

【定期試験対策講習】

1 学期 期**末**考查 対策教材②

中 1 海星数学

【注意事項】

本教材は

数学 X「文字式」

数学 Y「平面図形・空間図形」

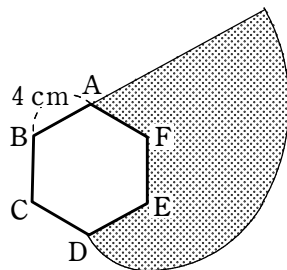
の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

【問題】

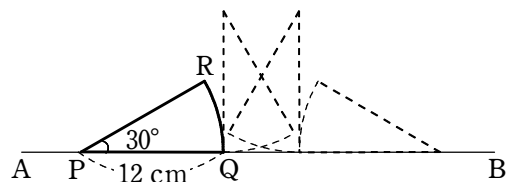
1

右の図のように、1 辺が 4 cm の正六角形 ABCDEF の周にそって巻いてある糸の一端が点 D にある。この糸を点 D から辺 BA の延長にくるまで、たるまないようにほどいていく。このとき、糸が通過する部分の、周の長さや面積を求めなさい。



2

右の図のように、半径 12 cm、中心角 30° の扇形 PQR がある。この扇形を、直線 AB 上をすべらないように、線分 PR が直線 AB 上に初めて重なるまで移動させる。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 点 P の軌跡の長さを求めなさい。
- (2) 扇形 PQR が通過した部分の面積を求めなさい。

3

次の計算をしなさい。

- (1) $2a^3b \times a^4b^2$
- (2) $16ab^2 \times \left(-\frac{1}{4}b\right)$
- (3) $(-a)^2 \times 2a$
- (4) $(-2x^2)^3 \times (-3x^2)$
- (5) $(-3a^2b)^2 \times (2ab^2)^3$

4

次の計算をしなさい。

- (1) $18a^2b \div (-6ab)$
- (2) $(-4x^3y^2) \div (-2x^2y^2)$
- (3) $6a^3b \div \frac{2}{3}a^2$
- (4) $(-3x^2y^3) \div \left(-\frac{3}{5}x^3y\right)$

5

- (1) $a = -2$ のとき、 $a^2 - 3a$ の値を求めなさい。
- (2) $x = -\frac{1}{2}$ 、 $y = \frac{2}{3}$ のとき、 $x^2 - y + 2xy$ の値を求めなさい。
- (3) $x = -\frac{1}{3}$ 、 $y = -\frac{1}{2}$ のとき、 $6x^2y \div (-3xy) \times \frac{9}{2}xy$ の値を求めなさい。

6

家から a m 離れた駅へ、行きは毎分 40 m の速さで歩き、駅で 5 分休んだあと、帰りは毎分 60 m の速さで歩いた。家を出発してから再び家に戻るまでの時間は何分になるかを、 a を用いた最も簡単な式で表しなさい。

7

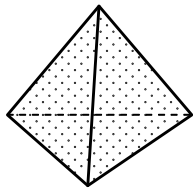
2 つの奇数の和は偶数である。そのわけを、文字を用いて説明しなさい。

8

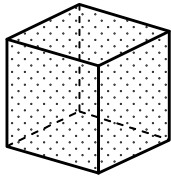
正多面体について、次の表を完成させなさい。

正多面体	面の数	面の形	1 頂点に集まる面の数	頂点の数	辺の数
正四面体					
正六面体					
正八面体					
正十二面体					
正二十面体					

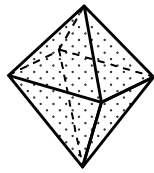
<参考図>



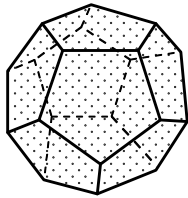
正四面体



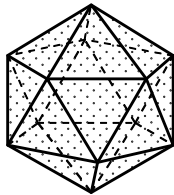
正六面体 (立方体)



正八面体



正十二面体

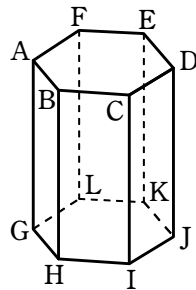


正二十面体

9

右の図の正六角柱の辺や面について、次の問いに答えなさい。

- (1) 辺 AB と平行な辺をすべて答えなさい。
- (2) 辺 BC とねじれの位置にある辺をすべて答えなさい。
- (3) 面 $ABCDEF$ と垂直な辺は何本あるか答えなさい。
- (4) 平面 $ABJK$ と平行な辺をすべて答えなさい。
- (5) この正六角柱に、平行な位置関係にある面は何組あるか答えなさい。
- (6) 面 $BCIH$ と垂直な面をすべて答えなさい。



10

空間内の異なる2つの直線 ℓ , m と平面 P について、次の中から正しいものをすべて選びなさい。

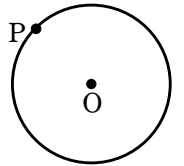
ただし、 ℓ , m は平面 P 上にない直線である。

- ① $\ell \parallel m$, $\ell \parallel P$ のとき、 $m \parallel P$ である。
- ② $\ell \parallel P$, $m \parallel P$ のとき、 $\ell \parallel m$ である。

- ③ $\ell \parallel m$, $\ell \perp P$ のとき、 $m \perp P$ である。

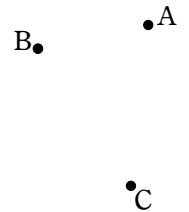
11

右の図のように、円 O の周上に点 P がある。
点 P を通る円 O の接線を作図しなさい。



12

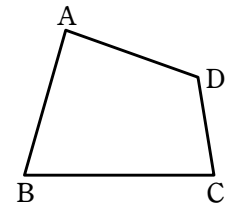
右の図の3点 A , B , C を通る円を作図しなさい。



13

右の図のような四角形の紙 $ABCD$ を、次のように折ったとき、折り目となる線を作図しなさい。

- (1) 辺 AB が辺 BC 上に重なる。
- (2) 点 B が点 D に重なる。



14

右の図の線分 AB について、 $\angle CAB = 45^\circ$, $\angle BCA = 75^\circ$ である $\triangle ABC$ を作図しなさい。



15

次の計算をなさい。

(1) $10ab^2 \times (-a^3) \div 2a^3b$

(2) $5x^5y \div (-3x^3y^2) \times (-3y^2)^3$

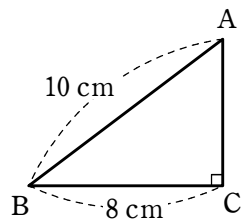
(3) $36a^3b^2 \div (-9a^2b) \div 2b$

16

右の図のように、 $AB=10$ cm, $BC=8$ cm, $\angle C=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。この三角形を、点 B を回転の中心として、反時計回りに 90° だけ回転移動させる。

(1) 辺 AC が通過してできる図形をかきなさい。

(2) (1) の図形の面積を求めなさい。



【解答&解説】

1

解答 周の長さ $(8\pi + 24)$ cm, 面積 $\frac{112}{3}\pi \text{ cm}^2$

2

解答 (1) $14\pi \text{ cm}$ (2) $96\pi \text{ cm}^2$

3

解答 (1) $2a^7b^3$ (2) $-4ab^3$ (3) $2a^3$ (4) $24x^8$ (5) $72a^7b^8$

4

解答 (1) $-3a$ (2) $2x$ (3) $9ab$ (4) $\frac{5y^2}{x}$

5

解答 (1) 10 (2) $-\frac{13}{12}$ (3) $\frac{1}{2}$

6

解答 $\left(\frac{a}{24} + 5\right)$ 分

7

解答 略

8

解答

正多面体	面の数	面の形	1頂点に集まる面の数	頂点の数	辺の数
正四面体	4	正三角形	3	4	6
正六面体	6	正方形	3	8	12
正八面体	8	正三角形	4	6	12
正十二面体	12	正五角形	3	20	30
正二十面体	20	正三角形	5	12	30

9

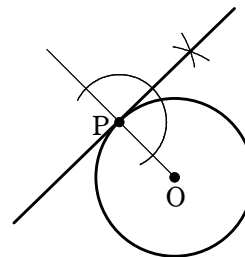
解答 (1) 辺 GH, DE, JK (2) 辺 AG, DJ, EK, FL, GH, IJ, JK, LG
(3) 6本 (4) 辺 DE, GH (5) 4組 (6) 面 ABCDEF, GHIJKL

10

解答 ①, ③

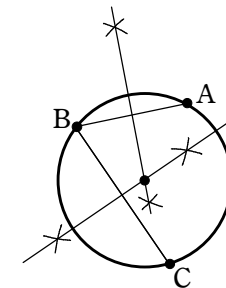
11

解答



12

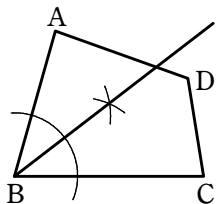
解答 [図]



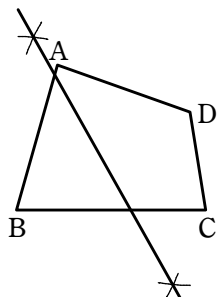
13

解答 (1) [図] (2) [図]

(1)

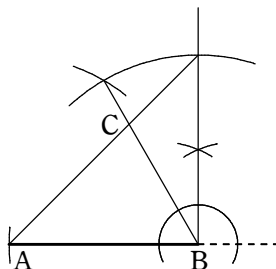


(2)



14

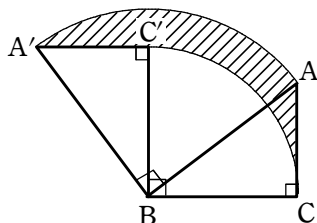
解答 [図]



15

解答 (1) $-5ab$ (2) $45x^2y^5$ (3) $-2a$

16

解答 (1) [図] の斜線部分 (2) $9\pi \text{ cm}^2$ 

1

解説

右の図のように、糸の端がえがく線と辺 FE, AF, BA の延長との交点を、それぞれ P, Q, R とする。

糸が通過する部分は、3つの扇形 EDP, FPQ, AQR に分けられる。

正六角形の1つの角の大きさは 120° であるから、3つの扇形の中心角はすべて 60° である。

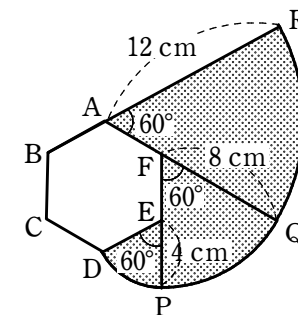
また $EP = 4 \text{ (cm)}$, $FQ = 8 \text{ (cm)}$, $AR = 12 \text{ (cm)}$

よって、糸が通過する部分の周の長さは

$$2\pi \times 4 \times \frac{60}{360} + 2\pi \times 8 \times \frac{60}{360} + 2\pi \times 12 \times \frac{60}{360} + 12 + 4 \times 3$$

$$= 8\pi + 24 \text{ (cm)}$$

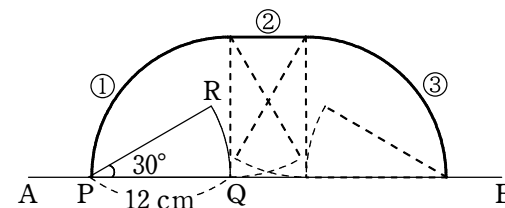
$$\text{面積は } \pi \times 4^2 \times \frac{60}{360} + \pi \times 8^2 \times \frac{60}{360} + \pi \times 12^2 \times \frac{60}{360} = \frac{112}{3} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



2

解説

扇形 PQR は、次の図のように動く。



(1) ①と③の部分は、半径 12 cm 、中心角 90° の扇形の弧で、その長さはそれぞれ

$$2\pi \times 12 \times \frac{90}{360} = 6\pi \text{ (cm)}$$

また、扇形の弧が直線 AB に接しながら動くとき、P と直線 AB の距離は一定であるから、②の部分は AB に平行な線分である。

その長さは、扇形の弧 $\widehat{QR}$ の長さに等しいから

$$2\pi \times 12 \times \frac{30}{360} = 2\pi \text{ (cm)}$$

したがって、求める長さは

$$6\pi \times 2 + 2\pi = 14\pi \text{ (cm)}$$

(2) ①と③の部分は、半径12 cm、中心角90°の扇形で、その面積はそれぞれ

$$\pi \times 12^2 \times \frac{90}{360} = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

また、②の部分は長方形で、その面積は

$$2\pi \times 12 = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

したがって、求める面積は

$$36\pi \times 2 + 24\pi = 96\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

3

解説

$$(1) 2a^3b \times a^4b^2 = 2 \times (a^3 \times a^4 \times b \times b^2) = 2a^7b^3$$

$$(2) 16ab^2 \times \left(-\frac{1}{4}b\right) = 16 \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times a \times b^2 \times b = -4ab^3$$

$$(3) (-a)^2 \times 2a = a^2 \times 2a = 2 \times a^2 \times a = 2a^3$$

$$(4) (-2x^2)^3 \times (-3x^2) = (-8x^6) \times (-3x^2) = (-8) \times (-3) \times x^6 \times x^2 = 24x^8$$

$$(5) (-3a^2b)^2 \times (2ab^2)^3 = 9a^4b^2 \times 8a^3b^6 = 9 \times 8 \times a^4 \times a^3 \times b^2 \times b^6 = 72a^7b^8$$

4

解説

$$(1) 18a^2b \div (-6ab) = \frac{18a^2b}{-6ab} = -3a$$

$$(2) (-4x^3y^2) \div (-2x^2y^2) = \frac{-4x^3y^2}{-2x^2y^2} = 2x$$

$$(3) 6a^3b \div \frac{2}{3}a^2 = 6a^3b \times \frac{3}{2a^2} = \frac{6 \times 3 \times a^3b}{2a^2} = 9ab$$

$$(4) (-3x^2y^3) \div \left(-\frac{3}{5}x^3y\right) = (-3x^2y^3) \times \left(-\frac{5}{3x^3y}\right) = \frac{(-3) \times (-5) \times x^2y^3}{3 \times x^3y} = \frac{5y^2}{x}$$

5

解説

$$(1) a = -2 \text{ を代入して } a^2 - 3a = (-2)^2 - 3 \times (-2) = 4 + 6 = 10 \text{ 答}$$

$$(2) x = -\frac{1}{2}, y = \frac{2}{3} \text{ を代入して}$$

$$\begin{aligned} x^2 - y + 2xy &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{2}{3} + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{1}{4} - \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{1}{4} - \frac{4}{3} = \frac{3-16}{12} = -\frac{13}{12} \text{ 答} \end{aligned}$$

$$(3) 6x^2y \div (-3xy) \times \frac{9}{2}xy = \frac{6x^2y \times 9xy}{(-3xy) \times 2} = \frac{6 \times 9 \times x^2y \times xy}{(-3) \times 2 \times xy} = -9x^2y$$

$$\text{これに } x = -\frac{1}{3}, y = -\frac{1}{2} \text{ を代入して}$$

$$-9x^2y = -9 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -9 \times \frac{1}{9} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \text{ 答}$$

6

解説

家から駅へ行くのに要する時間は $\frac{a}{40}$ 分、帰りに要する時間は $\frac{a}{60}$ 分である。

よって、家を出発してから再び家に戻るまでの時間は

$$\frac{a}{40} + \frac{a}{60} + 5 = \frac{3a+2a}{120} + 5 = \frac{5a}{120} + 5 = \frac{a}{24} + 5 \text{ (分)}$$

7

解説

2つの奇数は、整数 m, n を用いて

$$2m+1, \quad 2n+1$$

と表される。

この2つの数の和は

$$\begin{aligned} (2m+1) + (2n+1) &= 2m+2n+2 \\ &= 2(m+n+1) \end{aligned}$$

$m+n+1$ は整数であるから、 $2(m+n+1)$ は偶数である。

よって、2つの奇数の和は偶数である。 終

8

解説

正多面体	面の数	面の形	1頂点に集まる面の数	頂点の数	辺の数
正四面体	4	正三角形	3	4	6
正六面体	6	正方形	3	8	12
正八面体	8	正三角形	4	6	12
正十二面体	12	正五角形	3	20	30
正二十面体	20	正三角形	5	12	30

図

9

解説

- (1) 面 ABHG, EDJK は長方形で、面 ABCDEF は正六角形であるから、辺 AB と平行な辺は 辺 GH, DE, JK
- (2) 辺 BC とねじれの位置にある辺は、BC と同じ平面上にない辺であるから 辺 AG, DJ, EK, FL, GH, IJ, JK, LG
- (3) 面 ABCDEF と垂直な辺は 辺 AG, BH, CI, DJ, EK, FL
- よって 6 本
- (4) 平面 ABJK と平行な辺は、平面 ABJK と交わらない辺であるから 辺 DE, GH
- (5) 平行な位置関係にある面は 面 ABCDEF と面 GHIJKL, 面 ABHG と面 EDJK, 面 BCIH と面 FEKL, 面 CDJI と面 AFLG
- よって 4 組
- (6) 直線 BH は、面 ABCDEF, GHIJKL のそれぞれと垂直であるから、面 BCIH と垂直な面は 面 ABCDEF, GHIJKL

10

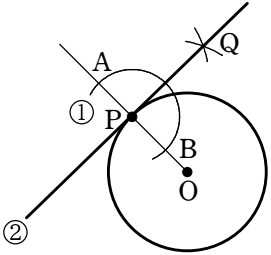
解説

- ① 正しい
- ② l と m は交わる場合があるので、正しくない。
- ③ 正しい
- よって、正しいものは ①, ③

11

解説

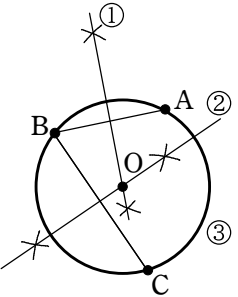
- ① 半直線 OP をひく。点 P を中心とする円をかき、半直線 OP との交点をそれぞれ A, B とする。
- ② 2 点 A, B をそれぞれ中心として、等しい半径の円をかき、その交点の 1 つを Q とし、直線 PQ をひく。このとき、直線 PQ は、点 P を通る円 O の接線である。



12

解説

- ① 2 点 A, B を結び、線分 AB の垂直二等分線を作図する。
- ② 2 点 B, C を結び、線分 BC の垂直二等分線を作図する。
- ③ ①, ② で作図した 2 直線の交点を O とし、O を中心とする半径 OA の円をかき。
- このとき、 $OA = OB, OB = OC,$
- すなわち $OA = OB = OC$
- が成り立つ。
- したがって、円 O は 3 点 A, B, C を通る。

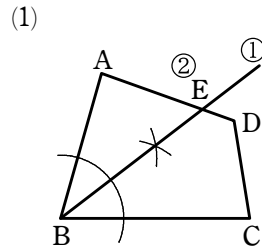


13

解説

(1) ① $\angle ABC$ の二等分線を作図する。

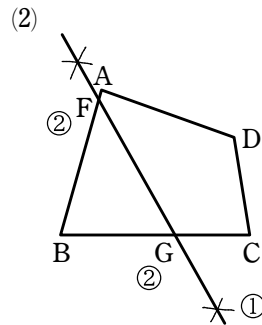
② ① で作図した二等分線と辺との交点を E とする。
このとき、線分 BE が求める折り目である。



(2) ① 線分 BD の垂直二等分線を作図する。

② ① で作図した垂直二等分線と辺との交点をそれぞれ F, G とする。

このとき、線分 FG が求める折り目である。



14

解説

$\angle ABC = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$ であることを利用する。

① 点 B を通り、辺 AB に垂直な直線を引く。

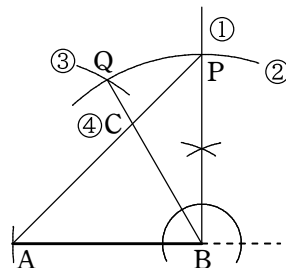
② ① でかいた直線上に、 $PB = AB$ となる点 P をとり、線分 AP をかく。

③ 線分 AB を 1 辺とする正三角形 QAB の頂点 Q を、AB について点 P と同じ側に作図する。

④ 線分 BQ をかき、線分 AP との交点を C とする。

このとき、 $\triangle ABP$ は $AB = BP$ の直角二等辺三角形であるから $\angle BAP = 45^\circ$

また、 $\triangle ABQ$ は正三角形であるから、 $\angle ABQ = 60^\circ$ となり、 $\triangle ABC$ は求める三角形である。図



15

解説

$$(1) \quad 10ab^2 \times (-a^3) \div 2a^3b = \frac{10ab^2 \times (-a^3)}{2a^3b} = -\frac{10ab^2 \times a^3}{2a^3b} = -5ab \quad \text{答}$$

$$(2) \quad 5x^5y \div (-3x^3y^2) \times (-3y^2)^3 = 5x^5y \div (-3x^3y^2) \times (-27y^6) = \frac{5x^5y \times (-27y^6)}{-3x^3y^2} = \frac{5 \times (-27) \times x^5y \times y^6}{-3x^3y^2} = 45x^2y^5 \quad \text{答}$$

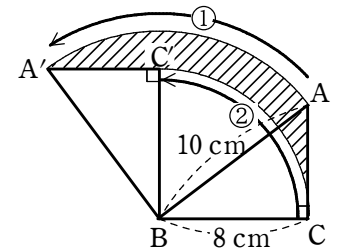
$$(3) \quad 36a^3b^2 \div (-9a^2b) \div 2b = \frac{36a^3b^2}{(-9a^2b) \times 2b} = \frac{36a^3b^2}{(-9) \times 2 \times a^2b \times b} = -2a \quad \text{答}$$

16

解説

(1) 右の図のように、点 B を回転の中心として、 $\triangle ABC$ を反時計回りに 90° だけ回転してできる $\triangle A'B'C'$ をかく。

点 A は弧 AA' (①) を動き、点 C は弧 CC' (②) を動くから、辺 AC が通過する部分は、右の図の斜線部分である。



(2) 辺 AC を点 B を中心に 360° 回転させると、B を中心とする半径 10 cm と 8 cm の 2 つの円の間の部分となる。

求める面積は、その 90° だけ回転した分の面積で

$$(\pi \times 10^2 - \pi \times 8^2) \times \frac{90}{360} = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

