【定期試験対策講習】

１学期
中間考査
対策教材①

中２六甲数学

【注意事項】

本教材は

数学１「因数分解・平方根」
数学２「相似な図形」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

【問題】

$\boxed{1}$

次の式を因数分解せよ。

(1) $2(x-1)^2-11(x-1)+15$　　(2) x^2-y^2+4y-4

(3) x^4-10x^2+9　　(4) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$

$\boxed{2}$

次の式を因数分解しなさい。

(1) $a^2-2ab+b^2-6a+6b$　　(2) $16a^4-625b^4$

(3) $9x(x-2)-4y(y-3)$　　(4) x^4+5x^2+9

$\boxed{3}$

(1) $a=2$，$b=-3$ のとき，$(2a+b)^2-4a(a-b)$ の値を求めなさい。

(2) $a=3.76$，$b=0.38$ のとき，$a^2+4b^2-4ab+1$ の値を求めなさい。

$\boxed{4}$

次の $\boxed{}$ に当てはまる数を入れなさい。

(1) 1 の平方根は $\boxed{}$　　(2) $-\sqrt{1}=\boxed{}$　　(3) $\sqrt{(-13)^2}=\boxed{}$

(4) $-\sqrt{0.3^2}=\boxed{}$　　(5) $\sqrt{\dfrac{25}{169}}=\boxed{}$　　(6) $-(-\sqrt{0.4})^2=\boxed{}$

$\boxed{5}$

次の数を，大きい方から順に並べなさい。

$$1.7,\quad \sqrt{3},\quad -\sqrt{2},\quad 0,\quad -1\frac{1}{2},\quad (-0.4)^2$$

$\boxed{6}$

次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{8}\times\sqrt{0.5}$　　(2) $3\sqrt{2}\times(-\sqrt{6})$　　(3) $2\sqrt{5}\times\sqrt{8}\div\sqrt{10}$

(4) $\sqrt{32}\div\sqrt{12}\div\sqrt{6}$　　(5) $\left(-\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\right)^3\times\sqrt{32}\times\dfrac{1}{9}$

$\boxed{7}$

次の計算をしなさい。

(1) $3\sqrt{12}+2\sqrt{3}-\sqrt{48}$　　(2) $\sqrt{12}+\sqrt{27}-4\sqrt{3}$

(3) $2\sqrt{32}+\sqrt{18}-3\sqrt{72}$　　(4) $5\sqrt{3}+2\sqrt{8}-\sqrt{147}-3\sqrt{2}$

$\boxed{8}$

次の計算をしなさい。

(1) $5\sqrt{3}\times\sqrt{2}-\sqrt{24}$　　(2) $\sqrt{18}\div\sqrt{3}+\sqrt{54}$

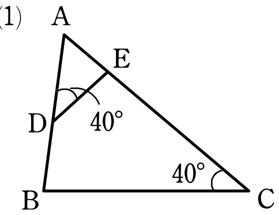
(3) $(\sqrt{50}-\sqrt{18})\div\sqrt{2}$　　(4) $2\sqrt{50}-2(\sqrt{2}-1)$

(5) $\sqrt{32}+(\sqrt{2}-3)\times\sqrt{2}$　　(6) $\sqrt{3}(2+\sqrt{6})-\sqrt{2}(3-\sqrt{6})$

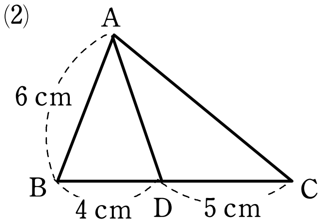
$\boxed{9}$

次の図において，相似な三角形を見つけ，記号 ∽ を用いて表しなさい。
また，そのときに使った相似条件をいいなさい。

(1)



(2)



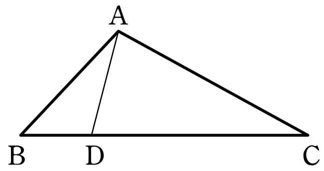
$\boxed{10}$

右の図の△ABCにおいて，点Dは辺BC上の点で

$AB=2$ cm，$BC=4$ cm，$CA=CD=3$ cm

である。

このとき，線分ADの長さを求めなさい。

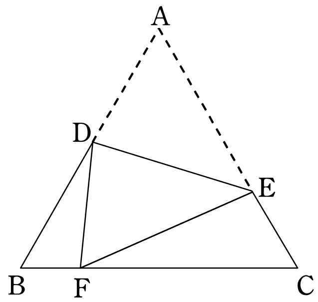


$\boxed{11}$

右の図のように，正三角形ABCを，頂点Aが辺BC上の点Fと重なるようにDEを折り目として折り返した。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　△BFD∽△CEFであることを証明しなさい。

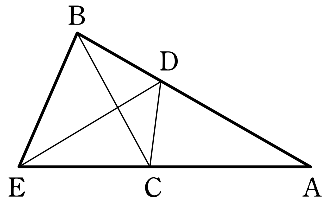
(2)　$BF=6$ cm，$BD=16$ cm，$DF=14$ cmのとき，線分AEの長さを求めなさい。



$\boxed{12}$

右の図のように，線分AB，AE上に，それぞれ点D，Cがある。

∠ADE＝∠ACBであるとき，△ADC∽△AEBであることを証明しなさい。



$\boxed{13}$

次の式を因数分解しなさい。

(1)　$x^4-810000$　　(2)　$16a^4-625b^4$　　(3)　$x^4-(4x^2-12x+9)$

(4)　$(3a-b)^2-(5b-a)^2$　　(5)　$(a-5)^2-2(a-5)-24$

(6)　$(x+1)^2(x-2)^2-14(x+1)(x-2)+40$

(7)　$9x(x-2)-4y(y-3)$　　(8)　$(x+2y)(x-2y)-4y-1$

(9)　$a^2-ab-4a+2b+4$　　(10)　$x^2z-z^3-xyz+yz^2$

(11)　$2(a-b)^2(a+b)-(a-b)(a^2+2b^2)$

【解答＆解説】

$\boxed{1}$

解答 (1) $(x-4)(2x-7)$ (2) $(x+y-2)(x-y+2)$
(3) $(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$ (4) $(x+1)(x+2)(x-1)(x+4)$

$\boxed{2}$

解答 (1) $(a-b)(a-b-6)$ (2) $(4a^2+25b^2)(2a+5b)(2a-5b)$
(3) $(3x-2y)(3x+2y-6)$ (4) $(x^2+x+3)(x^2-x+3)$

$\boxed{3}$

解答 (1) -39 (2) 10

$\boxed{4}$

解答 (1) 1 と -1 (2) -1 (3) 13 (4) -0.3 (5) $\dfrac{5}{13}$ (6) -0.4

$\boxed{5}$

解答 $\sqrt{3}$，1.7，$(-0.4)^2$，0，$-\sqrt{2}$，$-1\dfrac{1}{2}$

$\boxed{6}$

解答 (1) 2 (2) $-6\sqrt{3}$ (3) 4 (4) $\dfrac{2}{3}$ (5) $-\dfrac{3}{4}$

$\boxed{7}$

解答 (1) $4\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $-7\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

$\boxed{8}$

解答 (1) $3\sqrt{6}$ (2) $4\sqrt{6}$ (3) 2 (4) $8\sqrt{2}+2$ (5) $2+\sqrt{2}$ (6) $4\sqrt{3}$

$\boxed{9}$

解答 (1) △ABC∽△AED，2 組の角がそれぞれ等しい
(2) △ABC∽△DBA，2 組の辺の比が等しく，その間の角が等しい

$\boxed{10}$

解答 $\dfrac{3}{2}$ cm

$\boxed{11}$

解答 (1) 略 (2) 21 cm

$\boxed{12}$

解答 略

$\boxed{13}$

解答 (1) $(x^2+900)(x+30)(x-30)$ (2) $(4a^2+25b^2)(2a+5b)(2a-5b)$
(3) $(x+3)(x-1)(x^2-2x+3)$ (4) $4(a+2b)(2a-3b)$ (5) $(a-1)(a-11)$
(6) $(x+2)(x-3)(x+3)(x-4)$ (7) $(3x-2y)(3x+2y-6)$
(8) $(x+2y+1)(x-2y-1)$ (9) $(a-2)(a-b-2)$ (10) $z(x-z)(x-y+z)$
(11) $(a-b)(a+2b)(a-2b)$

$\boxed{1}$

解説

(1) $2(x-1)^2-11(x-1)+15=\{(x-1)-3\}\{2(x-1)-5\}$
$=(x-4)(2x-7)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & -3 & \longrightarrow & -6 \\ 2 & & -5 & \longrightarrow & -5 \\ \hline 2 & & 15 & & -11 \end{array}$$

別解 $2(x-1)^2-11(x-1)+15=2(x^2-2x+1)-11x+26$
$=2x^2-15x+28$
$=(x-4)(2x-7)$

(2) $x^2-y^2+4y-4=x^2-(y^2-4y+4)=x^2-(y-2)^2$
$=\{x+(y-2)\}\{x-(y-2)\}$
$=(x+y-2)(x-y+2)$

(3) $x^4-10x^2+9=(x^2)^2-10x^2+9$
$=(x^2-1)(x^2-9)$
$=(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$

(4) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8=\{(x^2+3x)+2\}\{(x^2+3x)-4\}$
$=(x^2+3x+2)(x^2+3x-4)$
$=(x+1)(x+2)(x-1)(x+4)$

$\boxed{2}$

(解説)

(1) $a^2-2ab+b^2-6a+6b=(a^2-2ab+b^2)-(6a-6b)$

$=(a-b)^2-6(a-b)$

$=(a-b)\{(a-b)-6\}$

$=(a-b)(a-b-6)$

(2) $16a^4-625b^4=(4a^2)^2-(25b^2)^2=(4a^2+25b^2)(4a^2-25b^2)$

$=(4a^2+25b^2)(2a+5b)(2a-5b)$

(3) $9x(x-2)-4y(y-3)=9x^2-18x-4y^2+12y$

$=(9x^2-4y^2)-(18x-12y)$

$=(3x+2y)(3x-2y)-6(3x-2y)$

$=(3x-2y)(3x+2y-6)$

(4) $x^4+5x^2+9=(x^4+6x^2+9)-x^2=(x^2+3)^2-x^2$

$=\{(x^2+3)+x\}\{(x^2+3)-x\}$

$=(x^2+x+3)(x^2-x+3)$

$\boxed{3}$

(解説)

(1) $(2a+b)^2-4a(a-b)=4a^2+4ab+b^2-4a^2+4ab$

$=8ab+b^2=8\times2\times(-3)+(-3)^2$

$=-48+9=-39$

(2) $a^2+4b^2-4ab+1=(a-2b)^2+1=(3.76-2\times0.38)^2+1$

$=(3.76-0.76)^2+1$

$=3^2+1=10$

$\boxed{4}$

(解説)

(1) 1の平方根は　1と -1

(2) $-\sqrt{1}=-1$

(3) $\sqrt{(-13)^2}=\sqrt{13^2}=13$

(4) $-\sqrt{0.3^2}=-0.3$

(5) $\sqrt{\dfrac{25}{169}}=\sqrt{\left(\dfrac{5}{13}\right)^2}=\dfrac{5}{13}$

(6) $-(-\sqrt{0.4})^2=-0.4$

$\boxed{5}$

(解説)

1.7，$\sqrt{3}$，$(-0.4)^2$ は正の数，$-\sqrt{2}$，$-1\dfrac{1}{2}$ は負の数である。

$1.7=\sqrt{1.7^2}=\sqrt{2.89}$，　$(-0.4)^2=0.16=\sqrt{0.16^2}=\sqrt{0.0256}$

$0.0256<2.89<3$ であるから　$\sqrt{0.0256}<\sqrt{2.89}<\sqrt{3}$

すなわち　$(-0.4)^2<1.7<\sqrt{3}$

また　$1\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}=\sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{9}{4}}$

$2<\dfrac{9}{4}$ であるから　$\sqrt{2}<\sqrt{\dfrac{9}{4}}$　すなわち　$\sqrt{2}<\dfrac{3}{2}$

よって　$-\sqrt{2}>-1\dfrac{1}{2}$

したがって，6つの数を大きい方から順に並べると

$\sqrt{3}$，　1.7，　$(-0.4)^2$，　0，　$-\sqrt{2}$，　$-1\dfrac{1}{2}$

$\boxed{6}$

(解説)

(1) $\sqrt{8}\times\sqrt{0.5}=\sqrt{8\times0.5}=\sqrt{4}=2$

(2) $3\sqrt{2}\times(-\sqrt{6})=-3\sqrt{2\times6}=-3\sqrt{12}=-6\sqrt{3}$

(3) $2\sqrt{5}\times\sqrt{8}\div\sqrt{10}=\dfrac{2\sqrt{5}\times\sqrt{8}}{\sqrt{10}}=2\sqrt{\dfrac{5\times8}{10}}=2\sqrt{4}=4$

(4) $\sqrt{32}\div\sqrt{12}\div\sqrt{6}=\sqrt{32}\times\dfrac{1}{\sqrt{12}}\times\dfrac{1}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{12}\times\sqrt{6}}$

$=\sqrt{\dfrac{32}{12\times6}}=\sqrt{\dfrac{4}{9}}=\dfrac{2}{3}$

(5) $\left(-\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\right)^3\times\sqrt{32}\times\dfrac{1}{9}=-\dfrac{(3\sqrt{2})^3}{4^3}\times4\sqrt{2}\times\dfrac{1}{9}$

$$=-\frac{3\times3\times3\times2\sqrt{2}\times4\sqrt{2}}{4\times4\times4\times9}$$

$$=-\frac{3}{4}$$

$\boxed{7}$

(解説)

(1) $3\sqrt{12}+2\sqrt{3}-\sqrt{48}=6\sqrt{3}+2\sqrt{3}-4\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{12}+\sqrt{27}-4\sqrt{3}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(3) $2\sqrt{32}+\sqrt{18}-3\sqrt{72}=8\sqrt{2}+3\sqrt{2}-18\sqrt{2}=-7\sqrt{2}$

(4) $5\sqrt{3}+2\sqrt{8}-\sqrt{147}-3\sqrt{2}=5\sqrt{3}+4\sqrt{2}-7\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

$\boxed{8}$

(解説)

(1) $5\sqrt{3}\times\sqrt{2}-\sqrt{24}=5\sqrt{6}-2\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{18}\div\sqrt{3}+\sqrt{54}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}+\sqrt{54}=\sqrt{\frac{18}{3}}+3\sqrt{6}$

$=\sqrt{6}+3\sqrt{6}=4\sqrt{6}$

(3) $(\sqrt{50}-\sqrt{18})\div\sqrt{2}=(5\sqrt{2}-3\sqrt{2})\div\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2$

(4) $2\sqrt{50}-2(\sqrt{2}-1)=10\sqrt{2}-2\sqrt{2}+2=8\sqrt{2}+2$

(5) $\sqrt{32}+(\sqrt{2}-3)\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}+2-3\sqrt{2}=2+\sqrt{2}$

(6) $\sqrt{3}(2+\sqrt{6})-\sqrt{2}(3-\sqrt{6})=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}$

$\boxed{9}$

(解説)

(1) △ABC∽△AED 答

相似条件は　2組の角がそれぞれ等しい　答

(2) △ABC∽△DBA 答

相似条件は　2組の辺の比が等しく，その間の角が等しい　答

$\boxed{10}$

(解説)

△ABD と △CBA において

AB：CB＝2：4＝1：2

BD：BA＝(4－3)：2＝1：2

∠ABD＝∠CBA (共通)

よって，2組の辺の比が等しく，その間の角が等しいから

△ABD∽△CBA

相似比は 1：2 であるから　AD：CA＝1：2

したがって　$AD=\frac{1}{2}CA=\frac{3}{2}$ (cm)

$\boxed{11}$

(解説)

(1) △BFD と △CEF において

△ABC は正三角形であるから

∠DBF＝∠FCE＝60°　……①

△BFD において，内角と外角の関係から

∠BDF＋∠DBF＝∠DFC

よって　∠BDF＋∠DBF＝∠CFE＋∠DFE

∠DBF＝∠DFE＝60° であるから

∠BDF＝∠CFE　……②

①，② より，2組の角がそれぞれ等しいから

△BFD∽△CEF

(2)　△FED をもどすと △AED と重なるから

$AD=FD=14$

よって　$AB=14+16=30$

△ABC は正三角形であるから

$AC=BC=30$

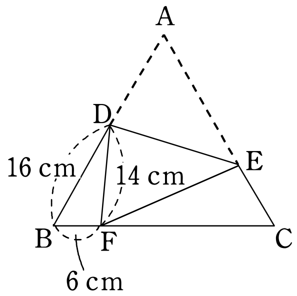
△BFD∽△CEF より

$BD:CF=BF:CE$

$16:(30-6)=6:CE$

よって　$CE=9$

したがって　$AE=30-9=21$ (cm)



12

解説

△ABC と △AED において

∠ACB＝∠ADE (仮定)

∠CAB＝∠DAE (共通)

よって，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABC∽△AED

したがって，AB：AE＝AC：AD であるから

AD：AE＝AC：AB　……①

△ADC と △AEB において

∠CAD＝∠BAE (共通)　……②

①，② より，2 組の辺の比が等しく，その間の角が等しいから

△ADC∽△AEB

13

解説

(1)　$x^4-810000=(x^2)^2-900^2=(x^2+900)(x^2-900)$

$=(x^2+900)(x+30)(x-30)$

(2)　$16a^4-625b^4=(4a^2)^2-(25b^2)^2=(4a^2+25b^2)(4a^2-25b^2)$

$=(4a^2+25b^2)(2a+5b)(2a-5b)$

(3)　$x^4-(4x^2-12x+9)=(x^2)^2-(2x-3)^2$

$=\{x^2+(2x-3)\}\{x^2-(2x-3)\}$

$=(x^2+2x-3)(x^2-2x+3)$

$=(x+3)(x-1)(x^2-2x+3)$

(4)　$(3a-b)^2-(5b-a)^2=\{(3a-b)+(5b-a)\}\{(3a-b)-(5b-a)\}$

$=(2a+4b)(4a-6b)$

$=4(a+2b)(2a-3b)$

(5)　$(a-5)^2-2(a-5)-24=\{(a-5)+4\}\{(a-5)-6\}$

$=(a-1)(a-11)$

(6)　$(x+1)^2(x-2)^2-14(x+1)(x-2)+40=\{(x+1)(x-2)\}^2-14(x+1)(x-2)+40$

$=\{(x+1)(x-2)-4\}\{(x+1)(x-2)-10\}$

$=\{(x^2-x-2)-4\}\{(x^2-x-2)-10\}$

$=(x^2-x-6)(x^2-x-12)$

$=(x+2)(x-3)(x+3)(x-4)$

(7)　$9x(x-2)-4y(y-3)=9x^2-18x-4y^2+12y$

$=(9x^2-4y^2)-(18x-12y)$

$=(3x+2y)(3x-2y)-6(3x-2y)$

$=(3x-2y)(3x+2y-6)$

(8)　$(x+2y)(x-2y)-4y-1=x^2-4y^2-4y-1$

$=x^2-(4y^2+4y+1)$

$=x^2-(2y+1)^2$

$=\{x+(2y+1)\}\{x-(2y+1)\}$

$=(x+2y+1)(x-2y-1)$

(9)　$a^2-ab-4a+2b+4=(-ab+2b)+(a^2-4a+4)$

$=-b(a-2)+(a-2)^2$

$=(a-2)(-b+a-2)=(a-2)(a-b-2)$

(10)　$x^2z-z^3-xyz+yz^2=z(x^2-z^2-xy+yz)$

$=z\{(x+z)(x-z)-y(x-z)\}$

$=z(x-z)\{(x+z)-y\}$

$$= z(x-z)(x-y+z)$$

(11) $2(a-b)^2(a+b)-(a-b)(a^2+2b^2) = (a-b)\{2(a-b)(a+b)-(a^2+2b^2)\}$

$$= (a-b)\{2(a^2-b^2)-a^2-2b^2\}$$

$$= (a-b)(a^2-4b^2)$$

$$= (a-b)(a+2b)(a-2b)$$