

1

(1) 全体集合 U を $U = \{x \mid x \text{ は } 20 \text{ 以下の自然数}\}$ とし、次の部分集合 A, B, C を考える。

$$A = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } 20 \text{ の約数}\}$$

$$B = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$$

$$C = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は偶数}\}$$

集合 A の補集合を $\overline{A}$ と表し、空集合を $\emptyset$ と表す。

次の に当てはまるものを、下の ①～④ のうちから一つ選べ。

集合の関係

(a) $A \subset C$

(b) $A \cap B = \emptyset$

の正誤の組合せとして正しいものは である。

	①	②	③	④
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤

次の に当てはまるものを、下の ①～④ のうちから一つ選べ。

集合の関係

(c) $(A \cup C) \cap B = \{6, 12, 18\}$

(d) $(\overline{A} \cap C) \cup B = \overline{A} \cap (B \cup C)$

の正誤の組合せとして正しいものは である。

	①	②	③	④
(c)	正	正	誤	誤
(d)	正	誤	正	誤

(2) 実数 x に関する次の条件 p, q, r, s を考える。

$$p: |x-2| > 2, \quad q: x < 0, \quad r: x > 4, \quad s: \sqrt{x^2} > 4$$

次の , に当てはまるものを、下の ①～④ のうちからそれぞれ一つ選べ。

ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

q または r であることは、 p であるための 。また、 s は r であるための 。

① 必要条件であるが、十分条件ではない

② 十分条件であるが、必要条件ではない

③ 必要十分条件である

③ 必要条件でも十分条件でもない

2

a を正の実数とし $f(x) = ax^2 - 2(a+3)x - 3a + 21$ とする。

2 次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の x 座標を p とおくと $p = \boxed{\text{ア}} + \frac{\boxed{\text{イ}}}{a}$ である。

(1) $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるような a の値の範囲は

$0 < a \leq \boxed{\text{ウ}}$ である。

また、 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるような a の値の範囲は

$\boxed{\text{エ}} \leq a$ である。

したがって、 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が 1 であるのは

$a = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ または $a = \frac{\boxed{\text{キ}} + \sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ のときである。

(2) 関数 $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるのは

$0 < a < \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ または $\boxed{\text{ス}} < a$ のときである。

この二つの交点の間の距離を L とする。 $2 < L < 4$ となるような a の値の範囲は

$\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} < a < \frac{\boxed{\text{タ}} - \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}, \frac{\boxed{\text{ト}} + \sqrt{\boxed{\text{ナニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}} < a$ である。

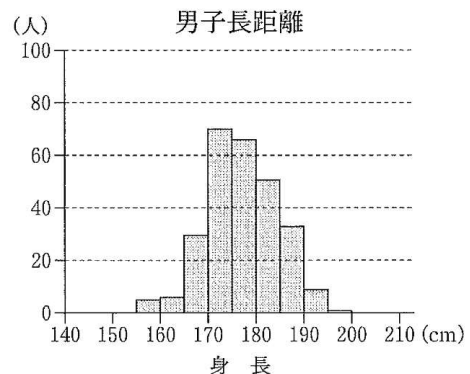
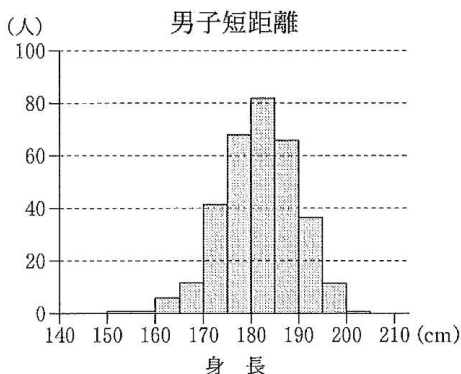
ある陸上競技大会に出場した選手の身長(単位は cm)と体重(単位は kg)のデータが得られた。男子短距離、男子長距離、女子短距離、女子長距離の四つのグループに分けると、それぞれのグループの選手数は、男子短距離が 328 人、男子長距離が 271 人、女子短距離が 319 人、女子長距離が 263 人である。

(1) 次の図 1 および図 2 は、男子短距離、男子長距離、女子短距離、女子長距離の四つのグループにおける、身長の高さのヒストグラムおよび箱ひげ図である。

次の , に当てはまるものを、下の ①～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

図 1 および図 2 から読み取れる内容として正しいものは、, である。

- ① 四つのグループのうちで範囲が最も大きいのは、女子短距離グループである。
- ② 四つのグループのすべてにおいて、四分位範囲は 12 未満である。
- ③ 男子長距離グループのヒストグラムでは、度数最大の階級に中央値が入っている。
- ④ 女子長距離グループのヒストグラムでは、度数最大の階級に第 1 四分位数が入っている。
- ⑤ すべての選手の中で最も身長の高い選手は、男子長距離グループの中にいる。
- ⑥ すべての選手の中で最も身長の低い選手は、女子長距離グループの中にいる。
- ⑦ 男子短距離グループの中央値と男子長距離グループの第 3 四分位数は、ともに 180 以上 182 未満である。



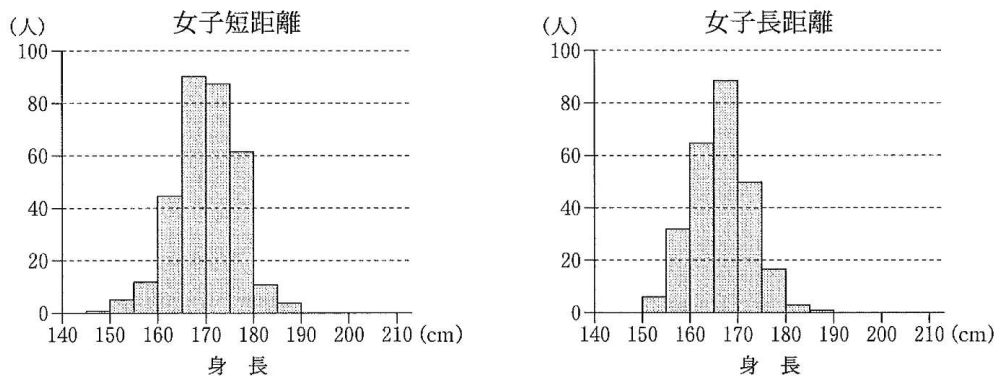


図1 身長ヒストグラム

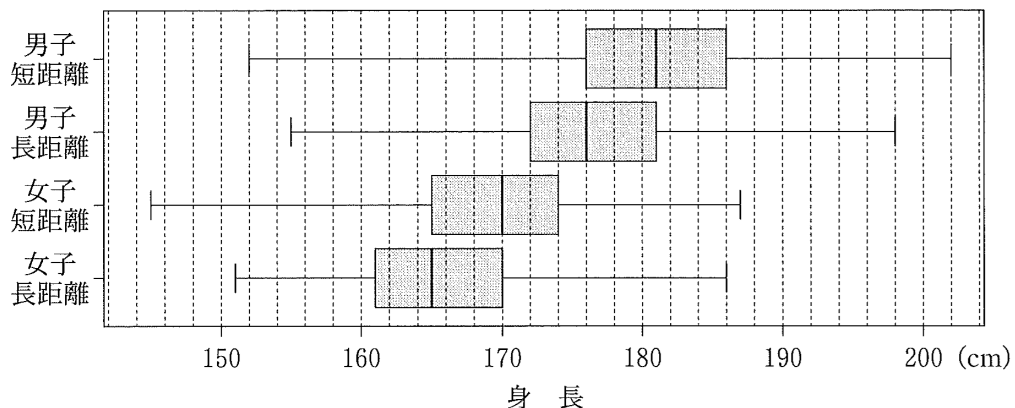


図2 身長箱ひげ図

(出典：図1，図2はガーディアン社のWebページにより作成)

- (2) 身長を H ，体重を W とし， X を $X = \left(\frac{H}{100}\right)^2$ で， Z を $Z = \frac{W}{X}$ で定義する。次の

図3は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループにおける X と W のデータの散布図である。ただし，原点を通り，傾きが15，20，25，30である四つの直線 l_1 ， l_2 ， l_3 ， l_4 も補助的に描いている。また，次の図4の(a)，(b)，(c)，(d)で示す Z の四つの箱ひげ図は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループのいずれかの箱ひげ図に対応している。

次の ， に当てはまるものを，下の①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図3および図4から読み取れる内容として正しいものは，， である。

- ① 四つのグループのすべてにおいて， X と W には負の相関がある。
- ② 四つのグループのうちで Z の中央値が一番大きいのは，男子長距離グループである。

- ② 四つのグループのうちで Z の範囲が最小なのは、男子長距離グループである。
- ③ 四つのグループのうちで Z の四分位範囲が最小なのは、男子短距離グループである。
- ④ 女子長距離グループのすべての Z の値は 25 より小さい。
- ⑤ 男子長距離グループの Z の箱ひげ図は (c) である。

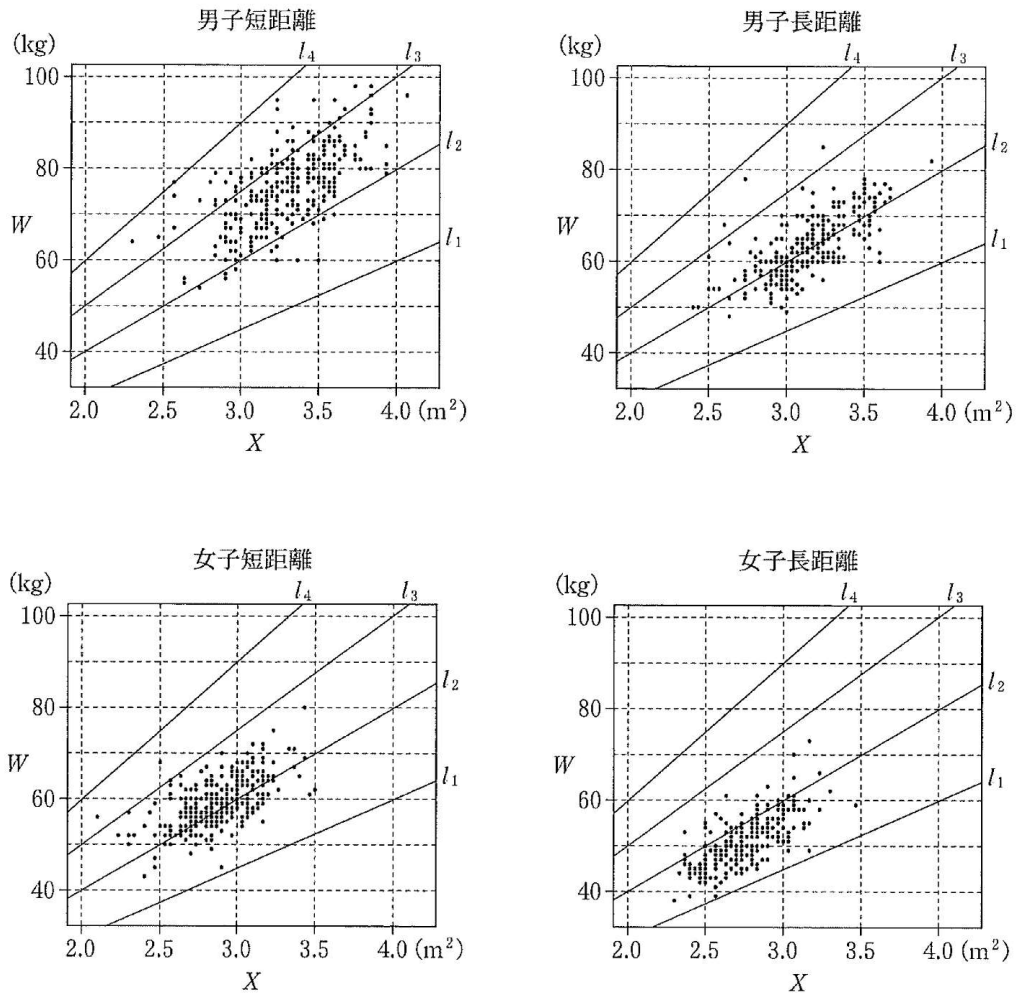


図3 X と W の散布図

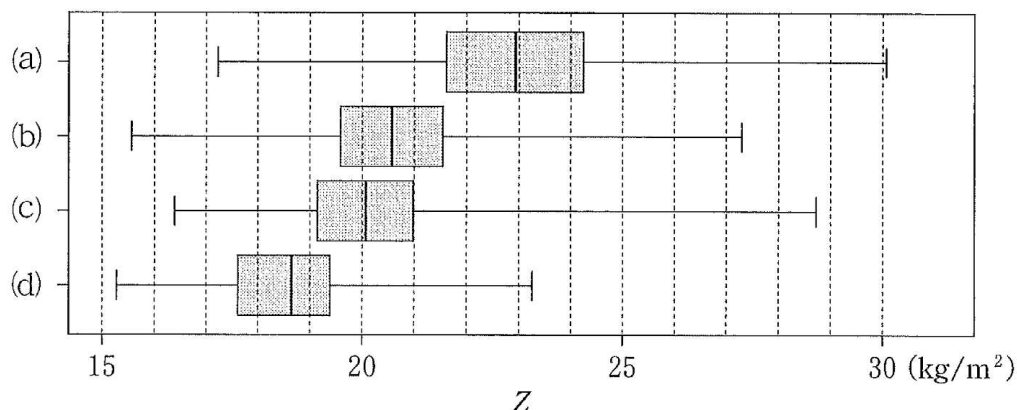


図4 Zの箱ひげ図

(出典：図3，図4はガーディアン社のWebページにより作成)

- (3) 次の表1は，設問(2)で定義された X ， W について，女子長距離グループの平均値，標準偏差および共分散を計算したものである。ただし， X と W の共分散は， X の偏差と W の偏差の積の平均値である。なお，表1の数値は正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

表1 平均値，標準偏差および共分散

X の 平均値	W の 平均値	X の 標準偏差	W の 標準偏差	X と W の 共分散
2.75	51.1	0.200	5.36	0.754

次の オ に当てはまる数値として最も近い値を，下の ①～④ のうちから一つ選べ。

女子長距離グループのデータにおいて， X と W の相関係数は， オ である。

- ① 0.603 ② 0.653 ③ 0.703 ④ 0.753 ⑤ 0.803

- (4) n を自然数とする。実数値のデータ $x_1, x_2, \dots, x_n$ に対して，平均値 $\bar{x}$ を

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \text{ とおくと，分散 } s^2 \text{ は } s^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2 \text{ で計算}$$

できることが知られている。

次の カ ， キ に当てはまる数値として最も近い値を，下の ①～⑤ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

女子長距離グループのデータについて考える。

設問(2)で定義された X と H の関係を用いると，設問(3)の表1の数値により，このグループの身長データの各々2乗した値の平均値は カ である。また，このグループの身長の平均値が165.7のとき，このグループの身長の分散は キ である。必要

ならば， $165.7^2 = 27456.49$ を用いてもよい。

①	4.00	②	27.5	③	43.5	④	44.7	⑤	104.4
⑥	275	⑦	400	⑧	27500	⑨	72325		

4

n を自然数とする。プレイヤー A , B がサイコロを交互に投げるゲームをする。最初は A が投げ、先に 1 の目を出した方を勝ちとして終わる。ただし、 A が n 回投げても勝負がつかない場合は B の勝ちとする。

(1) A の k 投目 ($1 \leq k \leq n$) で A が勝つ確率を求めよ。

(2) このゲームにおいて A が勝つ確率 P_n を求めよ。

(3) $P_n > \frac{1}{2}$ となるような最小の n の値を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$,

$\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算してよい。