1

平行四辺形 ABCD において，辺 AB を 1：1 に内分する点を E，辺 BC を 2：1 に内分する点を F，辺 CD を 3：1 に内分する点を G とする。線分 CE と線分 FG の交点を P とし，線分 AP を延長した直線と辺 BC の交点を Q とするとき，比 AP：PQ を求めよ。

2

a，b を実数とする。

(1)　$f(x)=a\cos x+b$ が，$\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)dx=\frac{\pi}{4}+\int_0^{\pi}\{f(x)\}^3dx$ を満たすとする。このとき，a，b が満たす関係式を求めよ。

(2)　(1) で求めた関係式を満たす正の数 b が存在するための a の条件を求めよ。

3

実数 x，y，s，t に対し，$z=x+yi$，$w=s+ti$ とおいたとき，$z=\dfrac{w-1}{w+1}$ を満たすとする。ただし，i は虚数単位である。

(1)　w を z で表し，s，t を x，y で表せ。

(2)　$0\leqq s\leqq 1$ かつ $0\leqq t\leqq 1$ となるような $(x,\ y)$ の範囲 D を座標平面上に図示せよ。

(3)　点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が D を動いたとき，$-5x+y$ の最小値を求めよ。

4

投げたとき表が出る確率と裏が出る確率が等しい硬貨を用意する。数直線上に石を置き，この硬貨を投げて表が出れば数直線上で原点に関して対称な点に石を移動し，裏が出れば数直線上で座標 1 の点に関して対称な点に石を移動する。

(1)　石が座標 x の点にあるとする。2 回硬貨を投げたとき，石が座標 x の点にある確率を求めよ。

(2)　石が原点にあるとする。n を自然数とし，$2n$ 回硬貨を投げたとき，石が座標 $2n-2$ の点にある確率を求めよ。