【定期試験対策講習】

１学期
期末考査
対策教材①

中１甲陽数学

【注意事項】

本教材は

数学Ｔ「連立方程式，不等式」
数学Ｙ「角，三角形の合同」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

【問題】

$\boxed{1}$

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{4}-\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{1}{2} \\ 3x+2y-15=0 \end{cases}$　　(2) $\dfrac{4x+5y-6}{2}=\dfrac{2x+7y-4}{3}=\dfrac{27-3x-4y}{4}$

(3) $\begin{cases} \dfrac{15}{x-y}+\dfrac{12}{4x+3y}=11 \\ \dfrac{3}{x-y}+\dfrac{2}{4x+3y}=2 \end{cases}$

$\boxed{2}$

次の連立3元1次方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x+5y+z=5 \\ 3x-2y+4z=11 \\ 4x+3y+3z=5 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x+y=4 \\ y+z=5 \\ z+x=7 \end{cases}$

$\boxed{3}$

x，yについての2つの連立方程式

（ア）$\begin{cases} 6x-5y=3 \\ 4x-y=a \end{cases}$　　（イ）$\begin{cases} 4x-3y=12 \\ bx+2y=25 \end{cases}$

がある。(ア)の解のxの値とyの値を入れかえた数値が(イ)の解x，yになっている。a，bの値をそれぞれ求めなさい。

$\boxed{4}$

次の問いに答えなさい。

(1)　xについての不等式$-1 \leqq 3x-4 < x+2a$が解をもつときのaのとりうる値の範囲を求めなさい。

(2)　xについての不等式$x-\dfrac{3a-x}{2} > \dfrac{5x-9a}{4}-2$の解が$x>-20$に含まれるように$a$の値の範囲を求めなさい。

(3)　xについての連立不等式$\begin{cases} 5x-8>2x+1 \\ 2x+3>4x-2a \end{cases}$を満たす整数$x$の個数が，ちょうど3個であるような$a$の値の範囲を求めなさい。

$\boxed{5}$

あるグループで，鉛筆を1人に4本ずつ配ると19本余り，1人に6本ずつ配ると最後の人は4本以上不足する。用意していた鉛筆の本数を求めなさい。

$\boxed{6}$

2つの数x，yを小数第1位で四捨五入すると，それぞれ3，7になるという。このとき，次の式の値の範囲を求めよ。

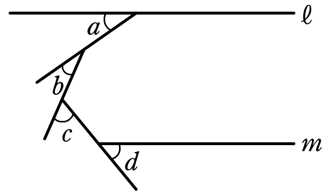
(1)　$x-y$　　(2)　$x+\dfrac{1}{y}$　　(3)　$2xy$

$\boxed{7}$

右の図で，$\ell \parallel m$のとき，

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d$

の大きさを求めなさい。

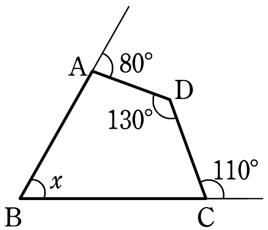


$\boxed{8}$

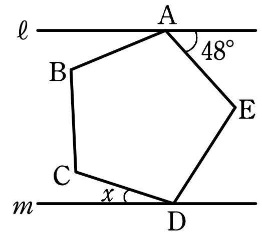
右の図で，$\angle x$の大きさを求めなさい。

(2)の五角形ABCDEは正五角形で，$\ell \parallel m$である。

(1)

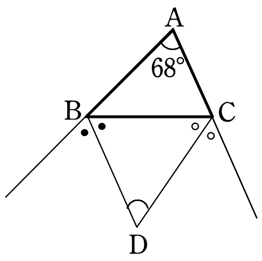


(2)



9

∠A＝68° である △ABC において，∠B の外角の二等分線と ∠C の外角の二等分線の交点を D とする。
このとき，∠BDC の大きさを求めなさい。

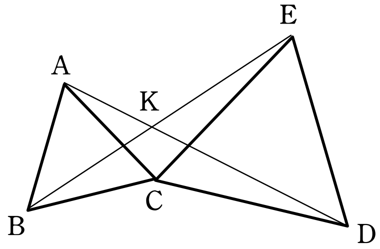


10

右の図において，△ABC と △DCE は正三角形である。AD と BE の交点を K とする。
次のことを証明しなさい。

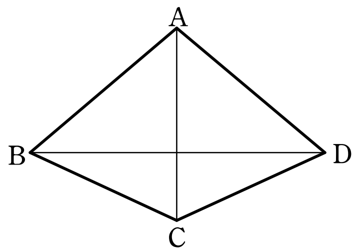
(1)　△BCE≡△ACD

(2)　∠DKE＝60°



11

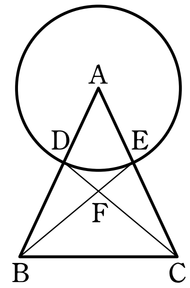
AB＝AD，CB＝CD である四角形 ABCD がある。
このとき，直線 AC は線分 BD の垂直二等分線であることを証明しなさい。



12

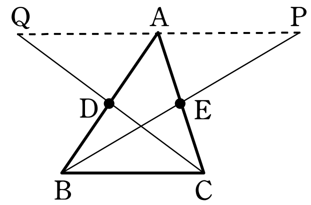
右の図のように，△ABC と，頂点 A を中心とする円がある。辺 AB，AC と円との交点をそれぞれ D，E とし，線分 BE と CD の交点を F とする。AB＝AC であるとき，次のことを証明しなさい。

(1)　∠ABE＝∠ACD　　(2)　DF＝EF



13

△ABC の辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とし，BE，CD の延長上にそれぞれ点 P，Q を BE＝PE，CD＝QD となるようにとる。このとき，3 点 P，A，Q は一直線上にあることを証明しなさい。



【解答＆解説】

$\boxed{1}$

解答 (1) $x=2,\ y=\dfrac{9}{2}$ (2) $x=1,\ y=2$ (3) $x=\dfrac{11}{7},\ y=-\dfrac{10}{7}$

$\boxed{2}$

解答 (1) $x=-7,\ y=2,\ z=9$ (2) $x=3,\ y=1,\ z=4$

$\boxed{3}$

解答 $a=23,\ b=1$

$\boxed{4}$

解答 (1) $a>-1$ (2) $a\leqq 4$ (2) $\dfrac{9}{2}<a\leqq\dfrac{11}{2}$

$\boxed{5}$

解答 67 本

$\boxed{6}$

解答 (1) $-5<x-y<-3$ (2) $\dfrac{81}{30}\leqq x+\dfrac{1}{y}<\dfrac{95}{26}$ (3) $\dfrac{65}{2}\leqq 2xy<\dfrac{105}{2}$

$\boxed{7}$

解答 180°

$\boxed{8}$

解答 (1) 60° (2) 12°

$\boxed{9}$

解答 56°

$\boxed{10}$

解答 (1) 略 (2) 略

$\boxed{11}$

解答 略

$\boxed{12}$

解答 (1) 略 (2) 略

$\boxed{13}$

解答 略

$\boxed{1}$

解説

(1) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{4}-\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{1}{2} & \cdots\cdots ① \\ 3x+2y-15=0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① の両辺に 12 をかけると $3(x+2)-4(y-3)=6$

$3x+6-4y+12=6$

$3x-4y+12=0 \quad \cdots\cdots ①'$

①′−② から $-6y+27=0$ よって $y=\dfrac{9}{2}$

$y=\dfrac{9}{2}$ を ①′ に代入すると $3x-4\times\dfrac{9}{2}+12=0$

$3x-18+12=0$ よって $x=2$

答 $x=2,\ y=\dfrac{9}{2}$

(2) $\dfrac{4x+5y-6}{2}=\dfrac{2x+7y-4}{3}=\dfrac{27-3x-4y}{4}$

これは次のように書ける。

$\begin{cases} \dfrac{4x+5y-6}{2}=\dfrac{2x+7y-4}{3} & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{4x+5y-6}{2}=\dfrac{27-3x-4y}{4} & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① の両辺に 6 をかけると $3(4x+5y-6)=2(2x+7y-4)$

$12x+15y-18=4x+14y-8$

$8x+y=10 \quad \cdots\cdots ①'$

② の両辺に 4 をかけると $2(4x+5y-6)=27-3x-4y$

$8x+10y-12=27-3x-4y$

$11x+14y=39 \quad \cdots\cdots ②'$

①′ から $y=-8x+10 \quad \cdots\cdots ③$

③ を ②′ に代入すると $11x+14(-8x+10)=39$

$$11x-112x+140=39$$
$$-101x=-101$$
$$x=1$$

$x=1$ を ③ に代入すると　$y=-8\times1+10=2$

答　$x=1$，$y=2$

(3)　$\dfrac{3}{x-y}=X$，$\dfrac{2}{4x+3y}=Y$ とおくと　$\begin{cases}5X+6Y=11 & \cdots\cdots ① \\ X+Y=2 & \cdots\cdots ②\end{cases}$

$$\begin{array}{lrl} ① & & 5X+6Y=11 \\ ②\times6 & -) & 6X+6Y=12 \\ \hline & & -X \quad\quad =-1 \end{array}$$

よって　$X=1$

$X=1$ を ② に代入すると　$1+Y=2$　よって　$Y=1$

$X=1$ から　$\dfrac{3}{x-y}=1$　よって　$x-y=3$　……③

$Y=1$ から　$\dfrac{2}{4x+3y}=1$　よって　$4x+3y=2$　……④

$$\begin{array}{lrl} ③\times3 & & 3x-3y=9 \\ ④ & +) & 4x+3y=2 \\ \hline & & 7x \quad\quad =11 \end{array}$$

よって　$x=\dfrac{11}{7}$

$x=\dfrac{11}{7}$ を ③ に代入すると　$\dfrac{11}{7}-y=3$　よって　$y=-\dfrac{10}{7}$

答　$x=\dfrac{11}{7}$，$y=-\dfrac{10}{7}$

よって　$x=\dfrac{1}{2}$

2

解説

(1)　$\begin{cases}2x+5y+z=5 & \cdots\cdots ① \\ 3x-2y+4z=11 & \cdots\cdots ② \\ 4x+3y+3z=5 & \cdots\cdots ③\end{cases}$

$$\begin{array}{lrl} ①\times4 & & 8x+20y+4z=20 \\ ② & -) & 3x-\ \ 2y+4z=11 \\ \hline & & 5x+22y \quad\quad =9 \end{array}$$
……④

$$\begin{array}{lrl} ①\times3 & & 6x+15y+3z=15 \\ ③ & -) & 4x+\ \ 3y+3z=5 \\ \hline & & 2x+12y \quad\quad =10 \end{array}$$

両辺を 2 でわると　$x+6y=5$　……⑤

$$\begin{array}{lrl} ④ & & 5x+22y=9 \\ ⑤\times5 & -) & 5x+30y=25 \\ \hline & & -8y=-16 \end{array}$$

よって　$y=2$

$y=2$ を ⑤ に代入すると

$x+12=5$　よって　$x=-7$

$x=-7$，$y=2$ を ① に代入すると

$-14+10+z=5$　よって　$z=9$

答　$x=-7$，$y=2$，$z=9$

(2)　$\begin{cases}x+y=4 & \cdots\cdots ① \\ y+z=5 & \cdots\cdots ② \\ z+x=7 & \cdots\cdots ③\end{cases}$

①−② から　$x-z=-1$　……④

③+④ から　$2x=6$　よって　$x=3$

$x=3$ を ① に代入すると　$3+y=4$　よって　$y=1$

$x=3$ を ③ に代入すると　$z+3=7$　よって　$z=4$

答　$x=3$，$y=1$，$z=4$

別解　①+②+③ から　$2(x+y+z)=16$

よって　$x+y+z=8$　……④

④−① から　$z=4$　　④−② から　$x=3$

④−③ から　$y=1$　　答　$x=3$，$y=1$，$z=4$

3

解説

(イ) の x と y を入れかえると次のようになり，このとき，2 つの連立方程式は同じ解をもつ。

$\begin{cases}6x-5y=3 & \cdots\cdots ① \\ 4x-y=a & \cdots\cdots ②\end{cases}$　　$\begin{cases}4y-3x=12 & \cdots\cdots ③ \\ by+2x=25 & \cdots\cdots ④\end{cases}$

①と③を連立方程式として解く。

$$\begin{array}{lrl} ① & 6x-5y= & 3 \\ ③\times 2 & +)\ -6x+8y= & 24 \\ \hline & 3y= & 27 \end{array}$$

よって　$y=9$

$y=9$ を①に代入すると　$6x-45=3$

$6x=48$　　よって　$x=8$

$x=8$，$y=9$ を②に代入すると　$32-9=a$　　よって　$a=23$

$x=8$，$y=9$ を④に代入すると　$9b+16=25$　　よって　$b=1$

答　$a=23$，$b=1$

4

解説

(1)　不等式を $\begin{cases} -1\leqq 3x-4 & \cdots\cdots ① \\ 3x-4<x+2a & \cdots\cdots ② \end{cases}$ とおく。

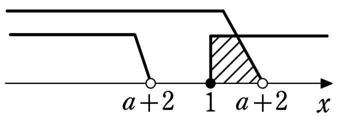
①を解くと　$3x\geqq 4-1$　すなわち　$x\geqq 1$

②を解くと　$3x-x<2a+4$　すなわち　$x<a+2$

①と②の共通範囲があるのは　$a+2>1$

のときである。

これを a について解くと　$a>-1$　答



(2)

$$x-\frac{3a-x}{2}>\frac{5x-9a}{4}-2$$

両辺に4をかけると　$4x-2(3a-x)>5x-9a-8$

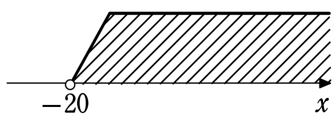
$$x>-3a-8$$

$x>-3a-8$ を満たす x の値が $x>-20$ を満たせばよいから

$$-3a-8\geqq -20$$

$$-3a\geqq -12$$

したがって　$a\leqq 4$



(3)　$\begin{cases} 5x-8>2x+1 & \cdots\cdots ① \\ 2x+3>4x-2a & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①より　$3x>9$

$x>3$　$\cdots\cdots$ ③

②より　$-2x>-2a-3$

$x<\dfrac{2a+3}{2}$　$\cdots\cdots$ ④

条件から，③，④の共通範囲が

$3<x<\dfrac{2a+3}{2}$　$\cdots\cdots$ ⑤

の形になり，この範囲に含まれる整数が4，5，6のみになればよい。

よって，⑤の範囲の右端 $\dfrac{2a+3}{2}$ が6より大きく7以下の値をとればよい。

すなわち　$6<\dfrac{2a+3}{2}\leqq 7$

$12<2a+3\leqq 14$

$9<2a\leqq 11$

したがって　$\dfrac{9}{2}<a\leqq\dfrac{11}{2}$

5

解説

グループの人数を x 人とする。

用意していた鉛筆の本数は　$(4x+19)$ 本

また，1人に6本ずつ配ると，最後の1人は2本以下であるから

$$6(x-1)\leqq 4x+19\leqq 6(x-1)+2$$

これは次のように表すことができる。

$$\begin{cases} 6(x-1)\leqq 4x+19 & \cdots\cdots ① \\ 4x+19\leqq 6(x-1)+2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①より　$6x-6\leqq 4x+19$

$2x\leqq 25$

$x\leqq\dfrac{25}{2}$　$\cdots\cdots$ ③

②より　$4x+19\leqq 6x-6+2$

$-2x\leqq -23$

$x\geqq\dfrac{23}{2}$　$\cdots\cdots$ ④

③，④ の共通範囲を求めて　$\frac{23}{2} \leqq x \leqq \frac{25}{2}$

x は自然数であるから　$x=12$

よって，用意していた鉛筆の本数は $4\times12+19=67$ より　67 本

これは問題に適している。

6

(解説)

x，y は，それぞれ小数第 1 位で四捨五入すると 3，7 になる数であるから

$$\frac{5}{2} \leqq x < \frac{7}{2} \quad \cdots\cdots ①,\quad \frac{13}{2} \leqq y < \frac{15}{2} \quad \cdots\cdots ②$$

(1)　② の各辺に -1 を掛けて　$-\frac{13}{2} \geqq -y > -\frac{15}{2}$

すなわち　$-\frac{15}{2} < -y \leqq -\frac{13}{2}$　$\cdots\cdots$ ③

①，③ の各辺を加えて　$-5 < x-y < -3$

(2)　② の逆数をとると　$\frac{2}{13} \geqq \frac{1}{y} > \frac{2}{15}$

すなわち　$\frac{2}{15} < \frac{1}{y} \leqq \frac{2}{13}$　$\cdots\cdots$ ④

①，④ の各辺を加えて　$\frac{81}{30} \leqq x+\frac{1}{y} < \frac{95}{26}$

(3)　① の各辺に正の数 $2y$ を掛けて　$5y \leqq 2xy < 7y$

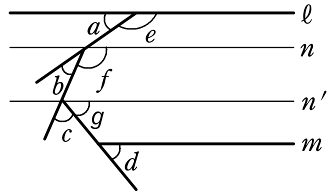
$\frac{13}{2} \leqq y$ の両辺に 5 を掛けて　$\frac{65}{2} \leqq 5y$

$y < \frac{15}{2}$ の両辺に 7 を掛けて　$7y < \frac{105}{2}$

したがって　$\frac{65}{2} \leqq 2xy < \frac{105}{2}$

7

(解説)



右の図のように，直線 ℓ と m に平行な直線 n，n' を引く。

右の図で，$m /\!/ n'$ より

$\angle g = \angle d$

$n /\!/ n'$ より　$\angle f = \angle c + \angle g = \angle c + \angle d$

$\ell /\!/ n$ より　$\angle e = \angle b + \angle f = \angle b + \angle c + \angle d$

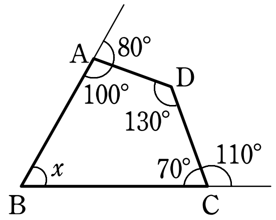
$\angle a + \angle e = 180°$ であるから

$\angle a + (\angle b + \angle c + \angle d) = 180°$

すなわち　$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 180°$

8

(解説)



(1)　$\angle \mathrm{DAB} = 180° - 80° = 100°$

$\angle \mathrm{DCB} = 180° - 110° = 70°$

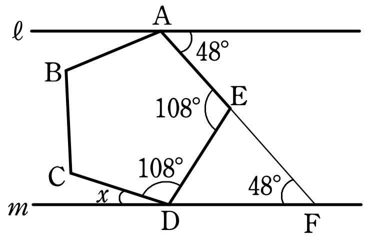
四角形 ABCD の内角の和は

$180° \times (4-2) = 360°$

よって　$100° + \angle x + 70° + 130° = 360°$

したがって　$\angle x = 360° - (100° + 70° + 130°)$

$= 360° - 300° = 60°$



(2)　辺 AE の延長と m の交点を F とする。

五角形 ABCDE は正五角形であるから，

1 つの内角の大きさは

$180° \times (5-2) \div 5 = 108°$

$\ell /\!/ m$ であるから

$\angle \mathrm{EFD} = 48°$

△EDF において，内角と外角の関係から

$\angle \mathrm{EDF} = 108° - 48° = 60°$

よって　$\angle x + 108° + 60° = 180°$

したがって　$\angle x = 180° - (108° + 60°) = 12°$

別解　右の図のように，正五角形 ABCDE の 2 つの頂点 C，D が直線 m 上にある場合を考える。

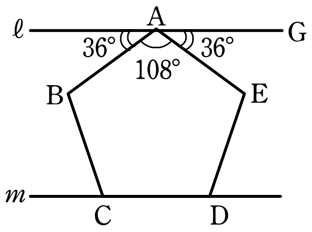
図のように，ℓ 上に点 G をとると

$$\angle GAE=(180°-108°)\div 2=36°$$

となる。

問題文の図は，右の図の状態から，点 D を中心として，正五角形を時計回りに $48°-36°=12°$ だけ回転したものである。

したがって　$\angle x=12°$



9

解説

右の図で，△BDC の内角の和は 180° であるから

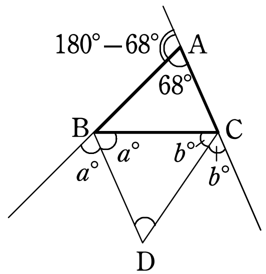
$$\angle BDC=180°-(a°+b°) \quad \cdots\cdots ①$$

また，△ABC の外角の和は 360° であるから

$$(180°-68°)+2(a°+b°)=360°$$

よって　$a°+b°=124°$　……②

① と ② から　$\angle BDC=180°-124°=56°$　答



10

解説

(1)　[仮定]　BC＝AC，CE＝CD，∠ACB＝∠ECD＝60°

[結論]　△BCE≡△ACD

証明　△BCE と △ACD において

△ABC と △DCE は正三角形であるから

BC＝AC　……①

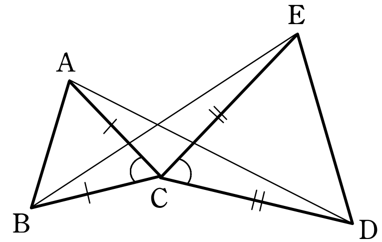
CE＝CD　……②

∠ACB＝∠ECD＝60° であるから

∠BCE＝60°＋∠ACE

＝∠ACD　……③

①，②，③ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから



△BCE≡△ACD　終

(2)　証明　(1) の結果から，∠BEC＝∠ADC＝$a°$ とおける。

よって　∠DEK＋∠KDE＝(60°＋$a°$)＋(60°－$a°$)

＝120°

△DEK の内角の和は 180° であるから

∠DKE＝180°－120°＝60°　終

11

解説

[仮定]　AB＝AD，CB＝CD

[結論]　直線 AC は線分 BD の垂直二等分線である

[証明]　△ABC と △ADC において

仮定より　AB＝AD　……①

CB＝CD　……②

また　AC＝AC (共通)　……③

①，②，③ より，3 辺がそれぞれ等しいから

△ABC≡△ADC

よって　∠BAC＝∠DAC　……④

AC と BD の交点を O とする。

△ABO と △ADO において，④ より

∠BAO＝∠DAO　……⑤

また　AO＝AO (共通)　……⑥

①，⑤，⑥ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABO≡△ADO

よって　BO＝DO　……⑦

∠AOB＝∠AOD　……⑧

⑧ と，∠AOB＋∠AOD＝180° より　∠AOB＝∠AOD＝90°

これと，⑦ より，直線 AC は線分 BD の垂直二等分線である。

12

解説

[仮定]　AB＝AC,

2点D，Eはともに円Aの周上の点

(1) ［結論］ $\angle ABE=\angle ACD$

［証明］ $\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ において

仮定より　$AB=AC$ ……①

$AE=AD$ ……②

また　$\angle BAE=\angle CAD$（共通） ……③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE\equiv\triangle ACD$

よって　$\angle ABE=\angle ACD$

(2) ［結論］ $DF=EF$

［証明］ $\triangle DBF$ と $\triangle ECF$ において

$DB=AB-AD$

$EC=AC-AE$

ここで，$AB=AC$，$AD=AE$ であるから

$DB=EC$ ……④

(1)より，$\triangle ABE\equiv\triangle ACD$ であるから

$\angle DBF=\angle ECF$ ……⑤

$\angle ADC=\angle AEB$ ……⑥

⑥より　$\angle BDF=\angle CEF$ ……⑦

④，⑤，⑦より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle DBF\equiv\triangle ECF$

よって　$DF=EF$

13

解説

［仮定］ $AD=BD$，$AE=CE$，

$BE=PE$，$CD=QD$

［結論］ 3点P，A，Qは一直線上にある

［証明］ $\triangle ADQ$ と $\triangle BDC$ において

仮定より　$AD=BD$ …… ①

$QD=CD$ …… ②

対頂角は等しいから

$\angle ADQ=\angle BDC$ …… ③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ADQ\equiv\triangle BDC$

よって　$\angle QAD=\angle CBD$

錯角が等しいから

$AQ /\!/ BC$ …… ④

$\triangle AEP$ と $\triangle CEB$ において

仮定より　$AE=CE$ …… ⑤

$PE=BE$ …… ⑥

対頂角は等しいから

$\angle AEP=\angle CEB$ …… ⑦

⑤，⑥，⑦より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AEP\equiv\triangle CEB$

よって　$\angle PAE=\angle BCE$

錯角が等しいから

$AP /\!/ BC$ …… ⑧

④，⑧より，AQ，APはともにBCと平行であることがわかる。

したがって，3点P，A，Qは一直線上にある。