$\boxed{1}$

(1)　関数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ を求めよう。h が0でないとき，

x が a から $a+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率は $\boxed{\text{ア}}+\dfrac{h}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

したがって，求める微分係数は $f'(a)=\displaystyle\lim_{h\to\boxed{\text{ウ}}}\left(\boxed{\text{ア}}+\dfrac{h}{\boxed{\text{イ}}}\right)=\boxed{\text{エ}}$ である。

(2)　放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ を C とし，C 上に点 $\mathrm{P}\left(a,\ \dfrac{1}{2}a^2\right)$ をとる。ただし，$a>0$ とする。

点 P における C の接線 ℓ の方程式は $y=\boxed{\text{オ}}x-\dfrac{1}{\boxed{\text{カ}}}a^2$ である。直線 ℓ と x 軸

との交点 Q の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\ 0\right)$ である。点 Q を通り ℓ に垂直な直線を m とする

と，m の方程式は $y=\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}x+\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

直線 m と y 軸との交点を A とする。三角形 APQ の面積を S とおくと

$S=\dfrac{a\left(a^2+\boxed{\text{セ}}\right)}{\boxed{\text{ソ}}}$ となる。また，y 軸と線分 AP および曲線 C によって囲まれた図

形の面積を T とおくと $T=\dfrac{a\left(a^2+\boxed{\text{タ}}\right)}{\boxed{\text{チツ}}}$ となる。

$a>0$ の範囲における $S-T$ の値について調べよう。

$$S-T=\frac{a\left(a^2-\boxed{\text{テ}}\right)}{\boxed{\text{トナ}}}$$

である。$a>0$ であるから，$S-T>0$ となるような a のとり得る値の範囲は

$a>\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ である。また，$a>0$ のときの $S-T$ の増減を調べると，$S-T$ は

$a=\boxed{\text{ヌ}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ をとることがわかる。

$\boxed{2}$

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表を用いてもよい。

全国規模の検定試験が毎年度行われており，この試験の満点は 200 点で，点数が 100 点以上の人が合格となる。今年度行われた第 1 回目の試験と第 2 回目の試験について考える。

(1) 第 1 回目の試験については，受験者全体での平均点が 95 点，標準偏差が 20 点であることだけが公表されている。受験者全体での点数の分布を正規分布とみなして，この試験の合格率を求めよう。試験の点数を表す確率変数を X としたとき，$Z=\dfrac{X-\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ が標準正規分布に従うことを利用すると $P(X \geqq 100)=P\left(Z \geqq \boxed{オ}.\boxed{カキ}\right)$ により，合格率は $\boxed{クケ}$ % である。

また，点数が受験者全体の上位 10 % の中に入る受験者の最低点はおよそ $\boxed{コ}$ である。$\boxed{コ}$ に当てはまる最も適当なものを，次の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ 116 点　① 121 点　② 126 点

③ 129 点　④ 134 点　⑤ 142 点

(2) 第 1 回目の試験の受験者全体から無作為に 19 名を選んだとき，その中で点数が受験者全体の上位 10 % に入る人数を表す確率変数を Y とする。

Y の分布を二項分布とみなすと，Y の期待値は $\boxed{サ}.\boxed{シ}$，分散は $\boxed{ス}.\boxed{セソ}$ である。

また，$Y=1$ となる確率を p_1，$Y=2$ となる確率を p_2 とする。このとき，$\dfrac{p_1}{p_2}=\boxed{タ}$ である。$\boxed{タ}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。

⓪ $\dfrac{1}{9}$　① $\dfrac{1}{2}$　② 1　③ 2　④ 9

(3) 第 2 回目の試験の受験者全体の平均点と標準偏差はまだ公表されていない。第 2 回目の試験の受験者全体を母集団としたときの母平均 m を推定するため，この受験者から無作為に抽出された 96 名の点数を調べたところ，標本平均の値は 99 点であった。

母標準偏差の値を第 1 回目の試験と同じ 20 点であるとすると，標本平均の分布が正規分布で近似できることを用いて，m に対する信頼度 95 % の信頼区間は

$\boxed{チツ} \leqq m \leqq \boxed{テトナ}$ となり，この信頼区間の幅は $\boxed{ニ}$ である。ただし，$\sqrt{6}=2.45$ とする。

また，母標準偏差の値が 15 点であるとすると，m に対する信頼度 95 % の信頼区間の幅は $\boxed{ヌ}$ となる。

$\boxed{3}$

(1) $\cos 3\theta = f(\cos\theta)$, $\cos 4\theta = g(\cos\theta)$ となる 3 次式 $f(x)$ と 4 次式 $g(x)$ を求めよ.

(2) $\alpha = \dfrac{360^\circ}{7}$ とする．$\cos 3\alpha = \cos 4\alpha$ を示し，整数を係数にもつ 3 次式 $P(x)$ で $P(\cos\alpha) = 0$ となるものを 1 つ求めよ.

(3) $\cos\dfrac{360^\circ}{7}$ の小数第 1 位の値を求めよ.