【定期試験対策講習】

1学期
中間考査
対策教材②

中２甲陽数学

【注意事項】

本教材は

数学Ｋ「場合の数」前半
数学Ｍ「三角比」前半

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

【問題】

$\boxed{1}$

次の式の値を求めよ。ただし，$0° \leqq \theta \leqq 90°$ とする。

(1) $\cos(90°-\theta)+\cos\theta+\cos(90°+\theta)-\sin(90°+\theta)$

(2) $\sin\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\sin(180°-\theta)+\cos\theta+\cos(180°-\theta)+\sin\theta$

$\boxed{2}$

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，次の不等式を満たす θ の範囲を求めよ。

(1) $\sqrt{2}\sin\theta-1 \leqq 0$　(2) $2\cos\theta+1>0$　(3) $\tan\theta>-1$

$\boxed{3}$

次の方程式を解け。

(1) $2\cos^2\theta+3\sin\theta-3=0$ $(0° \leqq \theta \leqq 180°)$　(2) $\sin\theta\tan\theta=-\dfrac{3}{2}$ $(90°<\theta \leqq 180°)$

$\boxed{4}$

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $(0°<\theta<180°)$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $\sin\theta\cos\theta$，$\sin^3\theta+\cos^3\theta$　(2) $\sin\theta-\cos\theta$，$\tan\theta-\dfrac{1}{\tan\theta}$

$\boxed{5}$

(1) 6 個の数字 1，2，3，4，5，6 を円形に並べるとき，1 と 2 が隣り合う並べ方は ${}^{ア}\boxed{}$ 通りあり，1 と 2 が向かい合う並べ方は ${}^{イ}\boxed{}$ 通りある。

(2) 男子 4 人と女子 3 人が円形のテーブルに着くとき，女子の両隣には必ず男子が来る並び方は全部で $\boxed{}$ 通りある。

$\boxed{6}$

立方体の 6 つの面に，1 から 6 までの数字を 1 つずつ書いて，さいころのようなものを作る。異なるものは何通りできるか。そのうち，相対する 2 面の数字の和がすべて 7 になっているものは何通りあるか。

$\boxed{7}$

6 枚のカード 1，2，3，4，5，6 がある。

(1) 6 枚のカードを A，B の 2 組に分ける方法は何通りあるか。

(2) 6 枚のカードを 2 組に分ける方法は何通りあるか。

(3) 6 枚のカードを同じ大きさの 3 個の箱に分けるとき，カード 1，2 を別の箱に入れる方法は何通りあるか。ただし，空の箱はないものとする。

$\boxed{8}$

9 人を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1) 4 人，3 人，2 人の 3 組に分ける。

(2) 3 人ずつ，A，B，C の 3 組に分ける。

(3) 3 人ずつ 3 組に分ける。

(4) 5 人，2 人，2 人の 3 組に分ける。

$\boxed{9}$

YOKOHAMA の 8 文字を横 1 列に並べて順列を作る。次のような順列は何通りあるか。

(1) AA と OO という並びをともに含む順列

(2) Y，K，H，M がこの順に並ぶ順列

$\boxed{10}$

A，B，C，D の 4 種類の商品を合わせて 10 個買うものとする。次のような買い方はそれぞれ何通りあるか。

(1) 買わない商品があってもよいとき。

(2)　どの商品も少なくとも1個買うとき。

(3)　Aは3個買い，B，C，Dは少なくとも1個買うとき。

$\boxed{11}$

$0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。$4\cos\theta + 2\sin\theta = \sqrt{2}$ のとき，$\tan\theta$ の値を求めよ。

$\boxed{12}$

$0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。$\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} = 3$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$\sin\theta\cos\theta$

(2)　$\sin\theta + \cos\theta$

(3)　$\sin^3\theta + \cos^3\theta$

(4)　$\dfrac{1}{\sin^3\theta} + \dfrac{1}{\cos^3\theta}$

$\boxed{13}$

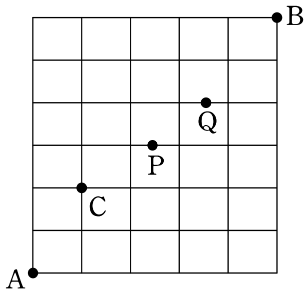
右の図のように，道路が碁盤の目のようになった街がある。地点Aから地点Bまでの長さが最短の道を行くとき，次の場合は何通りの道順があるか。

(1)　全部の道順

(2)　地点Cを通る。

(3)　地点Pは通らない。

(4)　地点Pと地点Qの両方を通らない。



$\boxed{14}$

白玉が4個，黒玉が3個，赤玉が1個あるとする。これらを1列に並べる方法は ${}^{ア}\boxed{}$ 通り，円形に並べる方法は ${}^{イ}\boxed{}$ 通りある。更に，これらの玉にひもを通し，輪を作る方法は ${}^{ウ}\boxed{}$ 通りある。

【解答＆解説】

$\boxed{1}$

解答　(1)　0　　(2)　$\dfrac{2}{3}$

$\boxed{2}$

解答　(1)　$0° \leqq \theta \leqq 45°$，$135° \leqq \theta \leqq 180°$　　(2)　$0° \leqq \theta < 120°$

(3)　$0° \leqq \theta < 90°$，$135° < \theta \leqq 180°$

$\boxed{3}$

解答　(1)　$\theta = 30°$，$90°$，$150°$　　(2)　$\theta = 120°$

$\boxed{4}$

解答　(1)　$\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{1}{4}$，$\sin^3\theta + \cos^3\theta = \dfrac{5\sqrt{2}}{8}$

(2)　$\sin\theta - \cos\theta = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$\tan\theta - \dfrac{1}{\tan\theta} = -2\sqrt{3}$

$\boxed{5}$

解答　(1)　(ア)　48　　(イ)　24　　(2)　144

$\boxed{6}$

解答　順に 30 通り，2 通り

$\boxed{7}$

解答　(1)　62 通り　　(2)　31 通り　　(3)　65 通り

$\boxed{8}$

解答　(1)　1260 通り　　(2)　1680 通り　　(3)　280 通り　　(4)　378 通り

$\boxed{9}$

解答　(1)　720 通り　　(2)　420 通り

$\boxed{10}$

解答　(1)　286 通り　　(2)　84 通り　　(3)　15 通り

$\boxed{11}$

解答　-7

$\boxed{12}$

解答　(1)　$\dfrac{1}{3}$　　(2)　$\dfrac{\sqrt{15}}{3}$　　(3)　$\dfrac{2\sqrt{15}}{9}$　　(4)　$6\sqrt{15}$

$\boxed{13}$

解答　(1)　462 通り　　(2)　210 通り　　(3)　362 通り　　(4)　287 通り

$\boxed{14}$

解答　(ア)　280　　(イ)　35　　(ウ)　19

$\boxed{1}$

解説

(1)　$\cos(90° - \theta) + \cos\theta + \cos(90° + \theta) - \sin(90° + \theta)$

$= \sin\theta + \cos\theta - \sin\theta - \cos\theta = 0$

(2)　$\sin(180° - \theta) + \cos\theta + \cos(180° - \theta) + \sin\theta$

$= \sin\theta + \cos\theta - \cos\theta + \sin\theta$

$= 2\sin\theta$

$= \dfrac{2}{3}$

$\boxed{2}$

解説

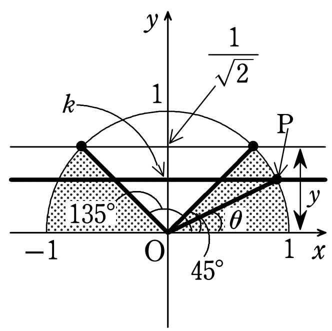
(1)　不等式は　$\sin\theta \leqq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解くと

$\theta = 45°$，$135°$

よって，右の図から，求める θ の範囲は

$0° \leqq \theta \leqq 45°$，$135° \leqq \theta \leqq 180°$



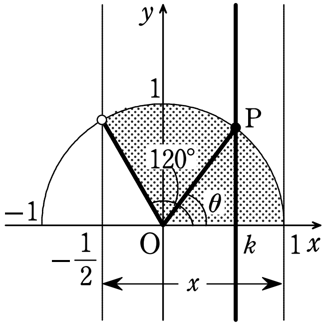
(2)　不等式は　　$\cos\theta > -\dfrac{1}{2}$

$\cos\theta = -\dfrac{1}{2}$ を解くと

$\theta = 120^\circ$

よって，右の図から，求める θ の範囲は

$0^\circ \leqq \theta < 120^\circ$

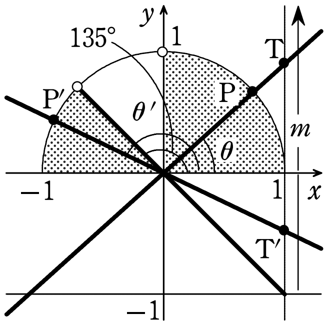


(3)　$\tan\theta = -1$ を解くと

$\theta = 135^\circ$

よって，右の図から，求める θ の範囲は

$0^\circ \leqq \theta < 90^\circ$，$135^\circ < \theta \leqq 180^\circ$



$\boxed{3}$

(解説)

(1)　$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ であるから　　$2(1-\sin^2\theta) + 3\sin\theta - 3 = 0$

整理すると　　$2\sin^2\theta - 3\sin\theta + 1 = 0$

$\sin\theta = t$ とおくと，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき　　$0 \leqq t \leqq 1$　……①

方程式は　　$2t^2 - 3t + 1 = 0$

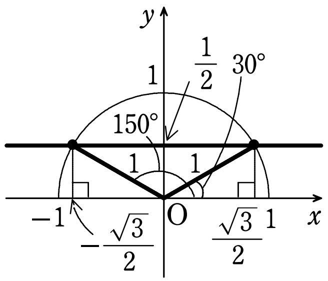
ゆえに　　$(t-1)(2t-1) = 0$

よって　　$t = 1,\ \dfrac{1}{2}$　　　　これらは①を満たす。

$t = 1$　　すなわち　$\sin\theta = 1$　を解いて　$\theta = 90^\circ$

$t = \dfrac{1}{2}$　　すなわち　$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$　を解いて　$\theta = 30^\circ,\ 150^\circ$

以上から　　$\theta = 30^\circ,\ 90^\circ,\ 150^\circ$



(2)　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ であるから　　$\dfrac{\sin^2\theta}{\cos\theta} = -\dfrac{3}{2}$　　ゆえに　　$2\sin^2\theta = -3\cos\theta$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ であるから　　$2(1-\cos^2\theta) = -3\cos\theta$

整理して　　$2\cos^2\theta - 3\cos\theta - 2 = 0$

$\cos\theta = t$ とおくと，$90^\circ < \theta \leqq 180^\circ$ のとき　　$-1 \leqq t < 0$　……①

方程式は　　$2t^2 - 3t - 2 = 0$

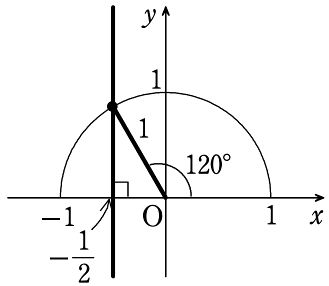
ゆえに　　$(t-2)(2t+1) = 0$

よって　　$t = 2,\ -\dfrac{1}{2}$

①を満たすものは　　$t = -\dfrac{1}{2}$

求める解は，$t = -\dfrac{1}{2}$　すなわち　$\cos\theta = -\dfrac{1}{2}$ を解いて

$\theta = 120^\circ$



$\boxed{4}$

(解説)

(1)　$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ の両辺を 2 乗すると

$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \dfrac{1}{2}$　　　よって　　$1 + 2\sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{2}$

ゆえに　　$\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{1}{4}$　……①

よって　　$\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left\{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)\right\} = \frac{5\sqrt{2}}{8}$$

(2)　$0^\circ < \theta < 180^\circ$ では $\sin\theta > 0$ であるから，①より　　$\cos\theta < 0$

ゆえに　　$\sin\theta - \cos\theta > 0$　……②

①から　　$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = 1 - 2\sin\theta\cos\theta = \dfrac{3}{2}$

よって，②から　　$\sin\theta - \cos\theta = \sqrt{\dfrac{3}{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

また　$\tan\theta-\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}-\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{\sin^2\theta-\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$$=\frac{(\sin\theta+\cos\theta)(\sin\theta-\cos\theta)}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}}{2}\div\left(-\frac{1}{4}\right)=-2\sqrt{3}$$

5

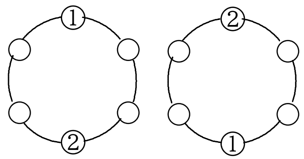
解説

(1)　(ア)　1，2 の 1 組と 3，4，5，6 を円形に並べる並べ方は　$(5-1)!=24$（通り）

1 と 2 の並べ方は　$2!$ 通り

よって，1 と 2 が隣り合う並べ方は　$24\times2=48$（通り）

(イ)　1 と 2 を固定して考えると，残り 4 つの位置に 3，4，5，6 を並べて入れればよいから



$4!=24$（通り）

別解　2 ～ 6 の 5 個の円順列は　$(5-1)!=24$（通り）

(ア)　1 と 2 が隣り合うようにするには，1 を 2 の左右 2 か所のどちらかに入れればよいから　$24\times2=48$（通り）

(イ)　1 と 2 が向かい合うようにするには，1 を 2 の対面 1 か所に入れればよいから

$24\times1=24$（通り）

(2)　まず，男子 4 人の円順列は　$(4-1)!=6$（通り）

男子と男子の間の 4 か所に女子 3 人が 1 人ずつ並ぶ方法は　${}_4P_3=4\cdot3\cdot2=24$（通り）

よって，求める並び方は　$6\times24=144$（通り）

6

解説

上面を 1 にして考える。

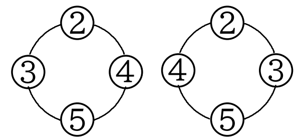
下面の数字は 2 から 6 までの　5 通り

そのおのおのについて，側面は残り 4 つの数字の円順列で　$(4-1)!$ 通り

よって，異なるものは

$5\times(4-1)!=5\times3\cdot2\cdot1=30$（通り）

次に，相対する 2 面の数字の和がすべて 7 になるのは，上面を 1 にしたとき，下面は 6，側面は右の図の円順列の場合だけで　2 通り



7

解説

(1)　6 枚のカードを，A，B 2 つの組のどちらかに入れる方法は　$2^6=64$（通り）

このうち，A，B の一方だけに入れる方法は　2 通り

ゆえに，A，B 2 組に分ける方法は　$64-2=62$（通り）

(2)　(1) で A，B の区別をなくして　$62\div2=31$（通り）

(3)　カード 1，カード 2 が入る箱を，それぞれ A，B とし，残りの箱を C とする。

A，B，C の 3 個の箱のどれかにカード 3，4，5，6 を入れる方法は　3^4 通り

このうち，C には 1 枚も入れない方法は　2^4 通り

したがって　$3^4-2^4=81-16=65$（通り）

8

解説

(1)　9 人から 4 人を選び，次に残った 5 人から 3 人を選ぶと，残りの 2 人は自動的に定まるから，分け方の総数は

${}_9C_4\times{}_5C_3=126\times10=1260$（通り）

(2)　A に入れる 3 人を選ぶ方法は　${}_9C_3$ 通り

B に入れる 3 人を，残りの 6 人から選ぶ方法は　${}_6C_3$ 通り

C には残りの 3 人を入れればよい。

したがって，分け方の総数は

${}_9C_3\times{}_6C_3=84\times20=1680$（通り）

(3)　(2) で，A，B，C の区別をなくすと，同じものが $3!$ 通りずつできるから，分け方の総数は

$({}_9C_3\times{}_6C_3)\div3!=1680\div6=280$（通り）

(4)　A (5 人)，B (2 人)，C (2 人) の組に分ける方法は　${}_9C_5\times{}_4C_2$ 通り

B，C の区別をなくすと，同じものが $2!$ 通りずつできるから，分け方の総数は

$({}_9C_5\times{}_4C_2)\div 2!=756\div 2=378$（通り）

$\boxed{9}$

（解説）

(1)　並ぶ AA をまとめて A′，OO をまとめて O′ で表す。

このとき，求める順列は，A′，O′，Y，K，H，M の順列であるから，その総数は

$${}_6P_6=6!=720\ (\text{通り})$$

(2)　□ 4 個，O 2 個，A 2 個を 1 列に並べ，4 個の □ は左から Y，K，H，M とすればよい。

よって，求める順列の総数は

$$\frac{8!}{4!2!2!}=420\ (\text{通り})$$

$\boxed{10}$

（解説）

A，B，C，D を買う個数を，それぞれ a，b，c，d とすると，$a\geqq 0$，$b\geqq 0$，$c\geqq 0$，$d\geqq 0$ であり，合わせて 10 個買うから

$$a+b+c+d=10 \quad \cdots\cdots ①$$

(1)　A，B，C，D の 4 種類から重複を許して 10 個取る組合せの総数であるから

$${}_4H_{10}={}_{4+10-1}C_{10}={}_{13}C_{10}={}_{13}C_3=286\ (\text{通り})$$

(2)　$a-1=A$，$b-1=B$，$c-1=C$，$d-1=D$ とおくと

$$a=A+1,\ b=B+1,\ c=C+1,\ d=D+1$$

① に代入して　$(A+1)+(B+1)+(C+1)+(D+1)=10$

ゆえに　$A+B+C+D=6$，$A\geqq 0$，$B\geqq 0$，$C\geqq 0$，$D\geqq 0$

求める買い方の総数は，A，B，C，D の 4 種類から重複を許して 6 個取る組合せの総数に等しい。

よって　${}_4H_6={}_{4+6-1}C_6={}_9C_6={}_9C_3=84$（通り）

(3)　$a=3$ のとき，① から　$b+c+d=7$

$b-1=B$，$c-1=C$，$d-1=D$ を代入して　$(B+1)+(C+1)+(D+1)=7$

よって　$B+C+D=4$，$B\geqq 0$，$C\geqq 0$，$D\geqq 0$

求める買い方の総数は，(2) と同様に考えて　${}_3H_4={}_{3+4-1}C_4={}_6C_4={}_6C_2=15$（通り）

別解　(1)　10 個の ○ で商品を表し，3 つの｜で仕切りを表す。

このとき，10 個の ○ と 3 つの｜の順列の総数が求める場合の数となるから

$${}_{13}C_{10}={}_{13}C_3=286\ (\text{通り})$$

(2)　10 個の ○ を並べる：○○○○○○○○○○

求める買い方の総数は，○ と ○ の間の 9 個の場所から仕切り｜を入れる 3 個の場所を選ぶ方法の数と同じである。

したがって　${}_9C_3=84$（通り）

(3)　7 個の ○ を並べ，○ と ○ の間の 6 個の場所から仕切り｜を入れる 2 個の場所を選ぶ方法の数と同じである。

したがって　${}_6C_2=15$（通り）

$\boxed{11}$

（解説）

$4\cos\theta+2\sin\theta=\sqrt{2}$ から　$4\cos\theta=\sqrt{2}-2\sin\theta$　$\cdots\cdots$ ①

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から　$16\sin^2\theta+16\cos^2\theta=16$　$\cdots\cdots$ ②

① を ② に代入して　$16\sin^2\theta+(\sqrt{2}-2\sin\theta)^2=16$

整理すると　$10\sin^2\theta-2\sqrt{2}\sin\theta-7=0$

これを $\sin\theta$ についての 2 次方程式とみて，$\sin\theta$ について解くと

$$\sin\theta=\frac{-(-\sqrt{2})\pm\sqrt{(-\sqrt{2})^2-10\cdot(-7)}}{10}=\frac{\sqrt{2}\pm 6\sqrt{2}}{10}$$

すなわち　$\sin\theta=-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\ \dfrac{7\sqrt{2}}{10}$

$0^\circ<\theta<180^\circ$ より $0<\sin\theta\leqq 1$ であるから　$\sin\theta=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$

このとき，① から　$4\cos\theta=\sqrt{2}-2\cdot\dfrac{7\sqrt{2}}{10}=-\dfrac{4\sqrt{2}}{10}$

よって　$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{2}}{10}$

したがって　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}\div\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{10}\right)=-7$

別解　$\cos\theta\neq 0$ であるから，等式を $\cos\theta$ で割って　$4+2\tan\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{\cos\theta}$　$\cdots\cdots$ ③

ゆえに　$\dfrac{1}{\cos\theta}=\sqrt{2}(\tan\theta+2)$

これと $\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta$ から $\cos\theta$ を消去して　$\tan^2\theta+8\tan\theta+7=0$

よって　$\tan\theta=-1,\ -7$

ゆえに　$90°<\theta<180°$

$\tan\theta=-1$ のときは $\theta=135°$ で，与えられた等式を満たさないから，不適。

$\tan\theta=-7$ のときは③から $\cos\theta<0$ となり，適する。

したがって　$\tan\theta=-7$

12

解説

(1)　$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}$

$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=3$ であるから　$\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}=3$

したがって　$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{3}$

(2)　$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$$=1+2\sin\theta\cos\theta=1+2\cdot\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$$

$0°<\theta<90°$ より，$\sin\theta>0$，$\cos\theta>0$ であるから

$\sin\theta+\cos\theta>0$

よって　$\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{\dfrac{5}{3}}=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

(3)　$\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$$=\frac{\sqrt{15}}{3}\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{2\sqrt{15}}{9}$$

(4)　$\dfrac{1}{\sin^3\theta}+\dfrac{1}{\cos^3\theta}=\dfrac{\cos^3\theta+\sin^3\theta}{\sin^3\theta\cos^3\theta}=\dfrac{2\sqrt{15}}{9}\div\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=\dfrac{2\sqrt{15}}{9}\cdot27=6\sqrt{15}$

13

解説

右へ1区画進むことを →，上へ1区画進むことを ↑ で表す。

(1)　最短の道順は →5個，↑6個の順列で表されるから

$$\frac{11!}{5!6!}=\frac{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=462\ (\text{通り})$$

(2)　AからCまでの道順，CからBまでの道順はそれぞれ

$$\frac{3!}{1!2!}=3\ (\text{通り}),\quad \frac{8!}{4!4!}=70\ (\text{通り})$$

よって，求める道順は　$3\times70=210$ (通り)

(3)　Pを通る道順は　$\dfrac{5!}{2!3!}\times\dfrac{5!}{2!3!}=10\times10=100$ (通り)

よって，求める道順は　$462-100=362$ (通り)

(4)　Qを通る道順は　$\dfrac{7!}{3!4!}\times\dfrac{3!}{1!2!}=35\times3=105$ (通り)

PとQの両方を通る道順は　$\dfrac{5!}{2!3!}\times\dfrac{3!}{1!2!}=10\times3=30$ (通り)

よって，PまたはQを通る道順は　$100+105-30=175$ (通り)

ゆえに，求める道順は　$462-175=287$ (通り)

別解　[(1)～(3)の組合せによる考え方]

(1)　$5+6=11$ 個の場所から，→5個が入る場所を選ぶと考えて

$${}_{11}C_5=\frac{11!}{5!6!}=462\ (\text{通り})$$

(2)　AからCまでは　${}_3C_1$ 通り

CからBまでは　${}_8C_4$ 通り

よって，求める道順は　${}_3C_1\times{}_8C_4=3\times70=210$ (通り)

(3)　Pを通る道順は　${}_5C_2\times{}_5C_2=10\times10=100$ (通り)

よって，求める道順は　$462-100=362$ (通り)

$\boxed{14}$

(解説)

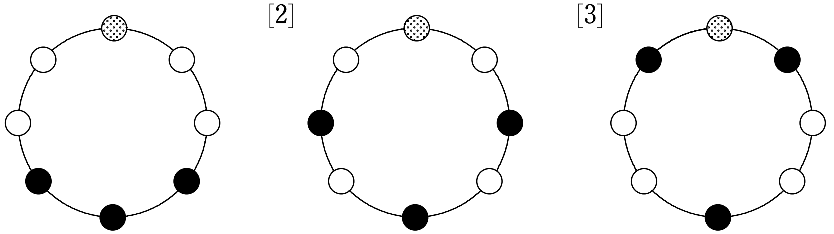
（ア）　$\dfrac{8!}{4!3!}=280$（通り）

（イ）　赤玉を固定して考えると，白玉 4 個，黒玉 3 個の順列の個数に等しい。

したがって　　$\dfrac{7!}{4!3!}=35$（通り）

（ウ）　（イ）の 35 通りのうち，裏返して自分自身と一致するものは，次の [1]～[3] の 3 通り

[1]　[2]　[3]



残りの 32 通りの円順列 1 つ 1 つに対して，裏返すと一致するものが他に必ず 1 つずつあるから，輪を作る方法は全部で　　$3+\dfrac{32}{2}=19$（通り）