中１数学　授業問題　～展開･因数分解･平方根～【解答＆解説】

1

解答　(1)　$36ax-45bx+27x$　(2)　$14ab+35b^2-21bc$　(3)　$-20x^2-5xy+30xz$
(4)　$-3mx-7my+mz$　(5)　$-35ac+20bc+65c^2$　(6)　$8px-2qx-3rx$
(7)　$-9ac+6bc-12c^2$　(8)　$-12x^2+18xy-22xz$　(9)　$54ab-21b^2+12bc$

解説
(1)　$9x(4a-5b+3)=36ax-45bx+27x$
(2)　$7b(2a+5b-3c)=14ab+35b^2-21bc$
(3)　$5x(-4x-y+6z)=-20x^2-5xy+30xz$
(4)　$-m(3x+7y-z)=-3mx-7my+mz$
(5)　$-5c(7a-4b-13c)=-35ac+20bc+65c^2$
(6)　$(8p-2q-3r)\times x=8px-2qx-3rx$
(7)　$(-3a+2b-4c)\times 3c=-9ac+6bc-12c^2$
(8)　$(6x-9y+11z)\times(-2x)=-12x^2+18xy-22xz$
(9)　$(-18a+7b-4c)\times(-3b)=54ab-21b^2+12bc$

2

解答　(1)　$7-4y$　(2)　$5a+3b$　(3)　$3xy-4z$　(4)　$10y-25axy$
(5)　$-12p^2+8q^2$　(6)　$-6b^3+10a$

解説
(1)　$(14x-8xy)\div 2x=(14x-8xy)\times\dfrac{1}{2x}=\dfrac{14x}{2x}-\dfrac{8xy}{2x}=7-4y$
(2)　$(15a^2+9ab)\div 3a=(15a^2+9ab)\times\dfrac{1}{3a}=\dfrac{15a^2}{3a}+\dfrac{9ab}{3a}=5a+3b$
(3)　$(-12xy^2+16yz)\div(-4y)=(-12xy^2+16yz)\times\left(-\dfrac{1}{4y}\right)=\dfrac{12xy^2}{4y}-\dfrac{16yz}{4y}$
$=3xy-4z$
(4)　$(12xy^2-30ax^2y^2)\div\dfrac{6xy}{5}=(12xy^2-30ax^2y^2)\times\dfrac{5}{6xy}=10y-25axy$
(5)　$(6p^3q^2-4pq^4)\div\left(-\dfrac{pq^2}{2}\right)=(6p^3q^2-4pq^4)\times\left(-\dfrac{2}{pq^2}\right)=-12p^2+8q^2$
(6)　$(-3ab^3+5a^2)\div 0.5a=(-3ab^3+5a^2)\div\dfrac{a}{2}=(-3ab^3+5a^2)\times\dfrac{2}{a}=-6b^3+10a$

3

解答　(1)　$18x^2+27x+10$　(2)　$12x^2-17x-5$　(3)　$20n^2-13n-21$
(4)　$45a^2-67a+24$　(5)　$10x^2-59x+63$　(6)　$21m^2+46mn+24n^2$
(7)　$28a^2+27ab-10b^2$　(8)　$48p^2-26pq+3q^2$　(9)　$20x^2-71xy+63y^2$

解説
(1)　$(6x+5)(3x+2)=18x^2+12x+15x+10=18x^2+27x+10$
(2)　$(4x+1)(3x-5)=12x^2-20x+3x-5=12x^2-17x-5$
(3)　$(5n-7)(4n+3)=20n^2+15n-28n-21=20n^2-13n-21$
(4)　$(5a-3)(9a-8)=45a^2-40a-27a+24=45a^2-67a+24$
(5)　$(2x-9)(5x-7)=10x^2-14x-45x+63=10x^2-59x+63$
(6)　$(3m+4n)(7m+6n)=21m^2+18mn+28mn+24n^2=21m^2+46mn+24n^2$
(7)　$(4a+5b)(7a-2b)=28a^2-8ab+35ab-10b^2=28a^2+27ab-10b^2$
(8)　$(6p-q)(8p-3q)=48p^2-18pq-8pq+3q^2=48p^2-26pq+3q^2$
(9)　$(4x-7y)(5x-9y)=20x^2-36xy-35xy+63y^2=20x^2-71xy+63y^2$

4

解答　(1)　$8x^2-10xy-7y^2+2x+y$　(2)　$3a^2-4ab-4b^2-4a+8b$
(3)　$8a^2-14ab-15b^2-12a-9b$　(4)　$3p^2+6pq-13p+10q-30$
(5)　$42a^2-35ab+4a-15b-6$　(6)　$15x^2-13xy+2y^2+20x-4y$

解説
(1)　$(2x+y)(4x-7y+1)=2x(4x-7y+1)+y(4x-7y+1)$
$=8x^2-14xy+2x+4xy-7y^2+y$
$=8x^2-10xy-7y^2+2x+y$
(2)　$(a-2b)(3a+2b-4)=a(3a+2b-4)-2b(3a+2b-4)$
$=3a^2+2ab-4a-6ab-4b^2+8b$
$=3a^2-4ab-4b^2-4a+8b$
(3)　$(4a+3b)(2a-5b-3)=4a(2a-5b-3)+3b(2a-5b-3)$
$=8a^2-20ab-12a+6ab-15b^2-9b$
$=8a^2-14ab-15b^2-12a-9b$
(4)　$(p+2q-6)(3p+5)=p(3p+5)+2q(3p+5)-6(3p+5)$
$=3p^2+5p+6pq+10q-18p-30$
$=3p^2+6pq-13p+10q-30$
(5)　$(6a-5b-2)(7a+3)=6a(7a+3)-5b(7a+3)-2(7a+3)$
$=42a^2+18a-35ab-15b-14a-6$
$=42a^2-35ab+4a-15b-6$
(6)　$(3x-2y+4)(5x-y)=3x(5x-y)-2y(5x-y)+4(5x-y)$
$=15x^2-3xy-10xy+2y^2+20x-4y$
$=15x^2-13xy+2y^2+20x-4y$

5

解答　(1)　$x^2+7x+12$　(2)　$x^2+14x+45$　(3)　$a^2+11a+24$　(4)　$x^2-4x-12$
(5)　$x^2-5x-24$　(6)　$p^2+3p-70$　(7)　x^2+4x-5　(8)　$x^2-6x-72$
(9)　$y^2+7y-120$　(10)　$x^2-12x+27$　(11)　$x^2-17x+52$
(12)　$a^2-18a+77$

解説
(1)　$(x+3)(x+4)=x^2+(3+4)x+3\times 4=x^2+7x+12$
(2)　$(x+9)(x+5)=x^2+(9+5)x+9\times 5=x^2+14x+45$
(3)　$(a+3)(a+8)=a^2+(3+8)a+3\times 8=a^2+11a+24$
(4)　$(x-6)(x+2)=x^2+(-6+2)x+(-6)\times 2=x^2-4x-12$
(5)　$(x-8)(x+3)=x^2+(-8+3)x+(-8)\times 3=x^2-5x-24$
(6)　$(p-7)(p+10)=p^2+(-7+10)p+(-7)\times 10=p^2+3p-70$
(7)　$(x+5)(x-1)=x^2+(5-1)x+5\times(-1)=x^2+4x-5$
(8)　$(x+6)(x-12)=x^2+(6-12)x+6\times(-12)=x^2-6x-72$
(9)　$(y+15)(y-8)=y^2+(15-8)y+15\times(-8)=y^2+7y-120$
(10)　$(x-9)(x-3)=x^2+(-9-3)x+(-9)\times(-3)=x^2-12x+27$
(11)　$(x-4)(x-13)=x^2+(-4-13)x+(-4)\times(-13)=x^2-17x+52$
(12)　$(a-11)(a-7)=a^2+(-11-7)a+(-11)\times(-7)=a^2-18a+77$

6

解答　(1)　$4x^2+8x+3$　(2)　$16a^2-16a-21$　(3)　$9m^2+9m-4$
(4)　$64y^2-48y+5$　(5)　$25x^2-20x-12$　(6)　$49x^2+42x-27$

解説
(1)　$(2x+3)(2x+1)=(2x)^2+(3+1)\times 2x+3\times 1=4x^2+8x+3$
(2)　$(4a+3)(4a-7)=(4a)^2+(3-7)\times 4a+3\times(-7)=16a^2-16a-21$
(3)　$(3m-1)(3m+4)=(3m)^2+(-1+4)\times 3m+(-1)\times 4=9m^2+9m-4$
(4)　$(8y-1)(8y-5)=(8y)^2+(-1-5)\times 8y+(-1)\times(-5)=64y^2-48y+5$
(5)　$(5x+2)(5x-6)=(5x)^2+(2-6)\times 5x+2\times(-6)=25x^2-20x-12$
(6)　$(7x-3)(7x+9)=(7x)^2+(-3+9)\times 7x+(-3)\times 9=49x^2+42x-27$

7

解答　(1)　$x^2+12x+36$　(2)　$a^2+20a+100$　(3)　$x^2-8x+16$
(4)　$x^2-16x+64$　(5)　$9x^2+30x+25$　(6)　$16a^2+56a+49$
(7)　$25p^2-80p+64$　(8)　$4x^2+12xy+9y^2$　(9)　$a^2-18ab+81b^2$
(10)　$49x^2-28xy+4y^2$　(11)　$x^2+x+\dfrac{1}{4}$　(12)　$a^2-\dfrac{1}{3}ab+\dfrac{1}{36}b^2$

解説
(1)　$(x+6)^2=x^2+2\times 6\times x+6^2=x^2+12x+36$
(2)　$(a+10)^2=a^2+2\times 10\times a+10^2=a^2+20a+100$
(3)　$(x-4)^2=x^2-2\times 4\times x+4^2=x^2-8x+16$
(4)　$(x-8)^2=x^2-2\times 8\times x+8^2=x^2-16x+64$
(5)　$(3x+5)^2=(3x)^2+2\times 5\times 3x+5^2=9x^2+30x+25$
(6)　$(4a+7)^2=(4a)^2+2\times 7\times 4a+7^2=16a^2+56a+49$
(7)　$(-5p+8)^2=(-5p)^2+2\times 8\times(-5p)+8^2=25p^2-80p+64$
注意　$(-5p+8)^2=(5p-8)^2$ として計算してもよい。
(8)　$(2x+3y)^2=(2x)^2+2\times 2x\times 3y+(3y)^2=4x^2+12xy+9y^2$
(9)　$(a-9b)^2=a^2-2\times a\times 9b+(9b)^2=a^2-18ab+81b^2$
(10)　$(7x-2y)^2=(7x)^2-2\times 7x\times 2y+(2y)^2=49x^2-28xy+4y^2$
(11)　$\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2=x^2+2\times\dfrac{1}{2}\times x+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=x^2+x+\dfrac{1}{4}$
(12)　$\left(a-\dfrac{1}{6}b\right)^2=a^2-2\times a\times\dfrac{1}{6}b+\left(\dfrac{1}{6}b\right)^2=a^2-\dfrac{1}{3}ab+\dfrac{1}{36}b^2$

8

解答　(1)　x^2-4　(2)　a^2-81　(3)　x^2-36　(4)　x^2-144　(5)　$25x^2-9y^2$
(6)　$16a^2-81b^2$　(7)　$x^2-\dfrac{1}{9}$　(8)　$\dfrac{1}{16}a^2-\dfrac{1}{25}b^2$　(9)　$a^2-\dfrac{1}{49}b^2$

解説
(1)　$(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$
(2)　$(a+9)(a-9)=a^2-9^2=a^2-81$
(3)　$(x-6)(x+6)=x^2-6^2=x^2-36$
(4)　$(x-12)(x+12)=x^2-12^2=x^2-144$
(5)　$(5x+3y)(5x-3y)=(5x)^2-(3y)^2=25x^2-9y^2$
(6)　$(4a-9b)(4a+9b)=(4a)^2-(9b)^2=16a^2-81b^2$
(7)　$\left(x+\dfrac{1}{3}\right)\left(x-\dfrac{1}{3}\right)=x^2-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=x^2-\dfrac{1}{9}$
(8)　$\left(\dfrac{1}{4}a-\dfrac{1}{5}b\right)\left(\dfrac{1}{4}a+\dfrac{1}{5}b\right)=\left(\dfrac{1}{4}a\right)^2-\left(\dfrac{1}{5}b\right)^2=\dfrac{1}{16}a^2-\dfrac{1}{25}b^2$

(9)　$\left(\frac{1}{7}b+a\right)\left(a-\frac{1}{7}b\right)=\left(a+\frac{1}{7}b\right)\left(a-\frac{1}{7}b\right)=a^2-\left(\frac{1}{7}b\right)^2=a^2-\frac{1}{49}b^2$

9

解答　(1)　$4x^2+31x+21$　(2)　$12x^2+x-6$　(3)　$12x^2-4x-5$
(4)　$42p^2-19p+2$　(5)　$15a^2+41ab+14b^2$　(6)　$40x^2-47xy+12y^2$

解説

(1)　$(4x+3)(x+7)=4\times1\times x^2+(4\times7+3\times1)x+3\times7$
$=4x^2+31x+21$

(2)　$(3x-2)(4x+3)=3\times4\times x^2+\{3\times3+(-2)\times4\}x+(-2)\times3$
$=12x^2+x-6$

(3)　$(2x+1)(6x-5)=2\times6\times x^2+\{2\times(-5)+1\times6\}x+1\times(-5)$
$=12x^2-4x-5$

(4)　$(6p-1)(7p-2)=6\times7\times p^2+\{6\times(-2)+(-1)\times7\}p+(-1)\times(-2)$
$=42p^2-19p+2$

(5)　$(5a+2b)(3a+7b)=5\times3\times a^2+(5\times7+2\times3)ab+2\times7\times b^2$
$=15a^2+41ab+14b^2$

(6)　$(5x-4y)(8x-3y)=5\times8\times x^2+\{5\times(-3)+(-4)\times8\}xy+(-4)\times(-3)\times y^2$
$=40x^2-47xy+12y^2$

10

解答　(1)　$a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$
(2)　$x^2+y^2+z^2-2xy-2yz+2zx$
(3)　$p^2+q^2+4r^2+2pq+4qr+4rp$
(4)　$9a^2+4b^2+16c^2+12ab-16bc-24ca$
(5)　$4x^2+9y^2+z^2-12xy+6yz-4zx$
(6)　$25x^2+y^2+9z^2-10xy-6yz+30zx$

解説

(1)　$(a+b-c)^2=\{(a+b)-c\}^2=(a+b)^2-2(a+b)\times c+c^2$
$=a^2+2ab+b^2-2ac-2bc+c^2$
$=a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$

(2)　$(x-y+z)^2=\{(x-y)+z\}^2=(x-y)^2+2(x-y)z+z^2$
$=x^2-2xy+y^2+2xz-2yz+z^2$
$=x^2+y^2+z^2-2xy-2yz+2zx$

(3)　$(p+q+2r)^2=\{(p+q)+2r\}^2=(p+q)^2+2(p+q)\times2r+(2r)^2$
$=p^2+2pq+q^2+4pr+4qr+4r^2$
$=p^2+q^2+4r^2+2pq+4qr+4rp$

(4)　$(3a+2b-4c)^2=\{(3a+2b)-4c\}^2=(3a+2b)^2-2(3a+2b)\times4c+(4c)^2$
$=9a^2+12ab+4b^2-24ac-16bc+16c^2$
$=9a^2+4b^2+16c^2+12ab-16bc-24ca$

(5)　$(2x-3y-z)^2=\{(2x-3y)-z\}^2=(2x-3y)^2-2(2x-3y)\times z+z^2$
$=4x^2-12xy+9y^2-4xz+6yz+z^2$
$=4x^2+9y^2+z^2-12xy+6yz-4zx$

(6)　$(-5x+y-3z)^2=\{(-5x+y)-3z\}^2=(-5x+y)^2-2(-5x+y)\times3z+(3z)^2$
$=25x^2-10xy+y^2+30xz-6yz+9z^2$
$=25x^2+y^2+9z^2-10xy-6yz+30zx$

11

解答　(1)　$x^2+2xy+y^2+5x+5y+6$　(2)　$a^2+2ab+b^2+7a+7b-60$
(3)　$x^2-4xy+4y^2-6x+12y-27$　(4)　$4a^2-12ab+9b^2-6a+9b-4$
(5)　$4x^2+y^2-4z^2+4xy+3yz+6zx$
(6)　$16p^2+25q^2-6r^2-40pq+5qr-4rp$
(7)　$7x^2+9y^2+16z^2+24xy-24yz-32zx$
(8)　$28a^2+9b^2+4c^2-33ab+12bc-22ca$

解説

(1)　$(x+y+3)(x+y+2)=\{(x+y)+3\}\{(x+y)+2\}=(x+y)^2+5(x+y)+6$
$=x^2+2xy+y^2+5x+5y+6$

(2)　$(a+b-5)(a+b+12)=\{(a+b)-5\}\{(a+b)+12\}=(a+b)^2+7(a+b)-60$
$=a^2+2ab+b^2+7a+7b-60$

(3)　$(x-2y+3)(x-2y-9)=\{(x-2y)+3\}\{(x-2y)-9\}=(x-2y)^2-6(x-2y)-27$
$=x^2-4xy+4y^2-6x+12y-27$

(4)　$(2a-3b+1)(2a-3b-4)=\{(2a-3b)+1\}\{(2a-3b)-4\}$
$=(2a-3b)^2-3(2a-3b)-4$
$=4a^2-12ab+9b^2-6a+9b-4$

(5)　$(2x+y-z)(2x+y+4z)=\{(2x+y)-z\}\{(2x+y)+4z\}$
$=(2x+y)^2+3z(2x+y)-4z^2$
$=4x^2+4xy+y^2+6zx+3zy-4z^2$
$=4x^2+y^2-4z^2+4xy+3yz+6zx$

(6)　$(4p-5q+2r)(4p-5q-3r)=\{(4p-5q)+2r\}\{(4p-5q)-3r\}$
$=(4p-5q)^2-r(4p-5q)-6r^2$
$=16p^2-40pq+25q^2-4rp+5rq-6r^2$
$=16p^2+25q^2-6r^2-40pq+5qr-4rp$

(7)　$(7x+3y-4z)(x+3y-4z)=\{7x+(3y-4z)\}\{x+(3y-4z)\}$
$=7x^2+8x(3y-4z)+(3y-4z)^2$
$=7x^2+24xy-32xz+9y^2-24yz+16z^2$
$=7x^2+9y^2+16z^2+24xy-24yz-32zx$

(8)　$(4a-3b-2c)(7a-3b-2c)=\{4a-(3b+2c)\}\{7a-(3b+2c)\}$
$=28a^2-11a(3b+2c)+(3b+2c)^2$
$=28a^2-33ab-22ac+9b^2+12bc+4c^2$
$=28a^2+9b^2+4c^2-33ab+12bc-22ca$

12

解答　(1)　$-3x$　(2)　$24x-81$　(3)　$12x+34$　(4)　$11a^2+24$　(5)　$9b^2-8ab$
(6)　$20x^2-16y^2$　(7)　$34x^2-20xy$　(8)　$20a^2+45b^2$

解説

(1)　$(x+6)^2-(x+12)(x+3)=(x^2+12x+36)-(x^2+15x+36)$
$=x^2+12x+36-x^2-15x-36$
$=-3x$

(2)　$(x-3)(x+15)-(x-6)^2=(x^2+12x-45)-(x^2-12x+36)$
$=x^2+12x-45-x^2+12x-36$
$=24x-81$

(3)　$(2x+3)^2-(2x+5)(2x-5)=(4x^2+12x+9)-(4x^2-25)$
$=4x^2+12x+9-4x^2+25$
$=12x+34$

(4)　$(2a-3)(5a+2)+(a+5)(a+6)=(10a^2-11a-6)+(a^2+11a+30)$
$=10a^2-11a-6+a^2+11a+30$
$=11a^2+24$

(5)　$(2b-a)^2-(a+5b)(a-b)=(4b^2-4ab+a^2)-(a^2+4ab-5b^2)$
$=4b^2-4ab+a^2-a^2-4ab+5b^2$
$=9b^2-8ab$

(6)　$(6x+5y)(3x-4y)+(x+4y)(2x+y)=(18x^2-9xy-20y^2)+(2x^2+9xy+4y^2)$
$=18x^2-9xy-20y^2+2x^2+9xy+4y^2$
$=20x^2-16y^2$

(7)　$(3x-2y)(2y+3x)+(5x-2y)^2=(3x-2y)(3x+2y)+(5x-2y)^2$
$=(9x^2-4y^2)+(25x^2-20xy+4y^2)$
$=9x^2-4y^2+25x^2-20xy+4y^2$
$=34x^2-20xy$

(8)　$(2a-6b)^2+(4a+3b)^2=(4a^2-24ab+36b^2)+(16a^2+24ab+9b^2)$
$=4a^2-24ab+36b^2+16a^2+24ab+9b^2$
$=20a^2+45b^2$

13

解答　(1)　a^4-50a^2+625　(2)　x^4-32x^2+256　(3)　$p^4-18p^2q^2+81q^4$
(4)　$16x^4-8x^2y^2+y^4$　(5)　$81a^4-288a^2b^2+256b^4$
(6)　$16x^4-392x^2y^2+2401y^4$

解説

(1)　$(a-5)^2(a+5)^2=\{(a-5)(a+5)\}^2$
$=(a^2-25)^2=a^4-50a^2+625$

(2)　$(x+4)^2(x-4)^2=\{(x+4)(x-4)\}^2$
$=(x^2-16)^2=x^4-32x^2+256$

(3)　$(p+3q)^2(p-3q)^2=\{(p+3q)(p-3q)\}^2$
$=(p^2-9q^2)^2=p^4-18p^2q^2+81q^4$

(4)　$(2x-y)^2(2x+y)^2=\{(2x-y)(2x+y)\}^2$
$=(4x^2-y^2)^2=16x^4-8x^2y^2+y^4$

(5)　$(3a-4b)^2(3a+4b)^2=\{(3a-4b)(3a+4b)\}^2=(9a^2-16b^2)^2$
$=81a^4-288a^2b^2+256b^4$

(6)　$(7y+2x)^2(2x-7y)^2=\{(2x+7y)(2x-7y)\}^2=(4x^2-49y^2)^2$
$=16x^4-392x^2y^2+2401y^4$

14

解答　(1)　$x^2+4xy+4y^2-1$　(2)　$a^2-6ab+9b^2-c^2$
(3)　$x^4+12x^3+36x^2-4$　(4)　$x^2+2xy+y^2-9x^2y^2$
(5)　$a^4-13a^2b^2+4b^4$　(6)　$-9p^4+10p^2q^2-q^4$

解説

(1)　$(x+2y+1)(x+2y-1)=\{(x+2y)+1\}\{(x+2y)-1\}$

$=(x+2y)^2-1^2$

$=x^2+4xy+4y^2-1$

(2)　$(a-3b+c)(a-3b-c)=\{(a-3b)+c\}\{(a-3b)-c\}$

$=(a-3b)^2-c^2$

$=a^2-6ab+9b^2-c^2$

(3)　$(x^2+6x+2)(x^2+6x-2)=\{(x^2+6x)+2\}\{(x^2+6x)-2\}$

$=(x^2+6x)^2-2^2$

$=x^4+12x^3+36x^2-4$

(4)　$(x-3xy+y)(x+3xy+y)=\{(x+y)-3xy\}\{(x+y)+3xy\}$

$=(x+y)^2-(3xy)^2$

$=x^2+2xy+y^2-9x^2y^2$

(5)　$(a^2+3ab-2b^2)(a^2-3ab-2b^2)=\{(a^2-2b^2)+3ab\}\{(a^2-2b^2)-3ab\}$

$=(a^2-2b^2)^2-(3ab)^2$

$=a^4-4a^2b^2+4b^4-9a^2b^2$

$=a^4-13a^2b^2+4b^4$

(6)　$(3p^2+2pq-q^2)(-3p^2+2pq+q^2)=\{2pq+(3p^2-q^2)\}\{2pq-(3p^2-q^2)\}$

$=(2pq)^2-(3p^2-q^2)^2$

$=4p^2q^2-(9p^4-6p^2q^2+q^4)$

$=-9p^4+10p^2q^2-q^4$

15

解答　(1)　$a^2-b^2+2bc-c^2$　　(2)　$x^2-9y^2+30yz-25z^2$

(3)　$3x^2+24xy+48y^2-7x-28y+2$　　(4)　$a^4+15a^3+26a^2-48a+16$

解説

(1)　$(a+b-c)(a-b+c)=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$

$=a^2-(b-c)^2$

$=a^2-(b^2-2bc+c^2)$

$=a^2-b^2+2bc-c^2$

(2)　$(x-3y+5z)(x+3y-5z)=\{x-(3y-5z)\}\{x+(3y-5z)\}$

$=x^2-(3y-5z)^2$

$=x^2-(9y^2-30yz+25z^2)$

$=x^2-9y^2+30yz-25z^2$

(3)　$(x+4y-2)(3x+12y-1)=\{(x+4y)-2\}\{3(x+4y)-1\}$

$=3(x+4y)^2-7(x+4y)+2$

$=3(x^2+8xy+16y^2)-7x-28y+2$

$=3x^2+24xy+48y^2-7x-28y+2$

(4)　$(a^2+3a-2)(a^2+12a-8)=\{a^2+(3a-2)\}\{a^2+4(3a-2)\}$

$=(a^2)^2+5a^2(3a-2)+4(3a-2)^2$

$=a^4+15a^3-10a^2+4(9a^2-12a+4)$

$=a^4+15a^3-10a^2+36a^2-48a+16$

$=a^4+15a^3+26a^2-48a+16$

16

解答　(1)　$-2xy$　　(2)　a^2-2b　　(3)　a^2+ab　　(4)　$4ab+4bc$　　(5)　$4xy-1$

(6)　$-4x+4y+1$　　(7)　$2a+2b-1$

解説

(1)　$(2x-y)^2+(x+2y)(x-2y)-(x-y)(5x+3y)$

$=(4x^2-4xy+y^2)+(x^2-4y^2)-(5x^2-2xy-3y^2)$

$=4x^2-4xy+y^2+x^2-4y^2-5x^2+2xy+3y^2$

$=-2xy$

(2)　$(a+2)^2-(a+2)(b+2)+a(b-2)$

$=(a^2+4a+4)-(ab+2a+2b+4)+(ab-2a)$

$=a^2+4a+4-ab-2a-2b-4+ab-2a$

$=a^2-2b$

(3)　$(2a-b)(a+2b)-(a+b)^2+3b^2$

$=(2a^2+3ab-2b^2)-(a^2+2ab+b^2)+3b^2$

$=2a^2+3ab-2b^2-a^2-2ab-b^2+3b^2$

$=a^2+ab$

(4)　$(a+b+c)^2-(a-b+c)^2=\{(a+c)+b\}^2-\{(a+c)-b\}^2$

$=\{(a+c)^2+2b(a+c)+b^2\}-\{(a+c)^2-2b(a+c)+b^2\}$

$=(a+c)^2+2b(a+c)+b^2-(a+c)^2+2b(a+c)-b^2$

$=4b(a+c)$

$=4ab+4bc$

(5)　$(x+y+1)(x+y-1)-(x-y)^2=\{(x+y)+1\}\{(x+y)-1\}-(x-y)^2$

$=\{(x+y)^2-1^2\}-(x-y)^2$

$=(x+y)^2-1-(x-y)^2$

$=(x^2+2xy+y^2)-1-(x^2-2xy+y^2)$

$=x^2+2xy+y^2-1-x^2+2xy-y^2$

$=4xy-1$

(6)　$(2x-2y-1)^2-4(x-y)^2=\{2(x-y)-1\}^2-4(x-y)^2$

$=\{4(x-y)^2-4(x-y)+1^2\}-4(x-y)^2$

$=4(x-y)^2-4(x-y)+1-4(x-y)^2$

$=-4(x-y)+1$

$=-4x+4y+1$

(7)　$(a+b)^2-(a-1+b)^2=(a+b)^2-\{(a+b)-1\}^2$

$=(a+b)^2-\{(a+b)^2-2(a+b)+1^2\}$

$=(a+b)^2-(a+b)^2+2(a+b)-1^2$

$=2(a+b)-1$

$=2a+2b-1$

17

解答　(1)　$\dfrac{x^2-5x-10}{20}$　　(2)　$\dfrac{-3x^2+19x-10}{12}$　　(3)　$\dfrac{9a^2-7a}{4}$　　(4)　$\dfrac{3x+7}{4}$

(5)　$\dfrac{x^2-54y^2}{6}$　　(6)　$\dfrac{-x^2+6y^2}{6}$

解説

(1)　$\dfrac{(x-2)(x-3)}{4}-\dfrac{(x-2)(x-3)+4}{5}=\dfrac{5(x-2)(x-3)-4(x-2)(x-3)-4\times4}{20}$

$=\dfrac{(x-2)(x-3)-16}{20}$

$=\dfrac{(x^2-5x+6)-16}{20}$

$=\dfrac{x^2-5x-10}{20}$

(2)　$\dfrac{(1-x)(3x-1)}{3}-\dfrac{(-3x+2)(x+1)}{4}=\dfrac{4(1-x)(3x-1)-3(-3x+2)(x+1)}{12}$

$=\dfrac{4(-3x^2+4x-1)-3(-3x^2-x+2)}{12}$

$=\dfrac{-12x^2+16x-4+9x^2+3x-6}{12}$

$=\dfrac{-3x^2+19x-10}{12}$

(3)　$\dfrac{(a-2)^2}{2}-\dfrac{a(a-1)}{4}+2(a+1)(a-1)=\dfrac{2(a-2)^2-a(a-1)+8(a+1)(a-1)}{4}$

$=\dfrac{2(a^2-4a+4)-(a^2-a)+8(a^2-1)}{4}$

$=\dfrac{2a^2-8a+8-a^2+a+8a^2-8}{4}$

$=\dfrac{9a^2-7a}{4}$

(4)　$\left(\dfrac{x-1}{2}\right)^2-\dfrac{(x-2)(x+3)}{4}+\dfrac{3}{2}x=\dfrac{(x-1)^2}{4}-\dfrac{(x-2)(x+3)}{4}+\dfrac{3}{2}x$

$=\dfrac{(x-1)^2-(x-2)(x+3)+3x\times2}{4}$

$=\dfrac{x^2-2x+1-x^2-x+6+6x}{4}$

$=\dfrac{3x+7}{4}$

(5)　$\dfrac{(x-6y)(x+2y)}{2}-\dfrac{(x-3y)^2}{3}=\dfrac{3(x-6y)(x+2y)-2(x-3y)^2}{6}$

$=\dfrac{3(x^2-4xy-12y^2)-2(x^2-6xy+9y^2)}{6}$

$=\dfrac{3x^2-12xy-36y^2-2x^2+12xy-18y^2}{6}$

$=\dfrac{x^2-54y^2}{6}$

(6)　$\dfrac{(x-2y)^2}{3}-\dfrac{x(2x-3y)}{4}+\dfrac{(7x-4y)y}{12}$

$=\dfrac{4(x-2y)^2-3x(2x-3y)+(7x-4y)y}{12}$

$=\dfrac{4(x^2-4xy+4y^2)-3x(2x-3y)+(7x-4y)y}{12}$

$=\dfrac{4x^2-16xy+16y^2-6x^2+9xy+7xy-4y^2}{12}$

$=\dfrac{-2x^2+12y^2}{12}$

$=\dfrac{-x^2+6y^2}{6}$

18

解答　(1)　x^4-256　　(2)　$81x^4-y^4$　　(3)　$x^8-2x^4y^4+y^8$

(4)　$256a^8-2592a^4b^4+6561b^8$

解説

(1)　$(x-4)(x+4)(x^2+16)=\{(x-4)(x+4)\}(x^2+16)$
$=(x^2-16)(x^2+16)$
$=(x^2)^2-16^2$
$=x^4-256$

(2)　$(3x+y)(3x-y)(9x^2+y^2)=\{(3x+y)(3x-y)\}(9x^2+y^2)$
$=(9x^2-y^2)(9x^2+y^2)$
$=(9x^2)^2-(y^2)^2$
$=81x^4-y^4$

(3)　$(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2=\{(x-y)(x+y)\}^2(x^2+y^2)^2$
$=(x^2-y^2)^2(x^2+y^2)^2$
$=\{(x^2-y^2)(x^2+y^2)\}^2$
$=(x^4-y^4)^2$
$=x^8-2x^4y^4+y^8$

(4)　$(2a-3b)^2(2a+3b)^2(4a^2+9b^2)^2=\{(2a-3b)(2a+3b)\}^2(4a^2+9b^2)^2$
$=(4a^2-9b^2)^2(4a^2+9b^2)^2$
$=\{(4a^2-9b^2)(4a^2+9b^2)\}^2$
$=\{(4a^2)^2-(9b^2)^2\}^2$
$=(16a^4-81b^4)^2$
$=256a^8-2592a^4b^4+6561b^8$

19

解答　(1)　$x^4+10x^3+31x^2+30x$　(2)　$x^4+6x^3+7x^2-6x-8$　(3)　x^4-10x^2+9
(4)　$x^4+15x^3+80x^2+180x+144$

解説

(1)　$x(x+2)(x+3)(x+5)=\{x(x+5)\}\{(x+2)(x+3)\}$
$=(x^2+5x)(x^2+5x+6)$
$=(x^2+5x)\{(x^2+5x)+6\}$
$=(x^2+5x)^2+6(x^2+5x)$
$=x^4+10x^3+25x^2+6x^2+30x$
$=x^4+10x^3+31x^2+30x$

(2)　$(x-1)(x+1)(x+2)(x+4)=\{(x-1)(x+4)\}\{(x+1)(x+2)\}$
$=(x^2+3x-4)(x^2+3x+2)$
$=\{(x^2+3x)-4\}\{(x^2+3x)+2\}$
$=(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$
$=x^4+6x^3+9x^2-2x^2-6x-8$
$=x^4+6x^3+7x^2-6x-8$

(3)　$(x-1)(x-3)(x+1)(x+3)=\{(x-1)(x+1)\}\{(x-3)(x+3)\}$
$=(x^2-1)(x^2-9)$
$=x^4-10x^2+9$

(4)　$(x+2)(x+3)(x+4)(x+6)=\{(x+2)(x+6)\}\{(x+3)(x+4)\}$
$=(x^2+8x+12)(x^2+7x+12)$
$=\{(x^2+12)+8x\}\{(x^2+12)+7x\}$
$=(x^2+12)^2+15x(x^2+12)+56x^2$
$=x^4+24x^2+144+15x^3+180x+56x^2$
$=x^4+15x^3+80x^2+180x+144$

20

解答　(1)　$x>\frac{5}{16}$　(2)　0

解説

(1)　$(x-4)(x+2)<(2x+3)^2-\frac{1}{3}(3x-9)^2$

$x^2-2x-8<(4x^2+12x+9)-\frac{1}{3}(9x^2-54x+81)$

$x^2-2x-8<4x^2+12x+9-3x^2+18x-27$

$-32x<-10$

$x>\frac{5}{16}$

(2)　$\left(\frac{1}{2}x-5\right)(8x-1)<(2x-3)^2$

$4x^2-\frac{1}{2}x-40x+5<4x^2-12x+9$

$-\frac{57}{2}x<4$

$x>-\frac{8}{57}$

これを満たす最小の整数は0

21

解答　(1)　5　(2)　-19　(3)　0

解説

(1)　x^2の係数は
$3\times2+(-2)\times1+1\times1=6-2+1=5$

(2)　x^2y^5の係数は
$(-3)\times5+(-1)\times4=-15-4=-19$

(3)　a^3b^2の係数は
$5\times(-3)+(-3)\times2+7\times3=-15-6+21=0$

22

解答　(1)　$x(6y+7)$　(2)　$x(3x-7y^2+8y)$　(3)　$a(a^2+2ab^2-9b)$
(4)　$ax(5ax^3+4b^2x-6b)$　(5)　$6x^2(x^2+2)$　(6)　$mab(m-a)$
(7)　$2ac(2ab-3b^2+c)$　(8)　$5xyz(xy^2-3yz^2-2x^2z)$

解説

(1)　$6xy+7x=x(6y+7)$

(2)　$3x^2-7xy^2+8xy=x(3x-7y^2+8y)$

(3)　$a^3+2a^2b^2-9ab=a(a^2+2ab^2-9b)$

(4)　$5a^2x^4+4ab^2x^2-6abx=ax(5ax^3+4b^2x-6b)$

(5)　$6x^4+12x^2=6x^2(x^2+2)$

(6)　$m^2ab-ma^2b=mab(m-a)$

(7)　$4a^2bc-6ab^2c+2ac^2=2ac(2ab-3b^2+c)$

(8)　$5x^2y^3z-15xy^2z^3-10x^3yz^2=5xyz(xy^2-3yz^2-2x^2z)$

23

解答　(1)　$(x+2)(x+5)$　(2)　$(x+5)(x+7)$　(3)　$(x-1)(x-4)$　(4)　$(x-3)(x-7)$
(5)　$(x+1)(x-3)$　(6)　$(x-2)(x+6)$　(7)　$(x-3)(x+8)$　(8)　$(x+3)(x-7)$
(9)　$(x+2)(x+15)$　(10)　$(x-5)(x+10)$　(11)　$(x-5)(x-11)$
(12)　$(x-4)(x+14)$　(13)　$(x-6)(x+18)$　(14)　$(a-3)(a-30)$
(15)　$(y-8)(y+12)$　(16)　$(z+3)(z+12)$　(17)　$(t+7)(t+11)$
(18)　$(p+2)(p-15)$

解説

(1)　$x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$　(2)　$x^2+12x+35=(x+5)(x+7)$
(3)　$x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$　(4)　$x^2-10x+21=(x-3)(x-7)$
(5)　$x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$　(6)　$x^2+4x-12=(x-2)(x+6)$
(7)　$x^2+5x-24=(x-3)(x+8)$　(8)　$x^2-4x-21=(x+3)(x-7)$
(9)　$x^2+17x+30=(x+2)(x+15)$　(10)　$x^2+5x-50=(x-5)(x+10)$
(11)　$x^2-16x+55=(x-5)(x-11)$　(12)　$x^2+10x-56=(x-4)(x+14)$
(13)　$x^2+12x-108=(x-6)(x+18)$　(14)　$a^2-33a+90=(a-3)(a-30)$
(15)　$y^2+4y-96=(y-8)(y+12)$　(16)　$z^2+15z+36=(z+3)(z+12)$
(17)　$t^2+18t+77=(t+7)(t+11)$　(18)　$p^2-13p-30=(p+2)(p-15)$

24

解答　(1)　$(x+3)^2$　(2)　$(x+4)^2$　(3)　$(x-7)^2$　(4)　$(x-10)^2$　(5)　$(3x+5)^2$
(6)　$(4a-3)^2$　(7)　$(7t-2)^2$　(8)　$(5p+8)^2$　(9)　$(x+5y)^2$
(10)　$(9a+4b)^2$　(11)　$(2a-3b)^2$　(12)　$(3x-8y)^2$

解説

(1)　$x^2+6x+9=(x+3)^2$　(2)　$x^2+8x+16=(x+4)^2$
(3)　$x^2-14x+49=(x-7)^2$　(4)　$x^2-20x+100=(x-10)^2$
(5)　$9x^2+30x+25=(3x+5)^2$　(6)　$16a^2-24a+9=(4a-3)^2$
(7)　$49t^2-28t+4=(7t-2)^2$　(8)　$25p^2+80p+64=(5p+8)^2$
(9)　$x^2+10xy+25y^2=(x+5y)^2$　(10)　$81a^2+72ab+16b^2=(9a+4b)^2$
(11)　$4a^2-12ab+9b^2=(2a-3b)^2$　(12)　$9x^2-48xy+64y^2=(3x-8y)^2$

25

解答　(1)　$(x+2)(x-2)$　(2)　$(x+8)(x-8)$　(3)　$(a+10)(a-10)$
(4)　$(t+4)(t-4)$　(5)　$(x+9y)(x-9y)$　(6)　$(a+7b)(a-7b)$
(7)　$(5x+6)(5x-6)$　(8)　$(8p+11)(8p-11)$　(9)　$(2y+9)(2y-9)$
(10)　$(3x+y)(3x-y)$　(11)　$(9a+13b)(9a-13b)$　(12)　$(12x+5y)(12x-5y)$

解説

(1)　$x^2-4=(x+2)(x-2)$

(2)　$x^2-64=(x+8)(x-8)$

(3)　$a^2-100=(a+10)(a-10)$

(4)　$t^2-16=(t+4)(t-4)$

(5)　$x^2-81y^2=(x+9y)(x-9y)$

(6)　$a^2-49b^2=(a+7b)(a-7b)$

(7)　$25x^2-36=(5x+6)(5x-6)$

(8)　$64p^2-121=(8p+11)(8p-11)$

(9)　$4y^2-81=(2y+9)(2y-9)$

(10)　$9x^2-y^2=(3x+y)(3x-y)$

(11)　$81a^2-169b^2=(9a+13b)(9a-13b)$

(12)　$144x^2-25y^2=(12x+5y)(12x-5y)$

26

解答　(1)　$3(x-2)(x-4)$　　(2)　$5(x-4)(x+10)$　　(3)　$3(x+9)^2$

(4)　$-3(2a-3b)^2$　　(5)　$2(6x+11y)(6x-11y)$　　(6)　$\frac{1}{5}(7p+12q)(7p-12q)$

解説

(1)　$3x^2-18x+24=3(x^2-6x+8)=3(x-2)(x-4)$

(2)　$5x^2+30x-200=5(x^2+6x-40)=5(x-4)(x+10)$

(3)　$3x^2+54x+243=3(x^2+18x+81)=3(x+9)^2$

(4)　$-12a^2+36ab-27b^2=-3(4a^2-12ab+9b^2)=-3(2a-3b)^2$

(5)　$72x^2-242y^2=2(36x^2-121y^2)=2(6x+11y)(6x-11y)$

(6)　$\frac{49}{5}p^2-\frac{144}{5}q^2=\frac{1}{5}(49p^2-144q^2)=\frac{1}{5}(7p+12q)(7p-12q)$

27

解答　(1)　$3a(x+2)(x+5)$　　(2)　$4t(x-2)(x-3)$　　(3)　$-2m(x-3)(x+5)$

(4)　$4p(x+3)(x-3)$　　(5)　$\frac{1}{5}a(x-4)(x-7)$　　(6)　$\frac{1}{7}t(a-2b)(a+5b)$

(7)　$\frac{1}{7}x(3a+4b)(3a-4b)$　　(8)　$\frac{1}{5}k(7x-3y)^2$

解説

(1)　$3ax^2+21ax+30a=3a(x^2+7x+10)=3a(x+2)(x+5)$

(2)　$4tx^2-20tx+24t=4t(x^2-5x+6)=4t(x-2)(x-3)$

(3)　$-2mx^2-4mx+30m=-2m(x^2+2x-15)=-2m(x-3)(x+5)$

(4)　$4px^2-36p=4p(x^2-9)=4p(x+3)(x-3)$

(5)　$\frac{1}{5}ax^2-\frac{11}{5}ax+\frac{28}{5}a=\frac{1}{5}a(x^2-11x+28)=\frac{1}{5}a(x-4)(x-7)$

(6)　$\frac{1}{7}a^2t+\frac{3}{7}abt-\frac{10}{7}b^2t=\frac{1}{7}t(a^2+3ab-10b^2)=\frac{1}{7}t(a-2b)(a+5b)$

(7)　$\frac{9a^2x}{7}-\frac{16b^2x}{7}=\frac{1}{7}x(9a^2-16b^2)=\frac{1}{7}x(3a+4b)(3a-4b)$

(8)　$\frac{49}{5}kx^2-\frac{42}{5}kxy+\frac{9}{5}ky^2=\frac{1}{5}k(49x^2-42xy+9y^2)=\frac{1}{5}k(7x-3y)^2$

28

解答　(1)　$(x^2+16)(x+4)(x-4)$　　(2)　$(a^2+25)(a+5)(a-5)$

(3)　$(4a^2+b^2)(2a+b)(2a-b)$　　(4)　$(100x^2+9y^2)(10x+3y)(10x-3y)$

(5)　$(25x^2+49y^2)(5x+7y)(5x-7y)$　　(6)　$(16p^2+9q^2)(4p+3q)(4p-3q)$

解説

(1)　$x^4-256=(x^2)^2-16^2$
$=(x^2+16)(x^2-16)$
$=(x^2+16)(x+4)(x-4)$

(2)　$a^4-625=(a^2)^2-25^2$
$=(a^2+25)(a^2-25)$
$=(a^2+25)(a+5)(a-5)$

(3)　$16a^4-b^4=(4a^2)^2-(b^2)^2$
$=(4a^2+b^2)(4a^2-b^2)$
$=(4a^2+b^2)(2a+b)(2a-b)$

(4)　$10000x^4-81y^4=(100x^2)^2-(9y^2)^2$
$=(100x^2+9y^2)(100x^2-9y^2)$
$=(100x^2+9y^2)(10x+3y)(10x-3y)$

(5)　$625x^4-2401y^4=(25x^2)^2-(49y^2)^2$
$=(25x^2+49y^2)(25x^2-49y^2)$
$=(25x^2+49y^2)(5x+7y)(5x-7y)$

(6)　$256p^4-81q^4=(16p^2)^2-(9q^2)^2$
$=(16p^2+9q^2)(16p^2-9q^2)$
$=(16p^2+9q^2)(4p+3q)(4p-3q)$

29

解答　(1)　$(x+1)(3x+2)$　　(2)　$(x-3)(3x-1)$　　(3)　$(x+2)(2x-3)$

(4)　$(2x+1)(3x-2)$　　(5)　$(x-3)(2x+5)$　　(6)　$(x-3)(5x+2)$

(7)　$(a-1)(2a-1)$　　(8)　$(t+3)(3t+2)$　　(9)　$(p-5)(2p+1)$

(10)　$(x+5)(4x-9)$　　(11)　$(2x+7)(3x-2)$　　(12)　$(2x+1)(10x+3)$

(13)　$(k-6)(3k+1)$　　(14)　$(a-6)(6a-7)$　　(15)　$(3y-2)(6y+1)$

解説

(1)　$3x^2+5x+2=(x+1)(3x+2)$

(2)　$3x^2-10x+3=(x-3)(3x-1)$

(3)　$2x^2+x-6=(x+2)(2x-3)$

(4)　$6x^2-x-2=(2x+1)(3x-2)$

(5)　$2x^2-x-15=(x-3)(2x+5)$

(6)　$5x^2-13x-6=(x-3)(5x+2)$

(7)　$2a^2-3a+1=(a-1)(2a-1)$

(8)　$3t^2+11t+6=(t+3)(3t+2)$

(9)　$2p^2-9p-5=(p-5)(2p+1)$

(10)　$4x^2+11x-45=(x+5)(4x-9)$

(11)　$6x^2+17x-14=(2x+7)(3x-2)$

(12)　$20x^2+16x+3=(2x+1)(10x+3)$

(13)　$3k^2-17k-6=(k-6)(3k+1)$

(14)　$6a^2-43a+42=(a-6)(6a-7)$

(15)　$18y^2-9y-2=(3y-2)(6y+1)$

30

解答　(1)　$(x+y)(2x+5y)$　　(2)　$(x-y)(3x-2y)$　　(3)　$(x-y)(2x+y)$

(4)　$(x-2y)(2x-y)$　　(5)　$(x-5y)(2x+3y)$　　(6)　$(3x+y)(3x+4y)$

(7)　$(a+2b)(5a-3b)$　　(8)　$(2a-3b)(3a+4b)$　　(9)　$(4a-b)(5a-6b)$

(10)　$(x-6y)(4x+y)$　　(11)　$(2x-y)(4x-3y)$　　(12)　$(x+3y)(4x-9y)$

(13)　$(3a-4b)(4a-3b)$　　(14)　$(x-3a)(6x-5a)$　　(15)　$(2x-a)(9x+5a)$

解説

(1)　$2x^2+7xy+5y^2=(x+y)(2x+5y)$

(2)　$3x^2-5xy+2y^2=(x-y)(3x-2y)$

(3)　$2x^2-xy-y^2=(x-y)(2x+y)$

(4)　$2x^2-5xy+2y^2=(x-2y)(2x-y)$

(5)　$2x^2-7xy-15y^2=(x-5y)(2x+3y)$

(6)　$9x^2+15xy+4y^2=(3x+y)(3x+4y)$

(7)　$5a^2+7ab-6b^2=(a+2b)(5a-3b)$

(8)　$6a^2-ab-12b^2=(2a-3b)(3a+4b)$

(9)　$20a^2-29ab+6b^2=(4a-b)(5a-6b)$

(10)　$4x^2-23xy-6y^2=(x-6y)(4x+y)$

(11)　$8x^2-10xy+3y^2=(2x-y)(4x-3y)$

(12)　$4x^2+3xy-27y^2=(x+3y)(4x-9y)$

(13)　$12a^2-25ab+12b^2=(3a-4b)(4a-3b)$

(14)　$6x^2-23ax+15a^2=(x-3a)(6x-5a)$

(15)　$18x^2+ax-5a^2=(2x-a)(9x+5a)$

31

解答　(1)　$(x+1)(y-1)$　　(2)　$(a-1)(b-2)$　　(3)　$(a+c)(b-d)$

(4)　$(x+z)(y+u)$　　(5)　$(2a-b)(x+2y)$　　(6)　$(3a+2b)(2p-5q)$

(7)　$(a-b+1)(x-y)$　　(8)　$(a-b)(x-2y+3z)$

解説

(1)　$xy-x+y-1=x(y-1)+(y-1)$
$=(x+1)(y-1)$

(2)　$ab-2a-b+2=a(b-2)-(b-2)$
$=(a-1)(b-2)$

(3)　$ab+bc-cd-da=b(a+c)-d(c+a)$
$=(a+c)(b-d)$

(4)　$xy+yz+zu+ux=y(x+z)+u(z+x)$
$=(x+z)(y+u)$

(5)　$2ax-bx+4ay-2by=x(2a-b)+2y(2a-b)$
$=(2a-b)(x+2y)$

(6)　$6ap-15aq+4bp-10bq=3a(2p-5q)+2b(2p-5q)$
$=(3a+2b)(2p-5q)$

(7)　$ax-bx+x-ay+by-y=x(a-b+1)-y(a-b+1)$
$=(a-b+1)(x-y)$

(8)　$ax-bx-2ay+2by+3az-3bz=x(a-b)-2y(a-b)+3z(a-b)$
$=(a-b)(x-2y+3z)$

32

解答　(1)　$(x+y+3)(x-y+3)$　　(2)　$(x+6y+7)(x-6y+7)$

(3)　$(a+9b+10)(a-9b+10)$　　(4)　$(3x+5y-4)(3x-5y-4)$

(5)　$(a+b+x-3y)(a+b-x+3y)$　　(6)　$(4x-5y+3z+7w)(4x-5y-3z-7w)$

解説

(1)　$x^2+6x+9-y^2=(x^2+6x+9)-y^2$
$=(x+3)^2-y^2$
$=\{(x+3)+y\}\{(x+3)-y\}$
$=(x+y+3)(x-y+3)$

(2) $x^2+14x+49-36y^2=(x^2+14x+49)-36y^2$
$=(x+7)^2-(6y)^2$
$=\{(x+7)+6y\}\{(x+7)-6y\}$
$=(x+6y+7)(x-6y+7)$

(3) $a^2+20a+100-81b^2=(a^2+20a+100)-81b^2$
$=(a+10)^2-(9b)^2$
$=\{(a+10)+9b\}\{(a+10)-9b\}$
$=(a+9b+10)(a-9b+10)$

(4) $9x^2-24x+16-25y^2=(9x^2-24x+16)-25y^2$
$=(3x-4)^2-(5y)^2$
$=\{(3x-4)+5y\}\{(3x-4)-5y\}$
$=(3x+5y-4)(3x-5y-4)$

(5) $a^2+2ab+b^2-x^2+6xy-9y^2=(a^2+2ab+b^2)-(x^2-6xy+9y^2)$
$=(a+b)^2-(x-3y)^2$
$=\{(a+b)+(x-3y)\}\{(a+b)-(x-3y)\}$
$=(a+b+x-3y)(a+b-x+3y)$

(6) $16x^2-40xy+25y^2-9z^2-42zw-49w^2$
$=(16x^2-40xy+25y^2)-(9z^2+42zw+49w^2)$
$=(4x-5y)^2-(3z+7w)^2$
$=\{(4x-5y)+(3z+7w)\}\{(4x-5y)-(3z+7w)\}$
$=(4x-5y+3z+7w)(4x-5y-3z-7w)$

33

解答　(1) $(x+5)(x+8)$　(2) $(a-1)(a-10)$　(3) $(a-2b-5)(a-2b-6)$
(4) $(x+y+3)^2$　(5) $(2x+2y+1)(3x+3y-4)$
(6) $(2x-2y-3)(4x-4y-5)$　(7) $(x-y-2z)^2$
(8) $(3x+y+3)(9x+2y+9)$

解説

(1) $(x+3)^2+7(x+3)+10=\{(x+3)+2\}\{(x+3)+5\}$
$=(x+5)(x+8)$

(2) $(a-4)^2-3(a-4)-18=\{(a-4)+3\}\{(a-4)-6\}$
$=(a-1)(a-10)$

(3) $(a-2b)^2-11(a-2b)+30=\{(a-2b)-5\}\{(a-2b)-6\}$
$=(a-2b-5)(a-2b-6)$

(4) $(x+y)^2+6(x+y)+9=\{(x+y)+3\}^2$
$=(x+y+3)^2$

(5) $6(x+y)^2-5(x+y)-4=\{2(x+y)+1\}\{3(x+y)-4\}$
$=(2x+2y+1)(3x+3y-4)$

(6) $8(x-y)^2-22(x-y)+15=\{2(x-y)-3\}\{4(x-y)-5\}$
$=(2x-2y-3)(4x-4y-5)$

(7) $(x-y)^2-4(x-y)z+4z^2=\{(x-y)-(2z)\}^2$
$=(x-y-2z)^2$

(8) $27(x+1)^2+15(x+1)y+2y^2=\{3(x+1)+y\}\{9(x+1)+2y\}$
$=(3x+y+3)(9x+2y+9)$

34

解答　(1) $b(a+b+c)$　(2) $2x(3ax+y+z)$　(3) $(a+b)(x-y)$
(4) $a(x+y)(a-x-y)$　(5) $(a-4)(5a+2)$　(6) $(x-3y)(2x+y)$

解説

(1) $b^2+b(a+c)=b\{b+(a+c)\}$
$=b(a+b+c)$

(2) $2x(y+z)+6ax^2=2x\{(y+z)+3ax\}$
$=2x(3ax+y+z)$

(3) $x(a+b)-y(a+b)=(a+b)(x-y)$

(4) $a^2(x+y)-a(x+y)^2=a(x+y)\{a-(x+y)\}$
$=a(x+y)(a-x-y)$

(5) $5a(a-4)-2(4-a)=5a(a-4)-2\{-(a-4)\}$
$=5a(a-4)+2(a-4)$
$=(a-4)(5a+2)$

(6) $2x(x-3y)-y(3y-x)=2x(x-3y)-y\{-(x-3y)\}$
$=2x(x-3y)+y(x-3y)$
$=(x-3y)(2x+y)$

35

解答　(1) $(x+2)(x-4)$　(2) $(a-2)(a-8)$　(3) $(x+2y)(6x-y)$
(4) $(2a-3b)(5a-b)$

解説

(1) $(x+5)(x-7)+27=(x^2-2x-35)+27$
$=x^2-2x-8$
$=(x+2)(x-4)$

(2) $(a-4)(a-6)-8=(a^2-10a+24)-8$
$=a^2-10a+16$
$=(a-2)(a-8)$

(3) $(2x-y)(3x+2y)+10xy=(6x^2+xy-2y^2)+10xy$
$=6x^2+11xy-2y^2$
$=(x+2y)(6x-y)$

(4) $(2a-b)(5a-6b)-3b^2=(10a^2-17ab+6b^2)-3b^2$
$=10a^2-17ab+3b^2$
$=(2a-3b)(5a-b)$

36

解答　(1) $(x+1)(x-1)(x^2+6)$　(2) $(a^2+3)(a+4)(a-4)$
(3) $(x+2)(x-2)(x+5)(x-5)$　(4) $(x+3y)^2(x-3y)^2$
(5) $(x+3)(x-3)(2x^2+1)$　(6) $(a+2b)(a-2b)(2a+3b)(2a-3b)$

解説

(1) $x^4+5x^2-6=(x^2-1)(x^2+6)$
$=(x+1)(x-1)(x^2+6)$

(2) $a^4-13a^2-48=(a^2+3)(a^2-16)$
$=(a^2+3)(a+4)(a-4)$

(3) $x^4-29x^2+100=(x^2-4)(x^2-25)$
$=(x+2)(x-2)(x+5)(x-5)$

(4) $x^4-18x^2y^2+81y^4=(x^2-9y^2)^2$
$=\{(x+3y)(x-3y)\}^2$
$=(x+3y)^2(x-3y)^2$

(5) $2x^4-17x^2-9=(x^2-9)(2x^2+1)$
$=(x+3)(x-3)(2x^2+1)$

(6) $4a^4-25a^2b^2+36b^4=(a^2-4b^2)(4a^2-9b^2)$
$=(a+2b)(a-2b)(2a+3b)(2a-3b)$

37

解答　(1) $(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$　(2) $(x^2-7x-2)(x-1)(x-6)$　(3) $(x+2)^4$
(4) $(a+b)^2(a-3b)(a+5b)$

解説

(1) $(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12=\{(x^2+x)-2\}\{(x^2+x)-6\}$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-6)$
$=(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$

(2) $(x^2-7x)^2+4(x^2-7x)-12=\{(x^2-7x)-2\}\{(x^2-7x)+6\}$
$=(x^2-7x-2)(x^2-7x+6)$
$=(x^2-7x-2)(x-1)(x-6)$

(3) $(x^2+4x)^2+8(x^2+4x)+16=\{(x^2+4x)+4\}^2$
$=(x^2+4x+4)^2$
$=\{(x+2)^2\}^2$
$=(x+2)^4$

(4) $(a^2+2ab)^2-14b^2(a^2+2ab)-15b^4=\{(a^2+2ab)+b^2\}\{(a^2+2ab)-15b^2\}$
$=(a^2+2ab+b^2)(a^2+2ab-15b^2)$
$=(a+b)^2(a-3b)(a+5b)$

38

解答　(1) $2(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$　(2) $(a-b)(x+2)(x-2)$
(3) $(x+2y-2)(x-2y+2)$　(4) $(2x+3y-z)(2x-3y-z)$

解説

(1) $2(x^2-1)^2-6x^2+6=2(x^2-1)^2-6(x^2-1)$
$=2(x^2-1)\{(x^2-1)-3\}$
$=2(x^2-1)(x^2-4)$
$=2(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$

(2) $(a-b)x^2-4a+4b=(a-b)x^2-4(a-b)$
$=(a-b)(x^2-4)$
$=(a-b)(x+2)(x-2)$

(3) $x^2-4y^2+8y-4=x^2-4(y^2-2y+1)$
$=x^2-4(y-1)^2$
$=x^2-\{2(y-1)\}^2$
$=\{x+2(y-1)\}\{x-2(y-1)\}$
$=(x+2y-2)(x-2y+2)$

(4) $4x^2-9y^2+z^2-4xz=(4x^2-4xz+z^2)-9y^2$
$=(2x-z)^2-(3y)^2$
$=\{(2x-z)+3y\}\{(2x-z)-3y\}$

$=(2x+3y-z)(2x-3y-z)$

39

解答　(1)　4　　(2)　-9　　(3)　12　　(4)　7

解説

(1)　$2083^2-2081\times2085=2083^2-(2083-2)\times(2083+2)$
$=2083^2-(2083^2-2^2)$
$=2^2$
$=4$

(2)　$5718\times5712-5715^2=(5715+3)\times(5715-3)-5715^2$
$=(5715^2-3^2)-5715^2$
$=-3^2$
$=-9$

(3)　$3916\times3912-3910\times3918=(3914+2)\times(3914-2)-(3914-4)\times(3914+4)$
$=(3914^2-2^2)-(3914^2-4^2)$
$=-2^2+4^2$
$=12$

(4)　$4839\times4833-4840\times4832=(4836+3)\times(4836-3)-(4836+4)\times(4836-4)$
$=(4836^2-3^2)-(4836^2-4^2)$
$=-3^2+4^2$
$=7$

40

解答　(1)　89　　(2)　-96

解説

(1)　$(2x-y)^2+(x+y)(x+3y)=(4x^2-4xy+y^2)+(x^2+4xy+3y^2)$
$=4x^2-4xy+y^2+x^2+4xy+3y^2$
$=5x^2+4y^2$
$=5\times(-4)^2+4\times\left(\frac{3}{2}\right)^2$
$=80+9$
$=89$

(2)　$(x+y)(9x+y)-(3x-y)^2=(9x^2+10xy+y^2)-(9x^2-6xy+y^2)$
$=9x^2+10xy+y^2-9x^2+6xy-y^2$
$=16xy$
$=16\times(-4)\times\frac{3}{2}$
$=-96$

41

解答　(1)　10000　　(2)　1600　　(3)　5000　　(4)　2000

解説

(1)　$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
$=(58+42)^2$
$=100^2$
$=10000$

(2)　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=(58+42)\times(58-42)$
$=100\times16$
$=1600$

(3)　$a^2+ab-8a-8b=a(a+b)-8(a+b)$
$=(a-8)(a+b)$
$=(58-8)\times(58+42)$
$=50\times100$
$=5000$

(4)　$ab-2a-8b+16=a(b-2)-8(b-2)$
$=(a-8)(b-2)$
$=(58-8)\times(42-2)$
$=50\times40$
$=2000$

42

解答　(1)　100　　(2)　308　　(3)　-1100

解説

(1)　$x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$
$=(20.4-10.4)^2$
$=10^2$
$=100$

(2)　$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=(20.4+10.4)\times(20.4-10.4)$
$=30.8\times10$
$=308$

(3)　$10y^2-10xy-6x+6y=10y(y-x)-6(x-y)$
$=10y(y-x)+6(y-x)$
$=(10y+6)(y-x)$
$=(104+6)\times(10.4-20.4)$
$=110\times(-10)$
$=-1100$

43

解答　(1)　-9　　(2)　$\frac{41}{2}$　　(3)　$-\frac{231}{16}$

解説

(1)　$a^2b+ab^2=ab(a+b)=-\frac{9}{4}\times4=-9$

(2)　$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
$=4^2-2\times\left(-\frac{9}{4}\right)$
$=16+\frac{9}{2}$
$=\frac{41}{2}$

(3)　$(a^2-1)(b^2-1)=a^2b^2-a^2-b^2+1$
$=(ab)^2-(a^2+b^2)+1$
$=\left(-\frac{9}{4}\right)^2-\frac{41}{2}+1$
$=\frac{81}{16}-\frac{41}{2}+1$
$=-\frac{231}{16}$

44

解答　(1)　$-\frac{64}{9}$　　(2)　$\frac{91}{9}$

解説

(1)　$x^3y+2x^2y^2+xy^3=xy(x^2+2xy+y^2)$
$=xy(x+y)^2$
$=(-1)\times\left(-\frac{8}{3}\right)^2$
$=-\frac{64}{9}$

(2)　$x^2+y^2-xy=\{(x+y)^2-2xy\}-xy$
$=(x+y)^2-3xy$
$=\left(-\frac{8}{3}\right)^2-3\times(-1)$
$=\frac{64}{9}+3$
$=\frac{91}{9}$

45

解答　(1)　10001　　(2)　-1996　　(3)　11200　　(4)　-10000

解説

(1)　$99^2+51^2-49^2=99^2+(51^2-49^2)$
$=(100-1)^2+(51+49)\times(51-49)$
$=100^2-2\times100\times1+1^2+100\times2$
$=10000-200+1+200$
$=10001$

(2)　$1002^2-998^2-102\times98=(1002^2-998^2)-102\times98$
$=(1002+998)\times(1002-998)-(100+2)\times(100-2)$
$=2000\times4-(100^2-2^2)$
$=8000-10000+4$
$=-1996$

(3)　$102^2+101^2+100^2-99^2-98^2=(102^2-98^2)+(101^2-99^2)+100^2$
$=(102+98)\times(102-98)+(101+99)\times(101-99)+100^2$
$=200\times4+200\times2+100^2$
$=800+400+10000$
$=11200$

(4)　$2498\times2497-5002\times2496+2502\times2493$
$2500=a$ とおくと，上の式は次のように表される。
$(a-2)(a-3)-(2a+2)(a-4)+(a+2)(a-7)$
$=(a^2-5a+6)-(2a^2-6a-8)+(a^2-5a-14)$

$=a^2-5a+6-2a^2+6a+8+a^2-5a-14$

$=-4a$

よって，求める式の値は　$-4\times2500=-10000$

46

解答　(1) $\pm\sqrt{6}$　(2) $\pm\sqrt{11}$　(3) ±11　(4) $\pm\sqrt{12.1}$　(5) ±7

(6) $\pm\sqrt{4.9}$　(7) ±0.7　(8) $\pm\sqrt{0.049}$

解説

(1) $\pm\sqrt{6}$　(2) $\pm\sqrt{11}$　(3) ±11　(4) $\pm\sqrt{12.1}$

(5) ±7　(6) $\pm\sqrt{4.9}$　(7) ±0.7　(8) $\pm\sqrt{0.049}$

47

解答　(1) 2　(2) 8　(3) -9　(4) -13　(5) $\frac{9}{7}$　(6) $-\frac{8}{13}$　(7) $\frac{16}{9}$

(8) $-\frac{3}{10}$　(9) 0.5　(10) -0.7　(11) -1.6　(12) 0.15

解説

(1) $\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$

(2) $\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$

(3) $-\sqrt{81}=-\sqrt{9^2}=-9$

(4) $-\sqrt{169}=-\sqrt{13^2}=-13$

(5) $\sqrt{\frac{81}{49}}=\sqrt{\left(\frac{9}{7}\right)^2}=\frac{9}{7}$

(6) $-\sqrt{\frac{64}{169}}=-\sqrt{\left(\frac{8}{13}\right)^2}=-\frac{8}{13}$

(7) $\sqrt{\frac{256}{81}}=\sqrt{\left(\frac{16}{9}\right)^2}=\frac{16}{9}$

(8) $-\sqrt{\frac{18}{200}}=-\sqrt{\frac{9}{100}}=-\sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2}=-\frac{3}{10}$

(9) $\sqrt{0.25}=\sqrt{0.5^2}=0.5$

(10) $-\sqrt{0.49}=-\sqrt{0.7^2}=-0.7$

(11) $-\sqrt{2.56}=-\sqrt{1.6^2}=-1.6$

(12) $\sqrt{0.0225}=\sqrt{0.15^2}=0.15$

48

解答　(1) 6　(2) 13　(3) 11　(4) -11　(5) -9　(6) -9　(7) 5

(8) 25

解説

(1) $(\sqrt{6})^2=6$　(2) $(\sqrt{13})^2=13$

(3) $(-\sqrt{11})^2=11$　(4) $-(\sqrt{11})^2=-11$

(5) $-(\sqrt{9})^2=-9$　(6) $-(-\sqrt{9})^2=-9$

(7) $\{-(-\sqrt{5})\}^2=(\sqrt{5})^2=5$　(8) $(-\sqrt{5})^4=\{(-\sqrt{5})^2\}^2=5^2=25$

49

解答　(1) 正しい　(2) 正しくない　(3) 正しくない　(4) 正しい

(5) 正しい　(6) 正しくない　(7) 正しい　(8) 正しくない

解説

(1) 正しい

(2) 正しくない［-4 の平方は 16］

(3) 正しくない［$\sqrt{7}$ の平方は 7］

(4) 正しい

(5) 正しい

(6) 正しくない［81 の平方根は 9 と -9］

(7) 正しい

(8) 正しくない［$\sqrt{0}=0$ で，平方根は存在する］

50

解答　A：$\sqrt{5}$，B：$\sqrt{\frac{1}{2}}$，C：$\sqrt{10}$，D：$\sqrt{3}$

解説

$1^2<3<2^2$　より　$1<\sqrt{3}<2$

$2^2<5<3^2$　より　$2<\sqrt{5}<3$

$3^2<10<4^2$　より　$3<\sqrt{10}<4$

$0^2<\frac{1}{2}<1^2$　より　$0<\sqrt{\frac{1}{2}}<1$

よって　A：$\sqrt{5}$，B：$\sqrt{\frac{1}{2}}$，C：$\sqrt{10}$，D：$\sqrt{3}$

51

解答　(1) $\sqrt{15}<4<\sqrt{17}$　(2) $4.2<\sqrt{20}<4.5$　(3) $10<\sqrt{111}<11<\sqrt{122}$

(4) $\frac{1}{6}<\frac{1}{5}<\sqrt{\frac{1}{24}}<\sqrt{\frac{1}{20}}$　(5) $-\sqrt{11}<-\sqrt{7}<-\sqrt{5}<0$

(6) $-6<-\sqrt{33}<-5<-\sqrt{23}$

解説

(1) $\sqrt{17}$，$\sqrt{15}$，4 はすべて正の数であるから，2 乗しても大小関係は変わらない。

$(\sqrt{17})^2=17$，$(\sqrt{15})^2=15$，$4^2=16$

よって　$(\sqrt{15})^2<4^2<(\sqrt{17})^2$

したがって　$\sqrt{15}<4<\sqrt{17}$

(2) $\sqrt{20}$，4.5，4.2 はすべて正の数であるから，2 乗しても大小関係は変わらない。

$(\sqrt{20})^2=20$，$4.5^2=20.25$，$4.2^2=17.64$

よって　$4.2^2<(\sqrt{20})^2<4.5^2$

したがって　$4.2<\sqrt{20}<4.5$

(3) $\sqrt{122}$，$\sqrt{111}$，10，11 はすべて正の数であるから，2 乗しても大小関係は変わらない。

$(\sqrt{122})^2=122$，$(\sqrt{111})^2=111$，$10^2=100$，$11^2=121$

よって　$10^2<(\sqrt{111})^2<11^2<(\sqrt{122})^2$

したがって　$10<\sqrt{111}<11<\sqrt{122}$

(4) $\sqrt{\frac{1}{24}}$，$\frac{1}{5}$，$\sqrt{\frac{1}{20}}$，$\frac{1}{6}$ はすべて正の数であるから，2 乗しても大小関係は変わらない。

$\left(\sqrt{\frac{1}{24}}\right)^2=\frac{1}{24}$，$\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{1}{25}$，$\left(\sqrt{\frac{1}{20}}\right)^2=\frac{1}{20}$，$\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$

よって　$\left(\frac{1}{6}\right)^2<\left(\frac{1}{5}\right)^2<\left(\sqrt{\frac{1}{24}}\right)^2<\left(\sqrt{\frac{1}{20}}\right)^2$

したがって　$\frac{1}{6}<\frac{1}{5}<\sqrt{\frac{1}{24}}<\sqrt{\frac{1}{20}}$

(5) $\sqrt{5}$，$\sqrt{11}$，$\sqrt{7}$ はすべて正の数であるから，2 乗しても大小関係は変わらない。

$(\sqrt{5})^2=5$，$(\sqrt{11})^2=11$，$(\sqrt{7})^2=7$

よって　$0<(\sqrt{5})^2<(\sqrt{7})^2<(\sqrt{11})^2$

ゆえに　$0<\sqrt{5}<\sqrt{7}<\sqrt{11}$

したがって　$-\sqrt{11}<-\sqrt{7}<-\sqrt{5}<0$

(6) $\sqrt{33}$，6，$\sqrt{23}$，5 はすべて正の数であるから，2 乗しても大小関係は変わらない。

$(\sqrt{33})^2=33$，$6^2=36$，$(\sqrt{23})^2=23$，$5^2=25$

よって　$(\sqrt{23})^2<5^2<(\sqrt{33})^2<6^2$

ゆえに　$\sqrt{23}<5<\sqrt{33}<6$

したがって　$-6<-\sqrt{33}<-5<-\sqrt{23}$

52

解答　(1) $\sqrt{33}$　(2) $\sqrt{14}$　(3) $\sqrt{65}$　(4) $\sqrt{15}$　(5) $\sqrt{2}$　(6) $\sqrt{14}$

解説

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{11}=\sqrt{3\times11}=\sqrt{33}$

(2) $\sqrt{2}\times\sqrt{7}=\sqrt{2\times7}=\sqrt{14}$

(3) $\sqrt{5}\sqrt{13}=\sqrt{5\times13}=\sqrt{65}$

(4) $\sqrt{21}\sqrt{\frac{5}{7}}=\sqrt{21\times\frac{5}{7}}=\sqrt{15}$

(5) $\sqrt{\frac{5}{12}}\sqrt{\frac{24}{5}}=\sqrt{\frac{5}{12}\times\frac{24}{5}}=\sqrt{2}$

(6) $\sqrt{28}\sqrt{0.5}=\sqrt{28\times0.5}=\sqrt{14}$

53

解答　(1) $\sqrt{7}$　(2) $\sqrt{17}$　(3) $\sqrt{5}$

解説

(1) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{14}{2}}=\sqrt{7}$

(2) $\frac{\sqrt{85}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{85}{5}}=\sqrt{17}$

(3) $\frac{\sqrt{130}}{\sqrt{26}}=\sqrt{\frac{130}{26}}=\sqrt{5}$

54

解答　(1) $\sqrt{2}$　(2) $\sqrt{5}$　(3) $\sqrt{15}$

解説

(1) $\sqrt{24}\div\sqrt{12}=\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{24}{12}}=\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{65}\div\sqrt{13}=\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{13}}=\sqrt{\frac{65}{13}}=\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{225}\div\sqrt{15}=\frac{\sqrt{225}}{\sqrt{15}}=\sqrt{\frac{225}{15}}=\sqrt{15}$

55

解答　(1) $\sqrt{14}$　(2) $\sqrt{6}$　(3) $\sqrt{15}$　(4) $\sqrt{2}$　(5) $\sqrt{39}$　(6) $\sqrt{22}$

解説

(1) $\sqrt{7}\times\sqrt{6}\div\sqrt{3}=\sqrt{\dfrac{7\times6}{3}}=\sqrt{14}$

(2) $\sqrt{15}\times\sqrt{8}\div\sqrt{20}=\sqrt{\dfrac{15\times8}{20}}=\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{18}\div\sqrt{12}\times\sqrt{10}=\sqrt{\dfrac{18\times10}{12}}=\sqrt{15}$

(4) $\sqrt{30}\times\sqrt{\dfrac{2}{5}}\div\sqrt{6}=\sqrt{30\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{6}}=\sqrt{2}$

(5) $\sqrt{45}\div\sqrt{3}\times\sqrt{\dfrac{13}{5}}=\sqrt{45\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{13}{5}}=\sqrt{39}$

(6) $\sqrt{\dfrac{44}{12}}\times\sqrt{42}\div\sqrt{7}=\sqrt{\dfrac{44}{12}\times42\times\dfrac{1}{7}}=\sqrt{22}$

56

解答　(1) $\sqrt{50}$　(2) $\sqrt{63}$　(3) $\sqrt{48}$　(4) $\sqrt{6}$　(5) $\sqrt{6}$　(6) $\sqrt{12}$
(7) $\sqrt{5}$　(8) $\sqrt{3}$　(9) $\sqrt{10}$

解説

(1) $5\sqrt{2}=\sqrt{5^2}\sqrt{2}=\sqrt{5^2\times2}=\sqrt{50}$

(2) $3\sqrt{7}=\sqrt{3^2}\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$

(3) $4\sqrt{3}=\sqrt{4^2}\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{48}$

(4) $\dfrac{\sqrt{24}}{2}=\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{2^2}}=\sqrt{\dfrac{24}{2^2}}=\sqrt{6}$

(5) $\dfrac{\sqrt{150}}{5}=\dfrac{\sqrt{150}}{\sqrt{5^2}}=\sqrt{\dfrac{150}{5^2}}=\sqrt{6}$

(6) $\dfrac{2\sqrt{27}}{3}=\dfrac{\sqrt{2^2}\sqrt{27}}{\sqrt{3^2}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times27}{3^2}}=\sqrt{12}$

(7) $\dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{15}}=\dfrac{\sqrt{5^2}\sqrt{3}}{\sqrt{15}}=\sqrt{\dfrac{5^2\times3}{15}}=\sqrt{5}$

(8) $\dfrac{\sqrt{8}\sqrt{12}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{8}\sqrt{12}}{\sqrt{4^2}\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{8\times12}{4^2\times2}}=\sqrt{3}$

(9) $\dfrac{2\sqrt{45}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2^2}\sqrt{45}}{\sqrt{3^2}\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times45}{3^2\times2}}=\sqrt{10}$

57

解答　(1) $2\sqrt{10}$　(2) $3\sqrt{2}$　(3) $5\sqrt{3}$　(4) $4\sqrt{7}$　(5) $10\sqrt{6}$　(6) $6\sqrt{5}$
(7) $13\sqrt{3}$　(8) $9\sqrt{6}$　(9) $30\sqrt{7}$

解説

(1) $\sqrt{40}=\sqrt{2^2\times10}=\sqrt{2^2}\sqrt{10}=2\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{3^2}\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=\sqrt{5^2}\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{112}=\sqrt{4^2\times7}=\sqrt{4^2}\sqrt{7}=4\sqrt{7}$

(5) $\sqrt{600}=\sqrt{10^2\times6}=\sqrt{10^2}\sqrt{6}=10\sqrt{6}$

(6) $\sqrt{180}=\sqrt{6^2\times5}=\sqrt{6^2}\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

(7) $\sqrt{507}=\sqrt{13^2\times3}=\sqrt{13^2}\sqrt{3}=13\sqrt{3}$

(8) $\sqrt{486}=\sqrt{9^2\times6}=\sqrt{9^2}\sqrt{6}=9\sqrt{6}$

(9) $\sqrt{6300}=\sqrt{30^2\times7}=\sqrt{30^2}\sqrt{7}=30\sqrt{7}$

58

解答　(1) $6\sqrt{10}$　(2) $10\sqrt{21}$　(3) $6\sqrt{6}$　(4) $70\sqrt{6}$　(5) 30　(6) $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$
(7) $\dfrac{5}{6}$　(8) $2\sqrt{3}$

解説

(1) $\sqrt{8}\sqrt{45}=\sqrt{8\times45}$
$=\sqrt{2^3\times3^2\times5}$
$=\sqrt{2^2\times3^2\times2\times5}$
$=(2\times3)\sqrt{2\times5}$
$=6\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{28}\sqrt{75}=\sqrt{28\times75}$
$=\sqrt{2^2\times7\times5^2\times3}$
$=(2\times5)\sqrt{7\times3}$
$=10\sqrt{21}$

(3) $\sqrt{18}\sqrt{12}=\sqrt{18\times12}$
$=\sqrt{2\times3^2\times2^2\times3}$
$=\sqrt{2^2\times3^2\times2\times3}$
$=(2\times3)\sqrt{2\times3}$
$=6\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{20}\times\sqrt{21}\times\sqrt{70}=\sqrt{20\times21\times70}$
$=\sqrt{2^2\times5\times3\times7\times2\times5\times7}$
$=\sqrt{2^2\times5^2\times7^2\times2\times3}$
$=(2\times5\times7)\sqrt{2\times3}$
$=70\sqrt{6}$

(5) $\sqrt{35}\times\sqrt{12}\times\sqrt{\dfrac{15}{7}}=\sqrt{35\times12\times\dfrac{15}{7}}$
$=\sqrt{5\times12\times15}$
$=\sqrt{5\times2^2\times3\times3\times5}$
$=\sqrt{2^2\times3^2\times5^2}$
$=2\times3\times5$
$=30$

(6) $\sqrt{45}\div\sqrt{375}=\sqrt{\dfrac{45}{375}}$
$=\sqrt{\dfrac{3^2\times5}{3\times5^3}}$
$=\sqrt{\dfrac{3}{5^2}}$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$

(7) $\sqrt{125}\div\sqrt{180}=\sqrt{\dfrac{125}{180}}$
$=\sqrt{\dfrac{5^3}{2^2\times3^2\times5}}$
$=\sqrt{\dfrac{5^2}{2^2\times3^2}}$
$=\dfrac{5}{2\times3}$
$=\dfrac{5}{6}$

(8) $\sqrt{\dfrac{27}{2}}\times\sqrt{80}\div\sqrt{90}=\sqrt{\dfrac{27}{2}\times80\times\dfrac{1}{90}}$
$=\sqrt{3\times4}$
$=\sqrt{2^2\times3}$
$=2\sqrt{3}$

59

解答　(1) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　(2) $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$　(3) $\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$　(4) $\dfrac{3\sqrt{2}}{10}$　(5) $\dfrac{7\sqrt{5}}{10}$
(6) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$　(7) $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$　(8) $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

解説

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

(2) $\dfrac{5}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

(3) $\dfrac{3}{\sqrt{7}}=\dfrac{3\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$

(4) $\dfrac{3}{5\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{5\times2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{10}$

(5) $\dfrac{7}{2\sqrt{5}}=\dfrac{7\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{7\times\sqrt{5}}{2\times5}=\dfrac{7\sqrt{5}}{10}$

(6) $\dfrac{9}{4\sqrt{3}}=\dfrac{9\times\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{9\times\sqrt{3}}{4\times3}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

(7) $\dfrac{6}{\sqrt{75}}=\dfrac{6}{5\sqrt{3}}=\dfrac{6\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6\times\sqrt{3}}{5\times3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$

(8) $\dfrac{3}{\sqrt{24}}=\dfrac{3}{2\sqrt{6}}=\dfrac{3\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{3\times\sqrt{6}}{2\times6}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

60

解答　(1) $13\sqrt{3}$　(2) $5\sqrt{5}$　(3) $6\sqrt{7}$　(4) $3\sqrt{2}$　(5) $7\sqrt{6}$　(6) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

解説

(1) $5\sqrt{3}+8\sqrt{3}=(5+8)\sqrt{3}=13\sqrt{3}$

(2) $8\sqrt{5}-3\sqrt{5}=(8-3)\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

(3) $2\sqrt{7}+5\sqrt{7}-\sqrt{7}=(2+5-1)\sqrt{7}=6\sqrt{7}$

(4) $8\sqrt{2}-10\sqrt{2}+5\sqrt{2}=(8-10+5)\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(5) $-3\sqrt{6}+12\sqrt{6}-2\sqrt{6}=(-3+12-2)\sqrt{6}=7\sqrt{6}$

(6) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}+\dfrac{5\sqrt{2}}{6}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{5}{6}-\dfrac{1}{2}\right)\sqrt{2}=\dfrac{2+5-3}{6}\times\sqrt{2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

61

解答　(1) $4\sqrt{2}+11\sqrt{3}$　(2) $\sqrt{7}-4\sqrt{5}$　(3) $4\sqrt{7}+2\sqrt{2}$

(4)　$-10-4\sqrt{2}-2\sqrt{5}$　　(5)　$2\sqrt{5}+3\sqrt{6}$　　(6)　$2+10\sqrt{3}$

解説

(1)　$5\sqrt{2}+8\sqrt{3}-\sqrt{2}+3\sqrt{3}=(5-1)\sqrt{2}+(8+3)\sqrt{3}$
$=4\sqrt{2}+11\sqrt{3}$

(2)　$-2\sqrt{7}+8\sqrt{5}+3\sqrt{7}-12\sqrt{5}=(-2+3)\sqrt{7}+(8-12)\sqrt{5}$
$=\sqrt{7}-4\sqrt{5}$

(3)　$3\sqrt{7}-2\sqrt{2}-4\sqrt{7}+4\sqrt{2}+5\sqrt{7}=(3-4+5)\sqrt{7}+(-2+4)\sqrt{2}$
$=4\sqrt{7}+2\sqrt{2}$

(4)　$-9\sqrt{2}+1+5\sqrt{2}-7-2\sqrt{5}-4=(1-7-4)+(-9+5)\sqrt{2}-2\sqrt{5}$
$=-10-4\sqrt{2}-2\sqrt{5}$

(5)　$5\sqrt{5}-(-\sqrt{6})+(-2\sqrt{5})-\sqrt{5}+2\sqrt{6}=5\sqrt{5}+\sqrt{6}-2\sqrt{5}-\sqrt{5}+2\sqrt{6}$
$=(5-2-1)\sqrt{5}+(1+2)\sqrt{6}$
$=2\sqrt{5}+3\sqrt{6}$

(6)　$8\sqrt{3}-4+(-2\sqrt{3})-(-6)-(-4\sqrt{3})=8\sqrt{3}-4-2\sqrt{3}+6+4\sqrt{3}$
$=(-4+6)+(8-2+4)\sqrt{3}$
$=2+10\sqrt{3}$

62

解答　(1)　$8\sqrt{2}$　　(2)　$3\sqrt{3}$　　(3)　$-2\sqrt{5}$　　(4)　$\sqrt{5}$　　(5)　$\sqrt{2}$　　(6)　$-\sqrt{6}$
(7)　0　　(8)　$3\sqrt{7}$

解説

(1)　$\sqrt{8}+\sqrt{72}=2\sqrt{2}+6\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

(2)　$\sqrt{75}-\sqrt{12}=5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

(3)　$\sqrt{20}-\sqrt{80}=2\sqrt{5}-4\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$

(4)　$\sqrt{80}-\sqrt{180}+\sqrt{45}=4\sqrt{5}-6\sqrt{5}+3\sqrt{5}=\sqrt{5}$

(5)　$\sqrt{50}-\sqrt{98}+\sqrt{18}=5\sqrt{2}-7\sqrt{2}+3\sqrt{2}=\sqrt{2}$

(6)　$\sqrt{54}+\sqrt{24}-\sqrt{216}=3\sqrt{6}+2\sqrt{6}-6\sqrt{6}=-\sqrt{6}$

(7)　$-\sqrt{48}-(-\sqrt{108})-\sqrt{12}=-\sqrt{48}+\sqrt{108}-\sqrt{12}$
$=-4\sqrt{3}+6\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=0$

(8)　$\sqrt{28}-\sqrt{7}-(-\sqrt{175})+(-\sqrt{63})=\sqrt{28}-\sqrt{7}+\sqrt{175}-\sqrt{63}$
$=2\sqrt{7}-\sqrt{7}+5\sqrt{7}-3\sqrt{7}$
$=3\sqrt{7}$

63

解答　(1)　$\sqrt{3}$　　(2)　$5\sqrt{7}$　　(3)　$-\sqrt{2}$　　(4)　$\sqrt{3}$　　(5)　$\frac{27\sqrt{10}}{5}$　　(6)　$7\sqrt{3}$
(7)　$\frac{\sqrt{2}}{12}$　　(8)　$4\sqrt{2}$　　(9)　$-9\sqrt{3}$

解説

(1)　$\frac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{27}=\frac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-3\sqrt{3}$
$=\frac{12\sqrt{3}}{3}-3\sqrt{3}$
$=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}$
$=\sqrt{3}$

(2)　$\sqrt{63}+\frac{14}{\sqrt{7}}=3\sqrt{7}+\frac{14\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$
$=3\sqrt{7}+\frac{14\sqrt{7}}{7}$
$=3\sqrt{7}+2\sqrt{7}$
$=5\sqrt{7}$

(3)　$\sqrt{8}-\frac{6}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}-\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=2\sqrt{2}-\frac{6\sqrt{2}}{2}$
$=2\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$=-\sqrt{2}$

(4)　$\sqrt{54}\div\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\sqrt{\frac{54}{2}}-\sqrt{2\times6}$
$=\sqrt{27}-\sqrt{12}$
$=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=\sqrt{3}$

(5)　$\sqrt{12}\times\sqrt{30}-\sqrt{18}\div\sqrt{5}=\sqrt{12\times30}-\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{5}}$
$=6\sqrt{10}-\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$
$=6\sqrt{10}-\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$
$=6\sqrt{10}-\frac{3\sqrt{10}}{5}$
$=\left(6-\frac{3}{5}\right)\sqrt{10}$
$=\frac{27\sqrt{10}}{5}$

(6)　$\sqrt{12}-\frac{3}{\sqrt{3}}+2\sqrt{27}=2\sqrt{3}-\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+2\times3\sqrt{3}$
$=2\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{3}+6\sqrt{3}$
$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}+6\sqrt{3}$
$=7\sqrt{3}$

(7)　$\frac{6}{\sqrt{2}}-\frac{5}{2\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{50}}{3}=\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\frac{5\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\frac{5\sqrt{2}}{3}$
$=\frac{6\sqrt{2}}{2}-\frac{5\sqrt{2}}{4}-\frac{5\sqrt{2}}{3}$
$=\frac{36-15-20}{12}\times\sqrt{2}$
$=\frac{\sqrt{2}}{12}$

(8)　$6\sqrt{2}-2\sqrt{8}+\sqrt{50}-\frac{6}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}-2\times2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=6\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$=4\sqrt{2}$

(9)　$\sqrt{27}-\frac{3}{\sqrt{3}}-\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{2}}-\frac{18}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}-\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{5\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{18\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=3\sqrt{3}-\sqrt{3}-5\sqrt{3}-6\sqrt{3}$
$=-9\sqrt{3}$

64

解答　(1)　$6\sqrt{3}-\sqrt{6}$　　(2)　$5\sqrt{2}+10$　　(3)　$4\sqrt{21}-6$　　(4)　$6\sqrt{2}-6$
(5)　$2\sqrt{3}-2$　　(6)　$\sqrt{6}-1$　　(7)　$4\sqrt{2}-2\sqrt{5}$　　(8)　20

解説

(1)　$\sqrt{2}(\sqrt{54}-\sqrt{3})=\sqrt{2}\times\sqrt{54}-\sqrt{2}\times\sqrt{3}$
$=\sqrt{2\times54}-\sqrt{2\times3}$
$=6\sqrt{3}-\sqrt{6}$

(2)　$\sqrt{5}(\sqrt{10}+\sqrt{20})=\sqrt{5}\times\sqrt{10}+\sqrt{5}\times\sqrt{20}$
$=\sqrt{5\times10}+\sqrt{5\times20}$
$=5\sqrt{2}+10$

(3)　$2\sqrt{3}(\sqrt{28}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}\times\sqrt{28}-2\sqrt{3}\times\sqrt{3}$
$=2\sqrt{3\times28}-2\times3$
$=2\times2\sqrt{21}-6$
$=4\sqrt{21}-6$

(4)　$(\sqrt{6}-\sqrt{3})\times\sqrt{12}=\sqrt{6}\times\sqrt{12}-\sqrt{3}\times\sqrt{12}$
$=\sqrt{6\times12}-\sqrt{3\times12}$
$=6\sqrt{2}-6$

(5)　$(\sqrt{60}-\sqrt{20})\div\sqrt{5}=\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$
$=\sqrt{\frac{60}{5}}-\sqrt{\frac{20}{5}}$
$=\sqrt{12}-\sqrt{4}$
$=2\sqrt{3}-2$

(6)　$(\sqrt{18}-\sqrt{3})\div\sqrt{3}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$
$=\sqrt{\frac{18}{3}}-1$
$=\sqrt{6}-1$

(7)　$(\sqrt{24}-\sqrt{15})\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{24}\times2}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{15}\times2}{\sqrt{3}}$
$=\sqrt{\frac{24}{3}}\times2-\sqrt{\frac{15}{3}}\times2$
$=\sqrt{8}\times2-\sqrt{5}\times2$
$=4\sqrt{2}-2\sqrt{5}$

(8)　$\frac{6}{\sqrt{12}}\left(\sqrt{75}+\frac{15}{\sqrt{27}}\right)=\frac{6}{2\sqrt{3}}\left(5\sqrt{3}+\frac{15}{3\sqrt{3}}\right)$
$=\frac{3}{\sqrt{3}}\left(5\sqrt{3}+\frac{5}{\sqrt{3}}\right)$
$=15+5$
$=20$

65

解答　(1)　$12+2\sqrt{35}$　(2)　$9+6\sqrt{2}$　(3)　$9-2\sqrt{14}$　(4)　$22-12\sqrt{2}$
(5)　2　(6)　4　(7)　13　(8)　3

解説

(1)　$(\sqrt{5}+\sqrt{7})^2=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{7}+(\sqrt{7})^2$
$=5+2\sqrt{35}+7$
$=12+2\sqrt{35}$

(2)　$(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2=(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2$
$=3+2\sqrt{18}+6$
$=9+2\times3\sqrt{2}$
$=9+6\sqrt{2}$

(3)　$(\sqrt{2}-\sqrt{7})^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times\sqrt{7}+(\sqrt{7})^2$
$=2-2\sqrt{14}+7$
$=9-2\sqrt{14}$

(4)　$(3\sqrt{2}-2)^2=(3\sqrt{2})^2-2\times3\sqrt{2}\times2+2^2$
$=18-12\sqrt{2}+4$
$=22-12\sqrt{2}$

(5)　$(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2$
$=5-3$
$=2$

(6)　$(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}+\sqrt{6})=(\sqrt{10})^2-(\sqrt{6})^2$
$=10-6$
$=4$

(7)　$(4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})=4^2-(\sqrt{3})^2$
$=16-3$
$=13$

(8)　$(2\sqrt{2}-\sqrt{5})(2\sqrt{2}+\sqrt{5})=(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2$
$=8-5$
$=3$

66

解答　(1)　$3\sqrt{2}$　(2)　0　(3)　$4\sqrt{5}$　(4)　$10\sqrt{2}-8\sqrt{6}$　(5)　$-\sqrt{15}$
(6)　$-4\sqrt{3}$

解説

(1)　$\sqrt{12}+\sqrt{3}(\sqrt{6}-2)=2\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{6}-\sqrt{3}\times2$
$=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$
$=3\sqrt{2}$

(2)　$\sqrt{3}(\sqrt{2}-2)+\sqrt{6}(\sqrt{2}-1)=\sqrt{3}\sqrt{2}-\sqrt{3}\times2+\sqrt{6}\sqrt{2}-\sqrt{6}$
$=\sqrt{6}-2\sqrt{3}+\sqrt{12}-\sqrt{6}$
$=\sqrt{6}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}$
$=0$

(3)　$\sqrt{5}(2+\sqrt{10})-\sqrt{2}(5-\sqrt{10})=\sqrt{5}\times2+\sqrt{5}\sqrt{10}-\sqrt{2}\times5+\sqrt{2}\sqrt{10}$
$=2\sqrt{5}+\sqrt{50}-5\sqrt{2}+\sqrt{20}$
$=2\sqrt{5}+5\sqrt{2}-5\sqrt{2}+2\sqrt{5}$
$=4\sqrt{5}$

(4)　$\sqrt{32}-\sqrt{150}+\sqrt{18}(2-\sqrt{3})=\sqrt{32}-\sqrt{150}+\sqrt{18}\times2-\sqrt{18}\sqrt{3}$
$=4\sqrt{2}-5\sqrt{6}+3\sqrt{2}\times2-3\sqrt{2}\times\sqrt{3}$
$=4\sqrt{2}-5\sqrt{6}+6\sqrt{2}-3\sqrt{6}$
$=10\sqrt{2}-8\sqrt{6}$

(5)　$\sqrt{5}(2\sqrt{3}-3)-\sqrt{45}(\sqrt{3}-1)=\sqrt{5}\times2\sqrt{3}-\sqrt{5}\times3-\sqrt{45}\sqrt{3}+\sqrt{45}$
$=2\sqrt{15}-3\sqrt{5}-3\sqrt{5}\times\sqrt{3}+3\sqrt{5}$
$=2\sqrt{15}-3\sqrt{5}-3\sqrt{15}+3\sqrt{5}$
$=-\sqrt{15}$

(6)　$\sqrt{6}(5\sqrt{2}-\sqrt{18})-\dfrac{24}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}(5\sqrt{2}-3\sqrt{2})-\dfrac{24\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\sqrt{6}\times2\sqrt{2}-\dfrac{24\sqrt{3}}{3}$
$=2\sqrt{12}-8\sqrt{3}$
$=4\sqrt{3}-8\sqrt{3}$
$=-4\sqrt{3}$

67

解答　(1)　$\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{5}}{6}$　(2)　$\sqrt{3}-1$　(3)　$3(\sqrt{7}+\sqrt{3})$　(4)　$\dfrac{9-2\sqrt{14}}{5}$
(5)　$\dfrac{3\sqrt{3}+1}{13}$　(6)　$3\sqrt{6}-7$

解説

(1)　$\dfrac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{5}}=\dfrac{1\times(\sqrt{11}-\sqrt{5})}{(\sqrt{11}+\sqrt{5})(\sqrt{11}-\sqrt{5})}$
$=\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{5}}{11-5}$
$=\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{5}}{6}$

(2)　$\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{2\times(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$
$=\dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1}$
$=\dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{2}$
$=\sqrt{3}-1$

(3)　$\dfrac{12}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\dfrac{12\times(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$
$=\dfrac{12(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3}$
$=\dfrac{12(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4}$
$=3(\sqrt{7}+\sqrt{3})$

(4)　$\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})}$
$=\dfrac{7-2\sqrt{7}\sqrt{2}+2}{7-2}$
$=\dfrac{9-2\sqrt{14}}{5}$

(5)　$\dfrac{\sqrt{3}-1}{5-2\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{3}-1)(5+2\sqrt{3})}{(5-2\sqrt{3})(5+2\sqrt{3})}$
$=\dfrac{5\sqrt{3}+6-5-2\sqrt{3}}{25-12}$
$=\dfrac{3\sqrt{3}+1}{13}$

(6)　$\dfrac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{(2\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$=\dfrac{2\sqrt{6}-4-3+\sqrt{6}}{3-2}$
$=3\sqrt{6}-7$

68

解答　(1)　①　28　②　36　③　$\sqrt{21}$　(2)　①　$8\sqrt{3}$　②　16　③　-12

解説

(1)　①　$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$
$=\{(\sqrt{7}+\sqrt{3})+(\sqrt{7}-\sqrt{3})\}^2$
$=(2\sqrt{7})^2$
$=28$

②　$3x^2-6xy+3y^2=3(x^2-2xy+y^2)$
$=3(x-y)^2$
$=3\{(\sqrt{7}+\sqrt{3})-(\sqrt{7}-\sqrt{3})\}^2$
$=3\times(2\sqrt{3})^2$
$=36$

③　$\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{4}y^2=\dfrac{1}{4}(x^2-y^2)$
$=\dfrac{1}{4}(x+y)(x-y)$
$=\dfrac{1}{4}\{(\sqrt{7}+\sqrt{3})+(\sqrt{7}-\sqrt{3})\}\{(\sqrt{7}+\sqrt{3})-(\sqrt{7}-\sqrt{3})\}$
$=\dfrac{1}{4}\times2\sqrt{7}\times2\sqrt{3}$
$=\sqrt{21}$

(2)　①　$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=\{(\sqrt{3}+2)+(\sqrt{3}-2)\}\{(\sqrt{3}+2)-(\sqrt{3}-2)\}$
$=2\sqrt{3}\times4$
$=8\sqrt{3}$

②　$x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$
$=\{(\sqrt{3}+2)-(\sqrt{3}-2)\}^2$
$=4^2$
$=16$

③　$x^3y+2x^2y^2+xy^3=xy(x^2+2xy+y^2)$
$=xy(x+y)^2$
$=(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)\{(\sqrt{3}+2)+(\sqrt{3}-2)\}^2$
$=(3-4)\times(2\sqrt{3})^2$

$=-12$

69

解答　(1)　14　　(2)　66　　(3)　22

解説

(1)　$x+y=(\sqrt{5}+\sqrt{2})+(\sqrt{5}-\sqrt{2})=2\sqrt{5}$

$xy=(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=5-2=3$

このとき　$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=(2\sqrt{5})^2-2\times3$

$=20-6$

$=14$

(2)　$x+y=(3-\sqrt{2})+(3+\sqrt{2})=6$

$xy=(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})=9-2=7$

このとき　$3x^2+3y^2=3(x^2+y^2)$

$=3\{(x+y)^2-2xy\}$

$=3(6^2-2\times7)$

$=3\times22$

$=66$

(3)　$x+y=(\sqrt{6}+\sqrt{5})+(\sqrt{6}-\sqrt{5})=2\sqrt{6}$

$xy=(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})=6-5=1$

このとき　$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{y^2+x^2}{xy}$

$=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}$

$=\dfrac{(2\sqrt{6})^2-2}{1}$

$=24-2$

$=22$

70

解答　(1)　17，18，19，20，21，22，23，24　　(2)　7，8，9，10，11，12

(3)　1，2，3，4　　(4)　15，16，17

解説

(1)　$4=\sqrt{16}$，$5=\sqrt{25}$ であるから

$\sqrt{16}<\sqrt{a}<\sqrt{25}$

したがって　$16<a<25$　　答　17，18，19，20，21，22，23，24

(2)　$2.5=\sqrt{6.25}$，$3.5=\sqrt{12.25}$ であるから

$\sqrt{6.25}<\sqrt{x}<\sqrt{12.25}$

したがって　$6.25<x<12.25$　　答　7，8，9，10，11，12

(3)　$1=\sqrt{1}$，$3=\sqrt{9}$ であるから

$\sqrt{1}<\sqrt{2n}<\sqrt{9}$

したがって　$1<2n<9$

すなわち　$\dfrac{1}{2}<n<\dfrac{9}{2}$　　答　1，2，3，4

(4)　$-3=-\sqrt{9}$，$-\dfrac{8}{3}=-\sqrt{\dfrac{64}{9}}$ であるから

$-\sqrt{9}<-\sqrt{\dfrac{k}{2}}<-\sqrt{\dfrac{64}{9}}$

よって　$\sqrt{\dfrac{64}{9}}<\sqrt{\dfrac{k}{2}}<\sqrt{9}$

したがって　$\dfrac{64}{9}<\dfrac{k}{2}<9$

すなわち　$\dfrac{128}{9}<k<18$　　答　15，16，17

71

解答　(1)　35　　(2)　30　　(3)　252　　(4)　245

解説

(1)　$\sqrt{140a}=\sqrt{2^2\times5\times7\times a}$ である。

$\sqrt{140a}$ が自然数となるのは，$140a$ が自然数の２乗の形になるときである。

よって，求める a の値は　$a=5\times7=35$

(2)　$\sqrt{270x}=\sqrt{2\times3^3\times5\times x}$ である。

$\sqrt{270x}$ が自然数となるのは，$270x$ が自然数の２乗の形になるときである。

よって，求める x の値は　$x=2\times3\times5=30$

(3)　$\sqrt{\dfrac{1008}{n}}=\sqrt{\dfrac{2^4\times3^2\times7}{n}}$ である。

$\sqrt{\dfrac{1008}{n}}$ が自然数となるのは，$\dfrac{1008}{n}$ が自然数の２乗の形になるときである。

よって，求める n の値は　$n=2^2\times3^2\times7=252$

(4)　$\sqrt{\dfrac{6125}{k}}=\sqrt{\dfrac{5^3\times7^2}{k}}$ である。

$\sqrt{\dfrac{6125}{k}}$ が自然数となるのは，$\dfrac{6125}{k}$ が自然数の２乗の形になるときである。

よって，求める k の値は　$k=5\times7^2=245$

72

解答　(1)　整数部分 2，小数部分 0.08　　(2)　整数部分 12，小数部分 0.4

(3)　整数部分 6，小数部分 0.38　　(4)　整数部分 3，小数部分 $\dfrac{2}{35}$

(5)　整数部分 2，小数部分 $\sqrt{7}-2$　　(6)　整数部分 3，小数部分 $\sqrt{3}-1$

解説

(1)　整数部分は　2，小数部分は　0.08

(2)　$5.9+6.5=12.4$ であるから

整数部分は　12，小数部分は　0.4

(3)　$12.06-5.68=6.38$ であるから

整数部分は　6，小数部分は　0.38

(4)　$\dfrac{11}{5}+\dfrac{6}{7}=\dfrac{77}{35}+\dfrac{30}{35}=\dfrac{107}{35}=3+\dfrac{2}{35}$ であるから

整数部分は　3，小数部分は　$\dfrac{2}{35}$

(5)　$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$ であるから　$2<\sqrt{7}<3$

よって，整数部分は　2，小数部分は　$\sqrt{7}-2$

(6)　$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$ であるから　$1<\sqrt{3}<2$

よって　$3<2+\sqrt{3}<4$

したがって，整数部分は　3，小数部分は　$(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$

73

解答　(1)　$5-2\sqrt{3}$　　(2)　$32-6\sqrt{14}$　　(3)　$-12+12\sqrt{3}$　　(4)　$-180+80\sqrt{6}$

解説

(1)　$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$ であるから　$1<\sqrt{3}<2$

よって　$a=1$，　$b=\sqrt{3}-1$

ゆえに　$a^2+b^2=1^2+(\sqrt{3}-1)^2$

$=1+(3-2\sqrt{3}+1)$

$=5-2\sqrt{3}$

(2)　$\sqrt{9}<\sqrt{14}<\sqrt{16}$ であるから　$3<\sqrt{14}<4$

よって　$a=3$，　$b=\sqrt{14}-3$

ゆえに　$a^2+b^2=3^2+(\sqrt{14}-3)^2$

$=9+(14-6\sqrt{14}+9)$

$=32-6\sqrt{14}$

(3)　$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$ であるから　$3<\sqrt{12}<4$

よって　$a=3$，　$b=\sqrt{12}-3$

ゆえに　$a^2-b^2=3^2-(\sqrt{12}-3)^2$

$=9-(12-6\sqrt{12}+9)$

$=-12+6\sqrt{12}$

$=-12+12\sqrt{3}$

(4)　$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$ であるから　$2<\sqrt{6}<3$

よって　$a=2$，　$b=\sqrt{6}-2$

ゆえに　$a^4-b^4=(a^2+b^2)(a^2-b^2)$

$=\{2^2+(\sqrt{6}-2)^2\}\{2^2-(\sqrt{6}-2)^2\}$

$=\{4+(6-4\sqrt{6}+4)\}\{4-(6-4\sqrt{6}+4)\}$

$=(14-4\sqrt{6})(-6+4\sqrt{6})$

$=-84+56\sqrt{6}+24\sqrt{6}-96$

$=-180+80\sqrt{6}$

74

解答　(1)　$5\sqrt{3}$　　(2)　$-2\sqrt{2}$　　(3)　$4+\sqrt{2}$　　(4)　$\sqrt{3}$　　(5)　$\sqrt{3}$　　(6)　$\sqrt{2}$

(7)　$3-3\sqrt{3}$　　(8)　12　　(9)　$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　(10)　$4\sqrt{6}$

解説

(1)　$\sqrt{6}+\sqrt{27}-\dfrac{\sqrt{18}-6}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}+3\sqrt{3}-\dfrac{(\sqrt{18}-6)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\sqrt{6}+3\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{54}-6\sqrt{3}}{3}$

$=\sqrt{6}+3\sqrt{3}-\dfrac{3\sqrt{6}-6\sqrt{3}}{3}$

$=\sqrt{6}+3\sqrt{3}-\sqrt{6}+2\sqrt{3}$

$=5\sqrt{3}$

(2)　$\sqrt{2}-\sqrt{3}(\sqrt{6}-2)-\dfrac{6}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}-\sqrt{18}+2\sqrt{3}-\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\dfrac{6\sqrt{3}}{3}$

$=\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=-2\sqrt{2}$

(3) $\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{6}}+\dfrac{\sqrt{72}}{3}(\sqrt{2}-1)=\dfrac{6\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}+\dfrac{6\sqrt{2}}{3}(\sqrt{2}-1)$

$=\dfrac{6\sqrt{18}}{6}+2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$

$=\sqrt{18}+2\times2-2\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}+4-2\sqrt{2}$

$=4+\sqrt{2}$

(4) $\dfrac{\sqrt{45}-\sqrt{27}}{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\dfrac{3\sqrt{5}-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{3(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{3}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{3}$

(5) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{8}}-\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{15}}{\sqrt{20}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}+\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}}-\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}+\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{20}}$

$=\sqrt{\dfrac{2}{8}}+\sqrt{\dfrac{6}{8}}-\sqrt{\dfrac{5}{20}}+\sqrt{\dfrac{15}{20}}$

$=\sqrt{\dfrac{1}{4}}+\sqrt{\dfrac{3}{4}}-\sqrt{\dfrac{1}{4}}+\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

$=2\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

$=\sqrt{3}$

(6) $\dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{10}+3)}{5}-\dfrac{3+\sqrt{20}}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{10}+3)}{5}-\dfrac{(3+\sqrt{20})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}+\sqrt{\dfrac{8}{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{50}+3\sqrt{5}}{5}-\dfrac{3\sqrt{5}+\sqrt{100}}{5}+\sqrt{4}$

$=\dfrac{\sqrt{50}-\sqrt{100}}{5}+\sqrt{4}$

$=\dfrac{5\sqrt{2}-10}{5}+2$

$=\sqrt{2}-2+2$

$=\sqrt{2}$

(7) $\sqrt{54}\left(\sqrt{3}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)+\dfrac{\sqrt{18}-18}{\sqrt{2}}=3\sqrt{6}\left(\sqrt{3}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)+\dfrac{(\sqrt{18}-18)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=3\sqrt{18}-\dfrac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{36}-18\sqrt{2}}{2}$

$=3\times3\sqrt{2}-3\sqrt{\dfrac{6}{2}}+\dfrac{6-18\sqrt{2}}{2}$

$=9\sqrt{2}-3\sqrt{3}+3-9\sqrt{2}$

$=3-3\sqrt{3}$

(8) $\dfrac{12}{\sqrt{3}}-2\sqrt{5}\times\sqrt{15}+(\sqrt{3}+3)^2=\dfrac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-2\sqrt{5\times15}+(3+6\sqrt{3}+9)$

$=\dfrac{12\sqrt{3}}{3}-2\times5\sqrt{3}+12+6\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}-10\sqrt{3}+12+6\sqrt{3}$

$=12$

(9) $(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})+\dfrac{1}{\sqrt{12}}(1-\sqrt{3})^2=3^2-(2\sqrt{2})^2+\dfrac{1}{2\sqrt{3}}(1-2\sqrt{3}+3)$

$=9-8+\dfrac{1}{2\sqrt{3}}(4-2\sqrt{3})$

$=1+\dfrac{4}{2\sqrt{3}}-\dfrac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

$=1+\dfrac{2}{\sqrt{3}}-1$

$=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

(10) $(\sqrt{2}+2\sqrt{3})(\sqrt{12}-\sqrt{2})-\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-2\right)^2$

$=(\sqrt{2}+2\sqrt{3})(2\sqrt{3}-\sqrt{2})-\left(\dfrac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-2\right)^2$

$=(2\sqrt{3}+\sqrt{2})(2\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{6}-2)^2$

$=(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2-(6-4\sqrt{6}+4)$

$=12-2-10+4\sqrt{6}$

$=4\sqrt{6}$

75

解答　(1)　$20\sqrt{2}$　(2)　$8\sqrt{3}+8\sqrt{6}$　(3)　$5-4\sqrt{3}$　(4)　$2+2\sqrt{3}$　(5)　-19

解説

(1) $(5+\sqrt{2})^2-(\sqrt{2}-5)^2=\{(5+\sqrt{2})+(\sqrt{2}-5)\}\{(5+\sqrt{2})-(\sqrt{2}-5)\}$

$=2\sqrt{2}\times10$

$=20\sqrt{2}$

(2) $(\sqrt{3}+2+\sqrt{6})^2-(\sqrt{3}-2+\sqrt{6})^2$

$=\{(\sqrt{3}+2+\sqrt{6})+(\sqrt{3}-2+\sqrt{6})\}\{(\sqrt{3}+2+\sqrt{6})-(\sqrt{3}-2+\sqrt{6})\}$

$=\{2(\sqrt{3}+\sqrt{6})\}\times4$

$=8\sqrt{3}+8\sqrt{6}$

(3) $(\sqrt{2}-\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{3})=\{(\sqrt{2}-\sqrt{6})-\sqrt{3}\}\{(\sqrt{2}-\sqrt{6})+\sqrt{3}\}$

$=(\sqrt{2}-\sqrt{6})^2-(\sqrt{3})^2$

$=2-2\sqrt{12}+6-3$

$=5-4\sqrt{3}$

(4) $(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)=\{(\sqrt{3}+1)+\sqrt{2}\}\{(\sqrt{3}+1)-\sqrt{2}\}$

$=(\sqrt{3}+1)^2-(\sqrt{2})^2$

$=3+2\sqrt{3}+1-2$

$=2+2\sqrt{3}$

(5) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(5+\sqrt{6})(\sqrt{2}+\sqrt{3})(-5+\sqrt{6})$

$=(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{6}+5)(\sqrt{6}-5)$

$=\{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2\}\{(\sqrt{6})^2-5^2\}$

$=(3-2)(6-25)$

$=-19$

76

解答　(1)　$-\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$　(2)　9　(3)　$\dfrac{7}{9}$

解説

(1) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{3}}\right)\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{3}}\right)$

$=\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{-2}{\sqrt{3}}$

$=-\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$

(2) $x^2+y^2-6xy=(x+y)^2-8xy$

$=\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}+\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2-8\times\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\times\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

$=1^2-2\times(1+\sqrt{5})\times(1-\sqrt{5})$

$=1-2\times(1-5)$

$=9$

(3) $x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy$

$=\left(\dfrac{\sqrt{2}-1}{3}+\dfrac{\sqrt{2}+1}{3}\right)^2-\dfrac{\sqrt{2}-1}{3}\times\dfrac{\sqrt{2}+1}{3}$

$=\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2-\dfrac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{9}$

$=\dfrac{8}{9}-\dfrac{2-1}{9}$

$=\dfrac{7}{9}$

77

解答　(1)　-13　(2)　11

解説

(1) $x=4+\sqrt{3}$ より　$x-4=\sqrt{3}$

両辺を２乗すると　$(x-4)^2=(\sqrt{3})^2$

すなわち　$x^2-8x+16=3$

したがって　$x^2-8x=-13$

別解　$x^2-8x=x(x-8)$

$=(4+\sqrt{3})\times\{(4+\sqrt{3})-8\}$

$=(4+\sqrt{3})\times(-4+\sqrt{3})$

$=(\sqrt{3}+4)\times(\sqrt{3}-4)$

$=(\sqrt{3})^2-4^2$

$=3-16$

$=-13$

(2) $x=\dfrac{1-3\sqrt{5}}{2}$ より　$2x-1=-3\sqrt{5}$

両辺を２乗すると　$(2x-1)^2=(-3\sqrt{5})^2$

すなわち　$4x^2-4x+1=45$

よって　$4x^2-4x=44$

したがって　　$x^2-x=11$

別解　$x^2-x=x(x-1)$

$$=\frac{1-3\sqrt{5}}{2}\times\left(\frac{1-3\sqrt{5}}{2}-1\right)$$

$$=\frac{1-3\sqrt{5}}{2}\times\frac{-1-3\sqrt{5}}{2}$$

$$=-\left(\frac{1-3\sqrt{5}}{2}\times\frac{1+3\sqrt{5}}{2}\right)$$

$$=-\frac{1^2-(3\sqrt{5})^2}{4}$$

$$=-\frac{1-45}{4}$$

$$=11$$

78

解答　(1)　$18-4\sqrt{7}$　　(2)　$1-\sqrt{2}$

解説

(1)　$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$ であるから　　$2<\sqrt{7}<3$

よって　　$a=2$,　$b=\sqrt{7}-2$

このとき　　$a^2+2ab+2b^2=(a+b)^2+b^2$

$$=(\sqrt{7})^2+(\sqrt{7}-2)^2$$

$$=7+7-4\sqrt{7}+4$$

$$=18-4\sqrt{7}$$

(2)　$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$ であるから　　$1<\sqrt{2}<2$

よって　　$-2<-\sqrt{2}<-1$

ゆえに　　$1<3-\sqrt{2}<2$

したがって　$a=1$,　$b=(3-\sqrt{2})-1=2-\sqrt{2}$

よって　　$a+\dfrac{8}{b^2-6}=1+\dfrac{8}{(2-\sqrt{2})^2-6}$

$$=1+\frac{8}{4-4\sqrt{2}+2-6}$$

$$=1+\frac{8}{-4\sqrt{2}}$$

$$=1-\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$=1-\sqrt{2}$$

79

解答　(1)　21 個　　(2)　5，14，21，26，29，30　　(3)　2，11

解説

(1)　整数部分が 10 となる数は，10 以上 11 未満の数である。

よって　　$10\leqq\sqrt{k}<11$

すなわち　　$\sqrt{100}\leqq\sqrt{k}<\sqrt{121}$

したがって　$100\leqq k<121$

これを満たす整数 k の個数は　21 個

(2)　$30-a$ が 0 以上の整数の 2 乗で表される数と等しくなるとき，$\sqrt{30-a}$ は整数となる。

また，根号の中の数は 0 以上であるから

$30-a\geqq0$　すなわち　$a\leqq30$

よって，$30-a$ の値が 0，1，4，9，16，25 のいずれかになればよい。

したがって，求める a の値は　　5，14，21，26，29，30

(3)　根号の中の数は 0 より大きくなくてはならないから　　$168-12n>0$

よって　　$n<14$

$168-12n=12(14-n)=2^2\times3\times(14-n)$

であるから，$\sqrt{168-12n}$ が自然数となるためには，$n<14$ であることを考えて

$14-n=3$　または　$14-n=3\times2^2$

すなわち　　$n=11$　または　$n=2$

したがって　　$n=2$，11

80

解答　(1)　$2.\dot{3}$　　(2)　$0.\dot{5}$　　(3)　$1.1\dot{6}$　　(4)　$0.\dot{4}\dot{5}$　　(5)　$1.\dot{6}\dot{8}1$　　(6)　$3.\dot{1}42857\dot{1}$

解説

(1)　$\dfrac{7}{3}=2.333\cdots\cdots=2.\dot{3}$

(2)　$\dfrac{5}{9}=0.555\cdots\cdots=0.\dot{5}$

(3)　$\dfrac{7}{6}=1.1666\cdots\cdots=1.1\dot{6}$

(4)　$\dfrac{5}{11}=0.454545\cdots\cdots=0.\dot{4}\dot{5}$

(5)　$\dfrac{37}{22}=1.6818181\cdots\cdots=1.\dot{6}8\dot{1}$

(6)　$\dfrac{22}{7}=3.142857142857\cdots\cdots=3.\dot{1}42857\dot{1}$

81

解答　(1)　$\dfrac{8}{9}$　　(2)　$\dfrac{16}{3}$　　(3)　$\dfrac{79}{99}$　　(4)　$\dfrac{115}{333}$　　(5)　$\dfrac{179}{45}$　　(6)　$\dfrac{437}{110}$

解説

(1)　$0.\dot{8}=x$ とおくと　　$x=0.888\cdots\cdots$　①

$10x=8.888\cdots\cdots$　②

②−① より　　$9x=8$

よって　　$x=\dfrac{8}{9}$　　答　$\dfrac{8}{9}$

(2)　$5.\dot{3}=x$ とおくと　　$x=5.333\cdots\cdots$　①

$10x=53.333\cdots\cdots$　②

②−① より　　$9x=48$

よって　　$x=\dfrac{48}{9}=\dfrac{16}{3}$　　答　$\dfrac{16}{3}$

(3)　$0.\dot{7}\dot{9}=x$ とおくと　　$x=0.7979\cdots\cdots$　①

$100x=79.7979\cdots\cdots$　②

②−① より　　$99x=79$

よって　　$x=\dfrac{79}{99}$　　答　$\dfrac{79}{99}$

(4)　$0.\dot{3}4\dot{5}=x$ とおくと　　$x=0.3453453\cdots\cdots$　①

$1000x=345.3453453\cdots\cdots$　②

②−① より　　$999x=345$

よって　　$x=\dfrac{345}{999}=\dfrac{115}{333}$　　答　$\dfrac{115}{333}$

(5)　$3.9\dot{7}=x$ とおくと　　$x=3.9777\cdots\cdots$

$10x=39.777\cdots\cdots$　①

$100x=397.777\cdots\cdots$　②

②−① より　　$90x=358$

よって　　$x=\dfrac{358}{90}=\dfrac{179}{45}$　　答　$\dfrac{179}{45}$

(6)　$3.9\dot{7}\dot{2}=x$ とおくと　　$x=3.9727272\cdots\cdots$

$10x=39.727272\cdots\cdots$　①

$1000x=3972.727272\cdots\cdots$　②

②−① より　　$990x=3933$

よって　　$x=\dfrac{3933}{990}=\dfrac{437}{110}$　　答　$\dfrac{437}{110}$

82

解答　(1)　$4.\dot{7}$　　(2)　$0.6\dot{7}$　　(3)　$0.5\dot{0}$　　(4)　$0.1\dot{4}\dot{8}$　　(5)　$0.49\dot{0}$　　(6)　$26.1\dot{8}$

解説

(1)　$1.\dot{2}+3.\dot{5}=\dfrac{11}{9}+\dfrac{32}{9}=\dfrac{43}{9}=4.777\cdots\cdots=4.\dot{7}$

(2)　$0.2\dot{5}+0.4\dot{2}=\dfrac{23}{90}+\dfrac{38}{90}=\dfrac{61}{90}=0.6777\cdots\cdots=0.6\dot{7}$

(3)　$0.\dot{1}\dot{8}\times2.\dot{7}=\dfrac{18}{99}\times\dfrac{25}{9}=\dfrac{50}{99}=0.5050\cdots\cdots=0.\dot{5}\dot{0}$

(4)　$0.2\dot{4}\times0.\dot{6}\dot{0}=\dfrac{22}{90}\times\dfrac{60}{99}=\dfrac{4}{27}=0.148148\cdots\cdots=0.\dot{1}4\dot{8}$

(5)　$1.\dot{6}\dot{3}\div3.\dot{3}=\dfrac{162}{99}\div\dfrac{30}{9}=\dfrac{162}{99}\times\dfrac{9}{30}=\dfrac{27}{55}$

$=0.49090\cdots\cdots=0.49\dot{0}$

(6)　$1.\dot{4}\dot{5}\div0.0\dot{5}=\dfrac{144}{99}\div\dfrac{5}{90}=\dfrac{144}{99}\times\dfrac{90}{5}=\dfrac{288}{11}$

$=26.1818\cdots\cdots=26.\dot{1}\dot{8}$

83

解答　(1)　$\dfrac{21}{3}$，$\sqrt{9}$，$(\sqrt{5})^2$　　(2)　-3，0，$\dfrac{21}{3}$，$\sqrt{9}$，$(\sqrt{5})^2$

(3)　-3，0，$\dfrac{21}{3}$，$\dfrac{5}{4}$，$-\dfrac{9}{16}$，$\sqrt{9}$，$(\sqrt{5})^2$　　(4)　$-\sqrt{3}$，$\dfrac{2}{\sqrt{2}}$，π

解説

$\dfrac{21}{3}=7$,　$\sqrt{9}=3$,　$\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,　$(\sqrt{5})^2=5$

(1)　$\dfrac{21}{3}$，$\sqrt{9}$，$(\sqrt{5})^2$

(2)　-3，0，$\dfrac{21}{3}$，$\sqrt{9}$，$(\sqrt{5})^2$

(3)　-3，0，$\dfrac{21}{3}$，$\dfrac{5}{4}$，$-\dfrac{9}{16}$，$\sqrt{9}$，$(\sqrt{5})^2$

(4)　$-\sqrt{3}$，$\dfrac{2}{\sqrt{2}}$，π

84

解答　$\frac{1}{2}$

解説

有理数は　$\frac{1}{2}$，0，1，$0.\dot{3}\left(=\frac{1}{3}\right)$

$0<0.\dot{3}<\frac{1}{2}<1$ であるから，3 番目に小さいものは　$\frac{1}{2}$

85

解答　（一例）(1)　0 と $\sqrt{2}$　　(2)　$\sqrt{2}$ と $\sqrt{8}$

解説

（一例をあげる）

(1)　有理数を 0，無理数を $\sqrt{2}$ とすると，積は

$0\times\sqrt{2}=0$　　…… 有理数

(2)　2 つの無理数を $\sqrt{2}$，$\sqrt{8}$ とすると，積は

$\sqrt{2}\times\sqrt{8}=\sqrt{16}=4$　…… 有理数