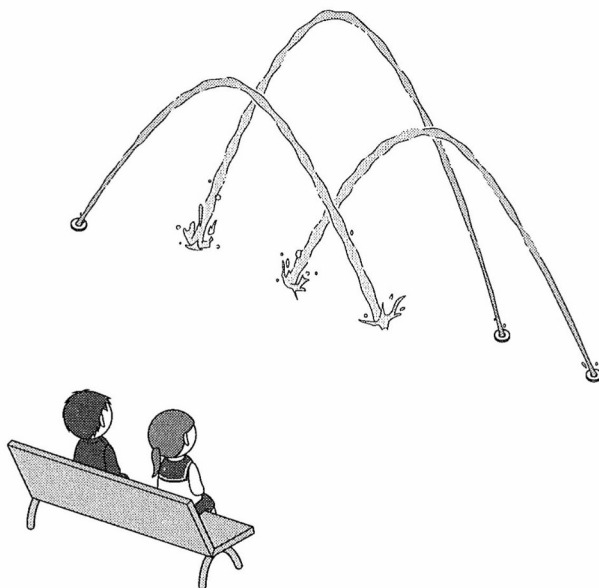
である。

同様に、 $QA = \sqrt{7}$ であることがわかる。

3

花子さんと太郎さんは、公園にある二つの小さな噴水と一つの大きな噴水の高さについて話している。

花子：あの中央の大きな噴水の高さは何メートルだろう。
太郎：実際に高さを測定するのは難しそうだね。噴水の水がえがく曲線は、放物線になると聞いたことがあるよ。
花子：じゃあ、放物線と仮定して、およその高さを考えてみよう。



参考図

花子さんと太郎さんは、噴水の高さについて次のように考えることにした。噴水の水がえがく曲線は三つとも放物線とする。三つの噴水の水が出る位置は水平な地面にある。図1のように座標軸が定められた平面上に、三つの噴水を正面から見た図をかく。左右の小さな噴水の水がえがく放物線については後の**仮定 1**を、中央の大きな噴水の水がえがく放物線については後の**仮定 2**を設定する。図1の P_1 , P_2 , P_3 は噴水の水が出る位置である。なお、長さの単位はメートルであるが、以下では省略する。

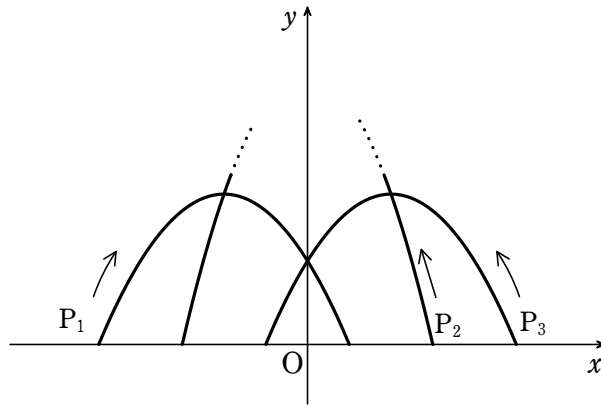


図 1

仮定 1

- ・ 左側の小さな噴水の水がえがく放物線 C_1 は、 x 軸上の点 $P_1 \left(-\frac{5}{2}, 0 \right)$ から出て点 $\left(\frac{1}{2}, 0 \right)$ に至る。
- ・ 右側の小さな噴水の水がえがく放物線 C_3 は、 x 軸上の点 $P_3 \left(\frac{5}{2}, 0 \right)$ から出て点 $\left(-\frac{1}{2}, 0 \right)$ に至る。
- ・ C_1 と C_3 はともに点 $(0, 1)$ を通る。

仮定 2

中央の大きな噴水の水がえがく放物線 C_2 は、 x 軸上の点 $P_2 \left(\frac{3}{2}, 0 \right)$ から出て C_3 の頂点と C_1 の頂点を通る。

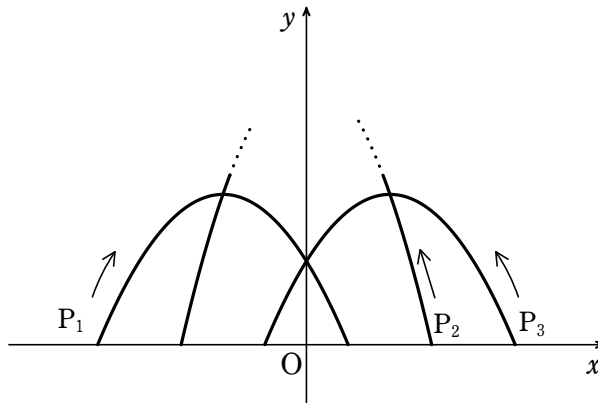


図 1 (再掲)

(1) **仮定 1** と **仮定 2** のもとで考える。 C_1 をグラフにもつ 2 次関数を $y = ax^2 + bx + c$

とする。このとき $c = \boxed{\text{ア}}$ であり、また

$$y = -\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}x^2 - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}x + \boxed{\text{ア}}$$

である。

C_1 の頂点の y 座標は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。このことを用いると、 C_2 の頂点の y 座標は

$\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ であることがわかる。

したがって、大きな噴水の高さは、小さな噴水の高さの $\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{\text{シ}}$ については、最も適当なものを、次の ① ~ ③ のうちから一つ選べ。

- | | |
|-----------|-----------|
| ① およそ 2 倍 | ② およそ 3 倍 |
| ③ およそ 4 倍 | ④ およそ 5 倍 |

(2) 花子さんと太郎さんは、大きな噴水の高さについて話している。

花子：正面から見たとき、大きな噴水が小さな噴水の頂点を通して見えるというデザインは変えずに、大きな噴水の高さを変えることはできるのかな。
太郎：左右の二つの小さな噴水は変えずに、大きな噴水の水が出る位置を変えてみたらどうかな。
花子：大きな噴水の高さが 5 メートルになるときの水が出る位置を考えてみよう。

仮定 2 の代わりに次の仮定 2' をおく。

仮定 2'

- ・ 中央の大きな噴水の水がえがく放物線 C_2' は、 x 軸の正の部分の点 P_2' から出て C_3 の頂点と C_1 の頂点を通る。
- ・ C_2' の頂点の y 座標は 5 である。

仮定 1 と仮定 2' のもとで考える。このとき、 P_2' は P_2 より $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ だけ $\boxed{\text{ソ}}$ の方にある。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

① P₁

① P₃

4

以下の問題を解答するにあたっては、与えられたデータに対して、次の値を外れ値とする。

「(第1四分位数)−1.5×(四分位範囲)」以下の値
 「(第3四分位数)+1.5×(四分位範囲)」以上の値

太郎さんは、47都道府県における外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の動向を調べるため、それらに関するデータを分析することにした。外国人宿泊者数を、日本国内に住所を有しない宿泊者の人数の1年間の合計とし、日本人宿泊者数を、日本国内に住所を有する宿泊者の人数の1年間の合計とする。宿泊者数に関するデータは千の位を四捨五入し、1万人単位で表したものとし、以下においては単位(万人)を省略して用いることとする。例えば、「4567890人」は「457」とする。

なお、以下の図や表については、国土交通省のWebページをもとに作成している。

- (1) (i) 図1は、47都道府県における令和4年の外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の散布図である。なお、散布図には原点を通り、傾きが10の直線(破線)を付加している。また、日本人宿泊者数が1000を超える都道府県数は12である。

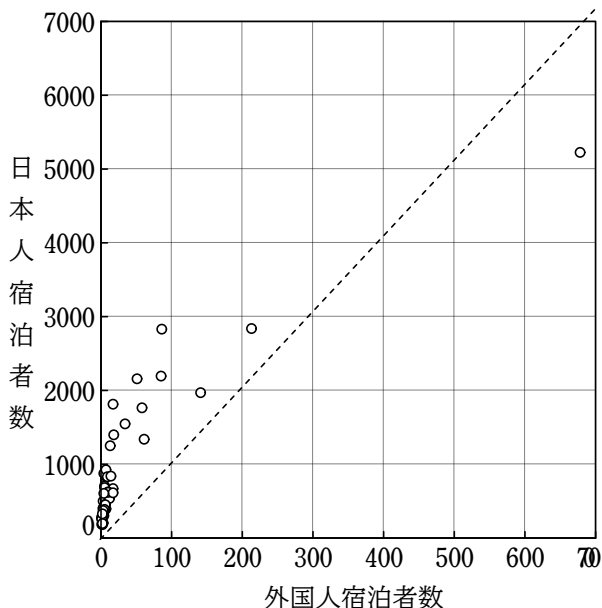


図1 令和4年の外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の散布図

次の(a), (b)は、図1に関する記述である。

- (a) 令和4年について、外国人宿泊者数が100を超え、かつ日本人宿泊者数が2500を超える都道府県数は2である。
- (b) 令和4年について、日本人宿泊者数が外国人宿泊者数の10倍未満である都道府県の割合は50%未満である。

(a), (b)の正誤の組合せとして正しいものは ア である。

アの解答群

	㊶	㊷	㊸	㊹
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤

(ii) 47 都道府県における令和 4 年の外国人宿泊者数を分析した結果、外れ値となる都道府県のは 8 であった。

一方、表 1 は 47 都道府県における令和 4 年の日本人宿泊者数を、値の小さい順に並べ、その順に都道府県 P 1, P 2, …… , P 47 としたものである。この中で、外国人宿泊者数で外れ値となる都道府県 (P 37, P 40, P 42, P 43, P 44, P 45, P 46, P 47) に印 * を付けている。

表 1 47 都道府県における令和 4 年の日本人宿泊者数

都道府県	日本人宿泊者数	都道府県	日本人宿泊者数	都道府県	日本人宿泊者数	都道府県	日本人宿泊者数
P 1	182	P 13	373	P 25	620	P 37*	1339
P 2	187	P 14	388	P 26	625	P 38	1399
P 3	197	P 15	395	P 27	646	P 39	1547
P 4	204	P 16	401	P 28	670	P 40*	1765
P 5	255	P 17	405	P 29	683	P 41	1814
P 6	270	P 18	452	P 30	705	P 42*	1970
P 7	276	P 19	458	P 31	831	P 43*	2158
P 8	286	P 20	501	P 32	832	P 44*	2195
P 9	303	P 21	522	P 33	839	P 45*	2831
P 10	321	P 22	537	P 34	876	P 46*	2839
P 11	328	P 23	605	P 35	925	P 47*	5226
P 12	351	P 24	613	P 36	1251		

表 1 のデータにおいて、四分位範囲は となることから、令和 4 年の外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の両方で外れ値となる都道府県のは である。

イの解答群

㊶ 320	㊷ 450	㊸ 597	㊹ 638	㊺ 900
㊻ 966	㊼ 1253	㊽ 1261	㊾ 1602	㊿ 1864

(2) 47 都道府県におけるある年の外国人宿泊者数を x 、日本人宿泊者数を y とし、 x と y の値の組を、それぞれ

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{47}, y_{47})$$

と表す。 x, y の平均値をそれぞれ \bar{x}, \bar{y} とし、 x, y の分散をそれぞれ s_x^2, s_y^2 とする。
また、 x と y の共分散を s_{xy} とする。

47 都道府県それぞれにおける外国人宿泊者数と日本人宿泊者数を足し合わせた合計宿泊者数を z とし、その値を

$$z_i = x_i + y_i \quad (i=1, 2, \dots, 47)$$

と表す。例えば、 $i=7$ のときは $z_7 = x_7 + y_7$ である。

z の平均値を \bar{z} とすると

$$z_i - \bar{z} = (x_i - \bar{x}) + (y_i - \bar{y}) \quad (i=1, 2, \dots, 47)$$

である。このことに着目すると、 z の分散を s_z^2 とすると、 $s_z^2 = \boxed{\text{エ}}$ となる。

また、令和4年の x と y の間には正の相関があることが図1からわかる。このことから、令和4年について、 s_z^2 と $s_x^2 + s_y^2$ の関係として、後の①～④のうち、正しいものは $\boxed{\text{オ}}$ であることがわかる。

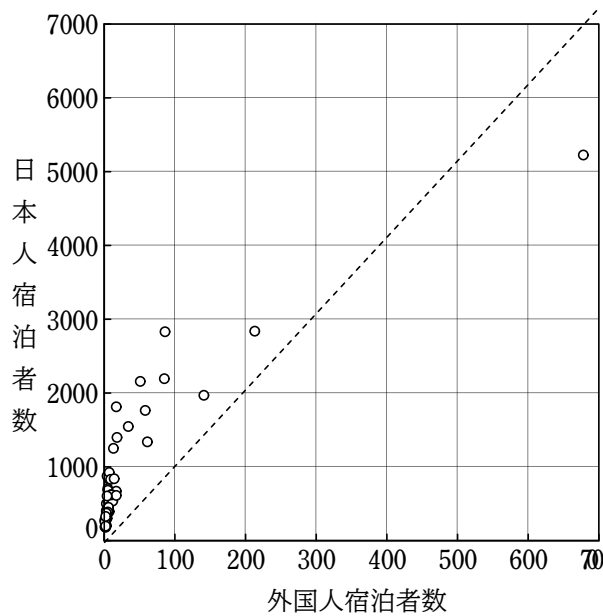


図1 (再掲)

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-------------------|
| ① $s_x^2 + s_y^2 - 2s_{xy}$ | ② $s_x^2 + s_y^2 - s_{xy}$ | ③ $s_x^2 + s_y^2$ |
| ④ $s_x^2 + s_y^2 + s_{xy}$ | ⑤ $s_x^2 + s_y^2 + 2s_{xy}$ | |

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

① $s_z^2 > s_x^2 + s_y^2$

② $s_z^2 = s_x^2 + s_y^2$

③ $s_z^2 < s_x^2 + s_y^2$

(3) 太郎さんが住む地域では、その地域に宿泊を促すためのキャンペーンとして、キャンペーン A, B が実施されている。

太郎さんは、キャンペーン A の方がよいと思っている人が多いといううわさを聞いた。このうわさのとおり、キャンペーン A の方がよいと思っている人が多いといえるかどうかを確かめることにした。そこで、かたよりなく選んだ人たちに、キャンペーン A, B のどちらがよいかについて、二択のアンケートを行ったところ、アンケートに回答した 35 人のうち、23 人が「キャンペーン A の方がよい」と答えた。この結果から、一般にキャンペーン A の方がよいと思っている人が多いといえるかどうかを、次の方針で考えることにした。

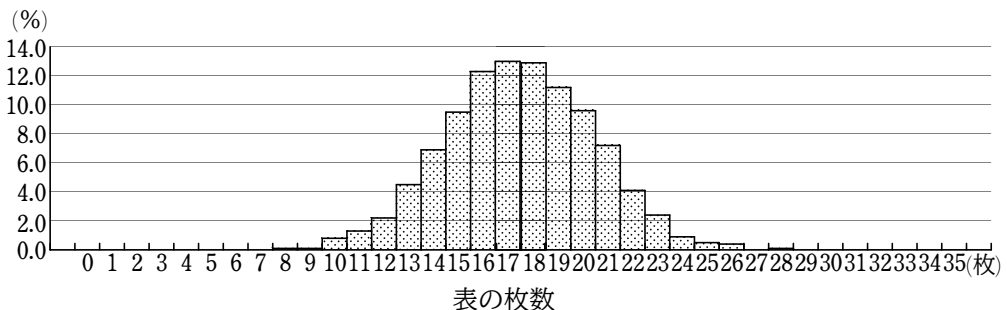
方針

- ・ “「キャンペーン A の方がよい」と回答する割合と「キャンペーン B の方がよい」と回答する割合は等しい”という仮説を立てる。
- ・ この仮説のもとで、かたよりなく選ばれた 35 人のうち 23 人以上が「キャンペーン A の方がよい」と回答する確率が 5 % 未満であれば、その仮説は誤っていると判断し、5 % 以上であればその仮説は誤っていないとは判断しない。

後の**実験結果**は、35 枚の硬貨を投げる実験を 1000 回行ったとき、表が出た枚数ごとの回数の割合を示したものである。

実験結果

表の枚数(枚)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
割合(%)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.8	1.3
表の枚数(枚)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
割合(%)	2.2	4.5	6.9	9.5	12.3	13.0	12.9	11.2	9.6	7.2	4.1	2.4
表の枚数(枚)	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
割合(%)	0.9	0.5	0.4	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0



実験結果を用いると、35 枚の硬貨のうち 23 枚以上が表となった割合は、

% である。これを、35 人のうち 23 人以上が「キャンペーン A の方がよ

い」と回答する確率とみなし、**方針**に従うと、“「キャンペーン A の方がよい」と回答する割合と「キャンペーン B の方がよい」と回答する割合は等しい”という仮説は 。したがって、今回のアンケート結果からは、キャンペーン A の方がよいと思っている人が 。

, については、最も適当なものを、次のそれぞれの解答群から一つずつ選べ。

の解答群

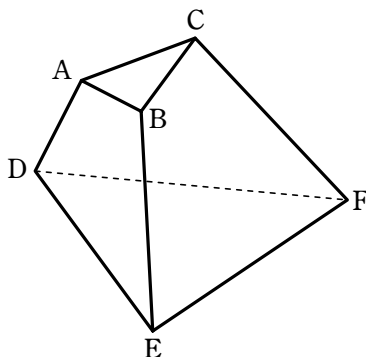
- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="radio"/> ① 誤っていると判断する | <input type="radio"/> ② 誤っているとは判断しない |
|------------------------------------|--------------------------------------|

の解答群

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/> ① 多いといえる | <input type="radio"/> ② 多いとはいえない |
|--------------------------------|----------------------------------|

5

6点 A, B, C, D, E, F を頂点とし, 三角形 ABC と DEF, および四角形 ABED, ACFD, BCFE を面とする五面体がある。ただし, 直線 AD と BE は平行でないとする。以下では, 例えば, 面 ABC を含む平面を平面 ABC, 面 ABED を含む平面を平面 ABED, などということにする。



参考図

(1) 3直線 AD, BE, CF は 1 点で交わる。これを証明しよう。

直線 AD と BE は平面 ABED 上にあり, 平行でないので 1 点で交わる。その交点を P とする。

点 P は直線 AD 上にあり, 直線 AD は平面 ABED と平面 との交線であるから, 点 P は平面 上にあることがわかる。

また, 点 P は直線 BE 上にあり, 直線 BE は平面 ABED と平面 との交線であるから, 点 P は平面 上にあることがわかる。

平面 と平面 との交線は直線 CF であるから, 点 P は直線 CF 上にもあることがわかる。したがって, 3 直線 AD, BE, CF は点 P で交わる。

,

 の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|-------|-------|--------|--------|
| ① ABC | ② DEF | ③ ACFD | ④ BCFE |
|-------|-------|--------|--------|

(2) 五面体において, 面 ABC は一辺の長さが 3 の正三角形であり

$$AD=7, \quad BE=11, \quad CF=17, \quad DE=9$$

であるとす。また, 6 点 A, B, C, D, E, F はある一つの球面上にあるとし, その球面を S とする。直線 AD と BE の交点を P とする。

(i) 平面 ABED と球面 S が交わる部分は円であり, 4 点 A, B, E, D はその円周上にある。このことから, 三角形 PAB と PED は相似であることがわかり, その相似比は 1 : である。したがって

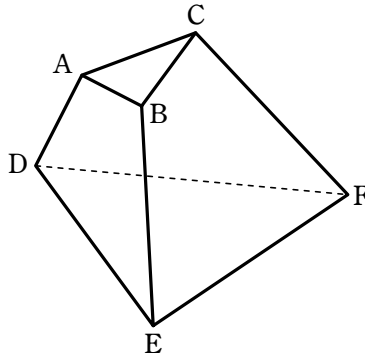
$$\text{ウ} \cdot PA = PB + \text{エオ}$$

$$\boxed{\text{ウ}} \text{PB} = \text{PA} + \boxed{\text{カ}}$$

が成り立つ。よって

$$\text{PA} = \boxed{\text{キ}}, \quad \text{PB} = \boxed{\text{ク}}$$

となる。



参考図 (再掲)

(ii) 平面 BCFE と球面 S が交わる部分に着目すると、方べきの定理より

$$\text{PC} = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。したがって

$$\text{EF} = \boxed{\text{コサ}}, \quad \text{DF} = \boxed{\text{シス}}$$

となる。

(iii) $\angle ADE$, $\angle ADF$, $\angle EDF$ の大きさに着目すると、次の命題 (a), (b), (c) の真偽の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{セ}}$ であることがわかる。

- (a) 平面 ABED と平面 DEF は垂直である。
- (b) 直線 DE は平面 ACFD に垂直である。
- (c) 直線 AC と直線 DE は垂直である。

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(a)	真	真	真	真	偽	偽	偽
(b)	真	真	偽	偽	真	真	偽
(c)	真	偽	真	偽	真	偽	真

6

ある行事で、主催者が次のゲームを計画している。

ゲーム

参加者はくじを最大3回引き、当たりが出たら、1200円相当の景品を主催者から受け取り、以降はくじを引かない。参加者はくじを1回目、2回目、3回目で異なる箱から引く。1回目のくじ引きで当たりが出なかった場合は2回目のくじを引く、2回目のくじ引きでも当たりが出なかった場合は3回目のくじを引く。主催者は、当たりの出る確率について次のとおり設定する。

- ・ 1回目に当たりが出る確率は $\frac{3}{16}$ である。
- ・ 1回目に当たりが出ず、かつ2回目に当たりが出る確率は $\frac{1}{8}$ である。
- ・ 1回目、2回目ともに当たりが出ず、かつ3回目に当たりが出る確率は $\frac{1}{16}$ である。

ゲームの参加料について、主催者は2種類の支払い方法を考えている。参加料に関する設定の妥当性について、主催者は判断を行う。

- (1) 1回目または2回目に当たりが出る確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$ である。このことから、1回目、

2回目ともに当たりが出ない確率は $\frac{\text{エオ}}{\text{カキ}}$ であることがわかる。1回も当たりが出ない

確率は $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ である。

以下では、主催者が参加者に対して負担する金額を X 円とする。すなわち、参加者がゲームで景品を受け取るとき $X=1200$ 、参加者がゲームで景品を受け取らないとき $X=0$ である。

- (2) (i) 数量 X の期待値は コサシ である。なお、必要に応じて、次に示す表を用いて考えてもよい。

X	0	1200	計
確率			1

- (ii) 次の支払い方法1を考える。

支払い方法1

参加者は1回目のくじを引く直前に参加料500円を支払う。

支払い方法1の場合、主催者が負担する金額 X 円の期待値が、参加料の金額500円未満であるとき、主催者は参加料の設定は妥当であると判断し、参加料の金額500円

以上であるとき、参加料の設定は妥当ではないと判断する。

(i) で求めた X 円の期待値 円は参加料の金額 500 円 。したがって、主催者は参加料 500 円という設定について と判断する。

の解答群

- | | |
|---------|---------|
| ① 未満である | ② 以上である |
|---------|---------|

の解答群

- | | |
|---------|----------|
| ① 妥当である | ② 妥当ではない |
|---------|----------|

(3) a を正の整数とする。次の**支払い方法 2**を考える。

支払い方法 2

参加者は 1 回目、2 回目、3 回目のくじを引く直前にそれぞれ料金 a 円を支払う。なお、この料金をくじ引き料といい、当たりが出た後は、くじを引かないため、くじ引き料を支払わないことになる。

支払い方法 2で、**ゲーム**を通して参加者が支払うくじ引き料の合計を参加料とし、 Y 円で表す。

- (i) $a=170$ とする。このとき、次が成り立つ。
- ・ 1 回目に当たりが出るとき、 $Y=170$ である。
 - ・ 1 回目に当たりが出ず、かつ 2 回目に当たりが出るとき、 $Y=340$ である。
 - ・ 1 回目、2 回目ともに当たりが出ないとき、 $Y=510$ である。

数量 Y の期待値は である。なお、必要に応じて、次に示す表を用いて考えてもよい。

Y	170	340	510	計
確 率				1

(ii) **支払い方法 2** の場合、主催者が負担する金額 X 円の期待値が、参加料 Y 円の期待値未満であるとき、主催者はくじ引き料の設定は妥当であると判断し、参加料 Y 円の期待値以上であるとき、くじ引き料の設定は妥当ではないと判断する。

(2) の (i) で求めた X 円の期待値 円は、 $a=170$ と設定した場合の**支払い方法 2**で参加者が支払う参加料 Y 円の期待値 円 。したがって、主催者はくじ引き料 170 円という設定について と判断する。

また、主催者がくじ引き料の設定が妥当であると判断するのは $a >$ のときであり、主催者がくじ引き料の設定が妥当ではないと判断するのは $a \leq$ の

ときである。

ツの解答群

① 未満である

② 以上である

テの解答群

① 妥当である

② 妥当ではない