

1

【解答】 (1) ① $y=6x^2$ ② 比例する (2) ① $y=2x^2$ ② 50 ③ ± 4

【解説】

(1) 面積 x^2 の面が6枚あるので $y=6x^2$ y は x^2 に比例する

(2) y は x^2 に比例する関数であるから、 $y=ax^2$ とおくことができる。

$x=3$, $y=18$ を代入すると $18=a \times (3)^2$

よって $a=2$

したがって $y=2x^2$

これに $x=-5$ を代入して $y=2(-5)^2$ よって $y=50$

また $y=32$ を代入して $32=2x^2$ よって $x^2=16$ であり $x=\pm 4$

2

【解答】 (1) ① $y=2x^2$ ② $y=-\frac{1}{2}x^2$ (2) ②, ④, ⑥ (3) $\frac{2}{9} \leq a \leq 1$

(4) ①:ウ ②:イ ③:ア ④:エ

【解説】

(1)

求める式は $y=ax^2$ とおくことができる。

① 点(1, 2)を通るから $2=a \times 1^2$

よって $a=2$ すなわち $y=2x^2$

② 点(2, -2)を通るから $-2=a \times 2^2$

よって $a=-\frac{1}{2}$ すなわち $y=-\frac{1}{2}x^2$

(2)

上に凸なもの: ②, ④, ⑥

下に凸なもの: ①, ③, ⑤

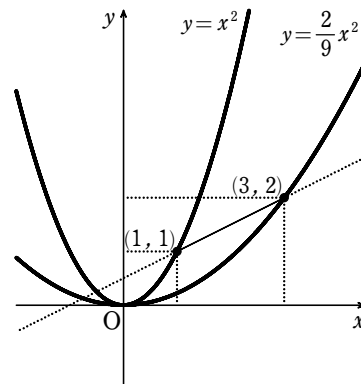
(3)

放物線 $y=ax^2$ が

点(1, 1)を通るとき、 $1=a \cdot 1$ を満たし $a=1$

同様に点(3, 2)を通るとき、 $a=\frac{2}{9}$

よって右図から求める a の範囲は $\frac{2}{9} \leq a \leq 1$



(4)

放物線 $y=-x^2$, $y=2x^2$, $y=\frac{1}{3}x^2$,

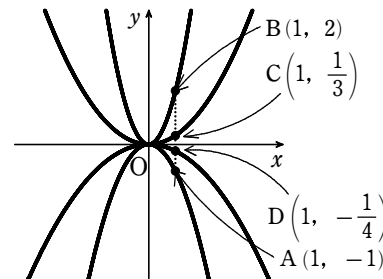
$y=-\frac{1}{4}x^2$ において、 x 座標が1である点を

それぞれ A, B, C, D とすると

A(1, -1), B(1, 2),

$C(1, \frac{1}{3})$, $D(1, -\frac{1}{4})$ で

A, B, C, D の位置関係は右の図のようになる



3

【解答】 (1) $0 \leq y \leq 9$ (2) $-8 \leq y \leq 0$ (3) $a=\frac{1}{2}$, $b=0$ (4) $a=3$, $b=0$

(5) $a=\frac{4}{3}$, $b=\frac{4}{3}$

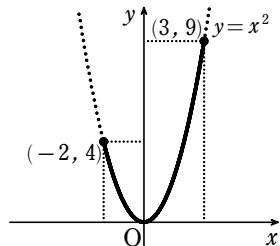
【解説】

- (1) $-2 \leq x \leq 3$ に対応する部分のグラフは、右の図のようになる。

$$x = -2 \text{ のとき } y = 4$$

$$x = 3 \text{ のとき } y = 9 \text{ であるから,}$$

$$\text{求める値域は } 0 \leq y \leq 9$$

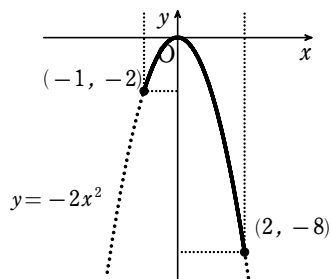


- (2) $-1 \leq x \leq 2$ に対応する部分のグラフは、右の図のようになる。

$$x = -1 \text{ のとき } y = -2$$

$$x = 2 \text{ のとき } y = -8 \text{ であるから,}$$

$$\text{求める値域は } -8 \leq y \leq 0$$



- (3) y の値の範囲が 0 以上であるから $a > 0$

$$x = -4 \text{ のとき } y = a \times (-4)^2 = 16a$$

$$x = 2 \text{ のとき } y = a \times 2^2 = 4a$$

$$a > 0 \text{ であるから } 4a < 16a$$

$$\text{よって最大値について } 16a = 8$$

$$\text{したがって } a = \frac{1}{2}$$

$$\text{最小値は } x = 0 \text{ のとき } y = 0 \text{ よって } b = 0$$

- (4) $x = -2$ のとき $y = -2 \times (-2)^2 = -8$

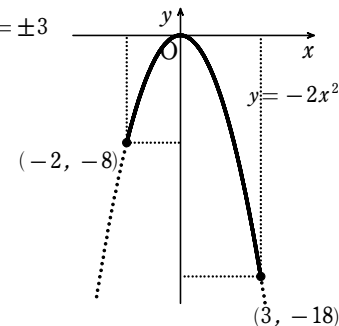
よって最小値 -18 をとるのは、関数のグラフが上に凸なので、 $x = a$ のとき

$$\text{よって } -18 = -2(a)^2 \text{ であり, これを解いて } a = \pm 3$$

$$-2 \leq a \text{ より } a = 3$$

$-2 \leq x \leq 3$ に対応する部分のグラフは、右の図のようになり、値域は $-18 \leq y \leq 0$

$$\text{よって } b = 0$$



- (5) $-1 \leq x \leq 2$ に対応する部分のグラフは、右の図のようになる。

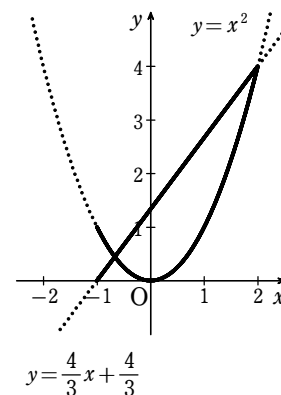
$$x = -1 \text{ のとき } y = 1$$

$$x = 2 \text{ のとき } y = 4 \text{ であるから,}$$

$$\text{求める値域は } 0 \leq y \leq 4$$

$y = ax + b$ のグラフは直線であり、 $a > 0$ より定義域と値域が一致するときは点 $(2, 4)$ と $(-1, 0)$ を通るときである

$$\text{よって } \begin{cases} 0 = a(-1) + b \\ 4 = a(2) + b \end{cases} \text{ を解いて } a = \frac{4}{3} \quad b = \frac{4}{3}$$



4

【解答】 (1) 6 (2) $a = -1$ (3) $a = -\frac{5}{4}$ (4) $(-2, 4), (3, 9)$ (5) $(2, 8)$

【解説】

(1) $x = -2$ のとき $y = 12$, $x = 4$ のとき $y = 48$

よって、求める変化の割合は $\frac{48-12}{4-(-2)} = \frac{36}{6} = 6$

(2) $x = -4$ のとき $y = 16a$

$x = 2$ のとき $y = 4a$

よって、変化の割合は $\frac{4a-16a}{2-(-4)} = \frac{-12a}{6} = -2a$

これが2になるから $-2a = 2$ これを解いて $a = -1$

(3) $y = ax^2$

$x = -3$ のとき $y = 9a$

$x = -1$ のとき $y = a$

よって、変化の割合は $\frac{a-9a}{-1-(-3)} = \frac{-8a}{2} = -4a$

$y = 5x - 3$ の変化の割合は、つねに 5 であるから $-4a = 5$

これを解いて $a = -\frac{5}{4}$

(4) $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 6 \end{cases}$ を連立して解いて $(x, y) = (3, 9), (-2, 4)$

(5) $\begin{cases} y = 2x^2 \\ y = 8x - 8 \end{cases}$ を連立して解いて $(x, y) = (2, 8)$

5

【解答】 (1) 18 (2) 3 (3) (8, 16) (4) $2 + 2\sqrt{3}$

【解説】

(1) 点 B の x 座標は 3 である。

よって、点 B の y 座標は $y = \frac{1}{3} \times 3^2 = 3$

すなわち、点 B の座標は (3, 3)

点 C と点 B は、 y 軸について対称である。

よって、点 C の座標は $(-3, 3)$

$AB = 9 - 3 = 6$, $BC = 3 - (-3) = 6$

よって、 $\triangle ABC$ の面積は $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$

(2) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = -x + 2$ の共有点 A, B の座標を求める。

$$x^2 = -x + 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

$$x = -2, 1$$

$x = -2$ のとき $y = 4$, $x = 1$ のとき $y = 1$

よって、A の座標は $(-2, 4)$, B の座標は $(1, 1)$

直線 $y = -x + 2$ と y 軸の交点を点 C とすると

直線 $y = -x + 2$ の y 切片は 2 であるから、点 C の座標は $(0, 2)$

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1 \quad \triangle OAC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \text{ であるから}$$

$$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC = 2 + 1 = 3$$

(3) 点 P の x 座標は a であるから、点 P の x 座標も a であり $OR = a$

よって放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ は y 軸対称なので $RS = 2a$

また、点 P は放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点なので y 座標は $\frac{1}{4}a^2$ であり $PR = \frac{1}{4}a^2$

四角形 PQSR が正方形となるときの、 $RS = PR$ が成り立つときである。

すなわち $2a = \frac{1}{4}a^2$

変形して $a(a-8)=0$

点 P の x 座標は正であるから $a>0$

よって $a=8$

このとき $\frac{1}{4}a^2=\frac{1}{4}\times 8^2=16$

したがって、点 P の座標は $(8, 16)$

(4) 右の図において、曲線 m は放物線 $y=x^2$ の $x\geq 0$ の

部分、曲線 n は放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ の $x\geq 0$ の部分である。

また、四角形 ABCD は 1 辺の長さが 2 の正方形で、

$a, c>0$ を実数とする

頂点 A の x 座標を a 、頂点 C の x 座標を c とおくと、

それぞれ曲線 m, n 上の点であるから、

$A(a, a^2)$ $C(c, \frac{1}{2}c^2)$ である

辺 AB は y 軸に平行で、四角形 ABCD は 1 辺の長さが 2 の正方形であるから、

点 A、C の座標について以下の式がなりたつ

$$\begin{cases} a+2=c \\ a^2-2=\frac{1}{2}c^2 \end{cases} \quad a, c>0 \text{ に注意してこれを連立して解くと } \quad a=2+2\sqrt{3} \quad c=4+2\sqrt{3}$$

よって頂点 A の x 座標は $2+2\sqrt{3}$