【定期試験対策講習】

1学期
期末考査
対策教材①

中1六甲数学

【注意事項】

本教材は

数学1「文字式」乗除計算～
数学2「平面図形」後半

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

【問題】

$\boxed{1}$

次の計算をしなさい。

(1) $2a^3b\times a^4b^2$　(2) $16ab^2\times\left(-\frac{1}{4}b\right)$　(3) $(-a)^2\times 2a$

(4) $(-2x^2)^3\times(-3x^2)$　(5) $(-3a^2b)^2\times(2ab^2)^3$

$\boxed{2}$

次の計算をしなさい。

(1) $18a^2b\div(-6ab)$　(2) $(-4x^3y^2)\div(-2x^2y^2)$

(3) $6a^3b\div\frac{2}{3}a^2$　(4) $(-3x^2y^3)\div\left(-\frac{3}{5}x^3y\right)$

$\boxed{3}$

次の式の値を求めなさい。

(1) $x=\frac{2}{3}$，$y=-\frac{1}{2}$ のとき，$\frac{3x-y+1}{2}-\frac{5x-3y-2}{4}$ の値

(2) $x=\frac{1}{2}$，$y=2$ のとき，$(-3xy^2)^3\div(-x^2y)^2\times\left(\frac{1}{6y}\right)^2$ の値

$\boxed{4}$

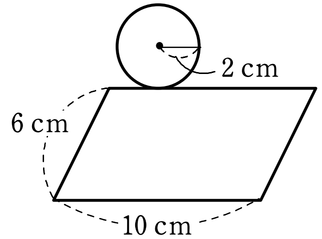
ある整数が 9 の倍数であるかどうかを調べるには，各位の数の和が 9 の倍数であるかどうかを調べるとよい。このわけを 3 けたの整数で説明しなさい。

$\boxed{5}$

$(\boxed{})\times\frac{1}{5}x^3y^2\div\left(-\frac{2}{5}x^4y^3\right)^2=\frac{15}{2x^3y^2}$ の空欄にあてはまる式を求めなさい。

$\boxed{6}$

半径 2 cm の円 O が，右の図の平行四辺形の辺にそって，すべることなく転がって 1 周する。

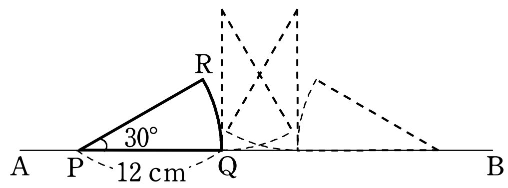


(1) 点 O が動いてできる線の長さを求めなさい。

(2) 点 O が動いてできる線と平行四辺形の辺で囲まれた部分の面積を求めなさい。

$\boxed{7}$

右の図のように，半径 12 cm，中心角 30° の扇形 PQR がある。この扇形を，直線 AB 上をすべらないように，線分 PR が直線 AB 上に初めて重なるまで移動させる。このとき，次の問いに答えなさい。



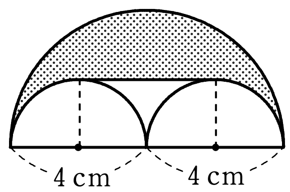
(1) 点 P の軌跡の長さを求めなさい。

(2) 扇形 PQR が通過した部分の面積を求めなさい。

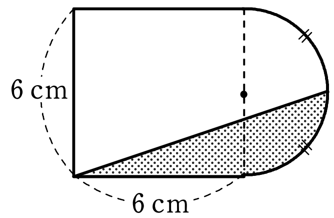
$\boxed{8}$

下の図で，影をつけた部分の面積を求めなさい。

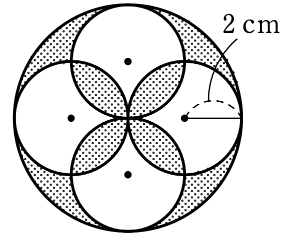
(1)



(2)

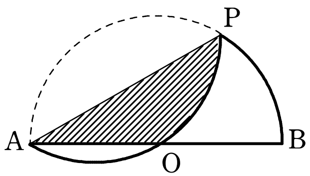


(3)



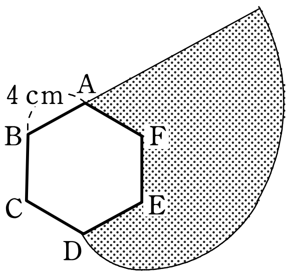
9

ABを直径とする半円の弧上に点Pがある。図のようにAPで折り曲げたとき，弧APが半円の中心Oと重なった。AB＝4 cmのとき，図の影をつけた部分の面積を求めなさい。



10

右の図のように，1辺が4 cmの正六角形ABCDEFの周にそって巻いてある糸の一端が点Dにある。この糸を点Dから辺BAの延長にくるまで，たるまないようにほどいていく。このとき，糸が通過する部分の，周の長さと面積を求めなさい。

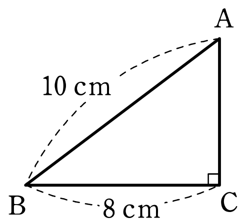


11

右の図のように，AB＝10 cm，BC＝8 cm，∠C＝90° の直角三角形ABCがある。この三角形を，点Bを回転の中心として，反時計回りに90° だけ回転移動させる。

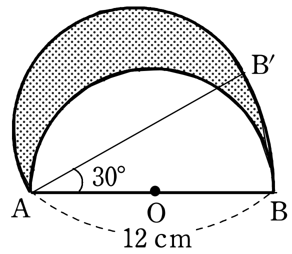
(1)　辺ACが通過してできる図形をかきなさい。

(2)　(1)の図形の面積を求めなさい。



12

右の図のように，長さ12 cmの線分ABを直径とする半円がある。点Aを中心として，この半円を図のように30° だけ回転すると，ABはAB′の位置にくる。この回転によって，半円の弧が通過してできる図形の面積を求めなさい。



13

次の計算をしなさい。

(1)　$-\left(\frac{1}{2}xy^3\right)^2\times(-2x^2y)^3$

(2)　$\left(-\frac{1}{3}a^2b^3\right)^3\div(-a^2b)^2$

(3)　$\left(\frac{3}{2}x^2y\right)^3\div(-6xy^4)\times\left(-\frac{4y}{x^2}\right)^2$

(4)　$\frac{3}{128}x^4y\div\left(-\frac{3}{2}x^2y\right)^3\times(-6xy^3)^2$

(5)　$\left(-\frac{4}{3}ab^2\right)^2\times\left(-\frac{1}{2}a^3b^2\right)^3\div\frac{1}{9}a^5b^4$

(6)　$(-16ab^2)^2\times\left(-\frac{1}{5}a^2\right)^3\div\left(-\frac{4}{5}a^2b\right)^4$

【解答&解説】

$\boxed{1}$

解答 (1) $2a^7b^3$ (2) $-4ab^3$ (3) $2a^3$ (4) $24x^8$ (5) $72a^7b^8$

$\boxed{2}$

解答 (1) $-3a$ (2) $2x$ (3) $9ab$ (4) $\dfrac{5y^2}{x}$

$\boxed{3}$

解答 (1) $\dfrac{25}{24}$ (2) -6

$\boxed{4}$

解答 略

$\boxed{5}$

解答 $6x^2y^2$

$\boxed{6}$

解答 (1) $(32+4\pi)$ cm (2) $(64+4\pi)$ cm^2

$\boxed{7}$

解答 (1) 14π cm (2) 96π cm^2

$\boxed{8}$

解答 (1) $(6\pi-8)$ cm^2 (2) $\left(\dfrac{9}{4}\pi+\dfrac{9}{2}\right)$ cm^2 (3) $(16\pi-32)$ cm^2

$\boxed{9}$

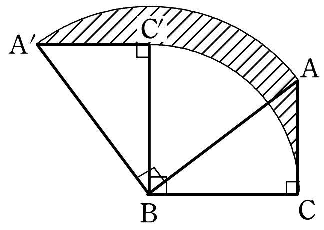
解答 $\dfrac{2}{3}\pi$ cm^2

$\boxed{10}$

解答 周の長さ $(8\pi+24)$ cm，面積 $\dfrac{112}{3}\pi$ cm^2

$\boxed{11}$

解答 (1) [図] の斜線部分 (2) 9π cm^2



$\boxed{12}$

解答 12π cm^2

$\boxed{13}$

解答 (1) $2x^8y^9$ (2) $-\dfrac{1}{27}a^2b^7$ (3) $-9xy$ (4) $-\dfrac{1}{4}y^4$ (5) $-2a^6b^6$

(6) -5

$\boxed{1}$

解説

(1) $2a^3b\times a^4b^2=2\times(a^3\times a^4\times b\times b^2)=2a^7b^3$

(2) $16ab^2\times\left(-\dfrac{1}{4}b\right)=16\times\left(-\dfrac{1}{4}\right)\times a\times b^2\times b=-4ab^3$

(3) $(-a)^2\times 2a=a^2\times 2a=2\times a^2\times a=2a^3$

(4) $(-2x^2)^3\times(-3x^2)=(-8x^6)\times(-3x^2)=(-8)\times(-3)\times x^6\times x^2=24x^8$

(5) $(-3a^2b)^2\times(2ab^2)^3=9a^4b^2\times 8a^3b^6=9\times 8\times a^4\times a^3\times b^2\times b^6=72a^7b^8$

$\boxed{2}$

解説

(1) $18a^2b\div(-6ab)=\dfrac{18a^2b}{-6ab}=-3a$

(2) $(-4x^3y^2)\div(-2x^2y^2)=\dfrac{-4x^3y^2}{-2x^2y^2}=2x$

(3) $6a^3b\div\dfrac{2}{3}a^2=6a^3b\times\dfrac{3}{2a^2}=\dfrac{6\times 3\times a^3b}{2a^2}=9ab$

(4) $(-3x^2y^3)\div\left(-\dfrac{3}{5}x^3y\right)=(-3x^2y^3)\times\left(-\dfrac{5}{3x^3y}\right)=\dfrac{(-3)\times(-5)\times x^2y^3}{3\times x^3y}=\dfrac{5y^2}{x}$

3

(解説)

(1) $\dfrac{3x-y+1}{2}-\dfrac{5x-3y-2}{4}=\dfrac{2(3x-y+1)-(5x-3y-2)}{4}=\dfrac{x+y+4}{4}$

$$=\frac{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+4}{4}=\frac{25}{24}$$

(2) $(-3xy^2)^3\div(-x^2y)^2\times\left(\dfrac{1}{6y}\right)^2=-27x^3y^6\div x^4y^2\times\dfrac{1}{36y^2}=-\dfrac{27x^3y^6}{x^4y^2\times 36y^2}$

$$=-\frac{3y^2}{4x}=-\frac{3\times 2^2}{4\times\frac{1}{2}}=-6$$

4

(解説)

3 けたの整数は，百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c（a は 0 でない）とすると，$100a+10b+c$ と表される。

$$100a+10b+c=(9\times 11+1)a+(9\times 1+1)b+c$$
$$=9(11a+b)+a+b+c$$

$11a+b$ は整数であるから，$9(11a+b)$ は 9 の倍数である。

よって，$100a+10b+c$ が 9 の倍数であるかどうかは，$a+b+c$ が 9 の倍数であるかどうかで決まる。

したがって，各位の数の和が 9 の倍数であれば，その整数は 9 の倍数であり，和が 9 の倍数でなければ，その整数は 9 の倍数でない。 (終)

5

(解説)

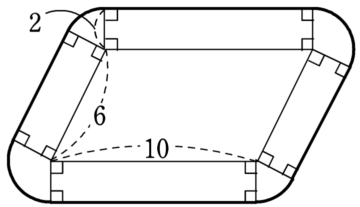
$(\boxed{})\times\dfrac{1}{5}x^3y^2$ は，$\left(-\dfrac{2}{5}x^4y^3\right)^2$ でわると $\dfrac{15}{2x^3y^2}$ になる式であるから

$$(\boxed{})\times\frac{1}{5}x^3y^2=\frac{15}{2x^3y^2}\times\left(-\frac{2}{5}x^4y^3\right)^2=\frac{15}{2x^3y^2}\times\frac{4}{25}x^8y^6=\frac{6}{5}x^5y^4$$

よって　$\boxed{}=\dfrac{6}{5}x^5y^4\div\dfrac{1}{5}x^3y^2=6x^2y^2$

6

(解説)



点 O が動いてできる線は，右の図の太線部分である。この太線と平行四辺形で囲まれた部分は，長方形 4 つと扇形 4 つからできており，この 4 つの扇形を合わせると，半径 2 cmの円が 1 つできる。

(1) $(6+10)\times 2+(2\pi\times 2)=32+4\pi$

　　(答) $(32+4\pi)$ cm

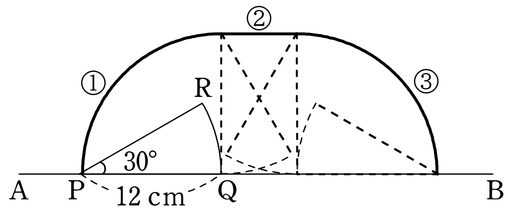
(2) $(6\times 2+10\times 2)\times 2+\pi\times 2^2=64+4\pi$

　　(答) $(64+4\pi)$ cm^2

7

(解説)

扇形 PQR は，次の図のように動く。



(1) ① と ③ の部分は，半径 12 cm，中心角 90° の扇形の弧で，その長さはそれぞれ

$$2\pi\times 12\times\frac{90}{360}=6\pi\ (\text{cm})$$

また，扇形の弧が直線 AB に接しながら動くとき，P と直線 AB の距離は一定であるから，② の部分は AB に平行な線分である。

その長さは，扇形の弧 $\overset{\frown}{QR}$ の長さに等しいから

$$2\pi\times 12\times\frac{30}{360}=2\pi\ (\text{cm})$$

したがって，求める長さは

$$6\pi\times2+2\pi=14\pi\ (\mathrm{cm})$$

(2)　① と ③ の部分は，半径 12 cm，中心角 90° の扇形で，その面積はそれぞれ

$$\pi\times12^2\times\frac{90}{360}=36\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

また，② の部分は長方形で，その面積は

$$2\pi\times12=24\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

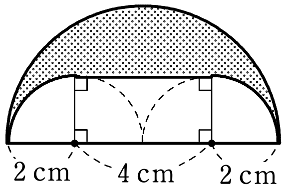
したがって，求める面積は

$$36\pi\times2+24\pi=96\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

8

(解説)

(1)　影をつけた部分は，半径 4 cm の半円から，半径 2 cm の四分円 2 つと，縦 2 cm，横 4 cm の長方形を除いたものである。

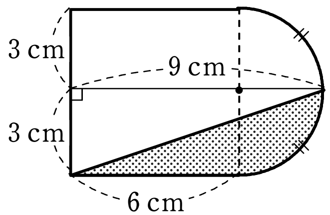


よって，求める面積は

$$\pi\times4^2\times\frac{1}{2}-\left(\pi\times2^2\times\frac{1}{4}\times2+2\times4\right)$$

$$=6\pi-8\ (\mathrm{cm}^2)$$

(2)　影をつけた部分は，図形全体の下半分から底辺 9 cm，高さ 3 cm の直角三角形を除いたものである。

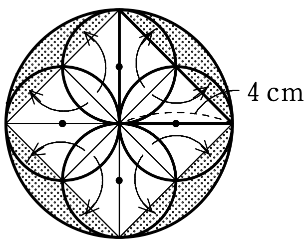


よって，求める面積は

$$\pi\times3^2\times\frac{1}{4}+3\times6-\frac{1}{2}\times9\times3$$

$$=\frac{9}{4}\pi+\frac{9}{2}\ (\mathrm{cm}^2)$$

(3)　図形の一部を移動すると，右の図のようになる。影をつけた部分は，半径 4 cm の円から底辺 4 cm，高さ 4 cm の直角三角形 4 つを除いたものである。



よって，求める面積は

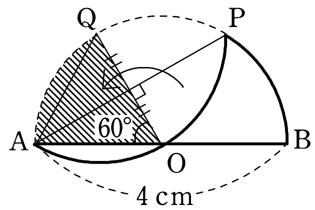
$$\pi\times4^2-\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times4=16\pi-32\ (\mathrm{cm}^2)$$

9

(解説)

折り曲げたとき， O に重なる弧上の点を Q とすると

$$\mathrm{OA}=\mathrm{OQ}$$



また、O と Q は直線 AP について対称であるから

$$\mathrm{AQ}=\mathrm{AO}$$

よって，△QAO は正三角形となる。図形の一部を移動すると，右の図のようになる。

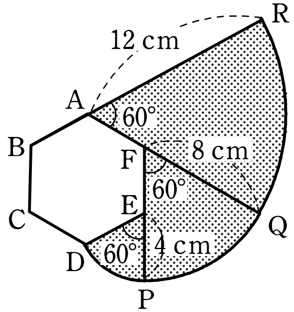
よって，求める面積は

$$\pi\times2^2\times\frac{60}{360}=\frac{2}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

10

(解説)

右の図のように，糸の端がえがく線と辺 FE，AF，BA の延長との交点を，それぞれ P，Q，R とする。



糸が通過する部分は，3 つの扇形 EDP，FPQ，AQR に分けられる。

正六角形の 1 つの角の大きさは 120° であるから，3 つの扇形の中心角はすべて 60° である。

また　　EP＝4 (cm)，FQ＝8 (cm)，AR＝12 (cm)

よって，糸が通過する部分の周の長さは

$$2\pi\times4\times\frac{60}{360}+2\pi\times8\times\frac{60}{360}+2\pi\times12\times\frac{60}{360}+12+4\times3$$

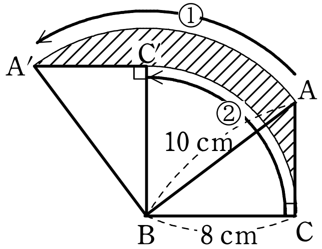
$$=8\pi+24\ (\mathrm{cm})$$

面積は　　$\pi\times4^2\times\frac{60}{360}+\pi\times8^2\times\frac{60}{360}+\pi\times12^2\times\frac{60}{360}=\frac{112}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

11

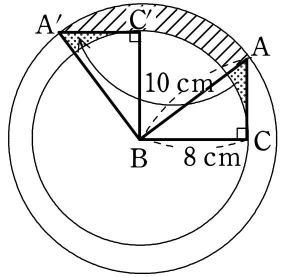
(解説)

(1)　右の図のように，点 B を回転の中心として，△ABC を反時計回りに 90° だけ回転してできる △A′BC′ をかく。
点 A は弧 AA′ (①) を動き，点 C は弧 CC′ (②) を動くから，辺 AC が通過する部分は，右の図の斜線部分である。



(2)　辺 AC を点 B を中心に 360° 回転させると，B を中心とする半径 10 cm と 8 cm の 2 つの円の間の部分となる。
求める面積は，その 90° だけ回転した分の面積で

$$(\pi\times10^2-\pi\times8^2)\times\frac{90}{360}=9\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$



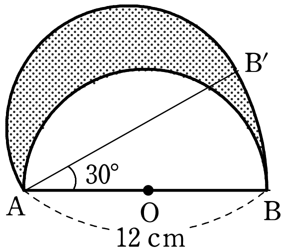
12

(解説)

(解 1)　半円の弧が通過してできる図形は，右の図の影をつけた部分である。
よって，求める面積は

(AB′ を直径とする半円の面積)＋(扇形 ABB′ の面積)
　－(AB を直径とする半円の面積)
＝(扇形 ABB′ の面積)

$$=\pi\times12^2\times\frac{30}{360}=12\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$



(解 2)　点 A を中心に半円を 360° 回転させたとき，半円の弧が通過してできる図形は，半径 12 cm の円になる。
求める面積は，その 30 ° だけ回転した分の面積であるから

$$\pi\times12^2\times\frac{30}{360}=12\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

13

(解説)

(1)　$-\left(\frac{1}{2}xy^3\right)^2\times(-2x^2y)^3=-\frac{1}{4}x^2y^6\times(-8x^6y^3)=2x^8y^9$

(2)　$\left(-\frac{1}{3}a^2b^3\right)^3\div(-a^2b)^2=-\frac{1}{27}a^6b^9\div a^4b^2=-\frac{a^6b^9}{27\times a^4b^2}=-\frac{1}{27}a^2b^7$

(3)　$\left(\frac{3}{2}x^2y\right)^3\div(-6xy^4)\times\left(-\frac{4y}{x^2}\right)^2=\frac{27}{8}x^6y^3\div(-6xy^4)\times\frac{16y^2}{x^4}$

$$=-\frac{27x^6y^3\times16y^2}{8\times6xy^4\times x^4}=-9xy$$

(4)　$\frac{3}{128}x^4y\div\left(-\frac{3}{2}x^2y\right)^3\times(-6xy^3)^2=\frac{3}{128}x^4y\div\left(-\frac{27}{8}x^6y^3\right)\times36x^2y^6$

$$=-\frac{3x^4y\times8\times36x^2y^6}{128\times27x^6y^3}=-\frac{1}{4}y^4$$

(5)　$\left(-\frac{4}{3}ab^2\right)^2\times\left(-\frac{1}{2}a^3b^2\right)^3\div\frac{1}{9}a^5b^4=\frac{16}{9}a^2b^4\times\left(-\frac{1}{8}a^9b^6\right)\div\frac{1}{9}a^5b^4$

$$=-\frac{16a^2b^4\times a^9b^6\times9}{9\times8\times a^5b^4}=-2a^6b^6$$

(6)　$(-16ab^2)^2\times\left(-\frac{1}{5}a^2\right)^3\div\left(-\frac{4}{5}a^2b\right)^4=16^2a^2b^4\times\left(-\frac{1}{5^3}a^6\right)\div\frac{4^4}{5^4}a^8b^4$

$$=-\frac{4^4a^2b^4\times a^6\times5^4}{5^3\times4^4a^8b^4}=-5$$