

(注) この科目には、選択問題があります。(1 ページ参照。)

第 1 問 (必答問題) (配点 15)

(1) 次の問題 A について考えよう。

問題 A 関数 $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の最大値を求めよ。

$$\sin \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}} = \frac{1}{2}$$

であるから、三角関数の合成により

$$y = \boxed{\text{イ}} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}} \right)$$

と変形できる。よって、 y は $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ウ}}}$ で最大値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

(2) p を定数とし、次の問題 B について考えよう。

問題 B 関数 $y = \sin \theta + p \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の最大値を求めよ。

(i) $p = 0$ のとき、 y は $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{オ}}}$ で最大値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第1問は次ページに続く。)

(ii) $p > 0$ のときは、加法定理

$$\cos(\theta - \alpha) = \cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha$$

を用いると

$$y = \sin \theta + p \cos \theta = \sqrt{\boxed{\text{キ}}} \cos(\theta - \alpha)$$

と表すことができる。ただし、 α は

$$\sin \alpha = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}, \quad \cos \alpha = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

を満たすものとする。このとき、 y は $\theta = \boxed{\text{コ}}$ で最大値

$\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。

(iii) $p < 0$ のとき、 y は $\theta = \boxed{\text{シ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ス}}$ をとる。

$\boxed{\text{キ}} \sim \boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{ス}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

① -1

② 1

③ $-p$

④ p

⑤ $1 - p$

⑥ $1 + p$

⑦ $-p^2$

⑧ p^2

⑨ $1 - p^2$

⑩ $1 + p^2$

Ⓐ $(1 - p)^2$

Ⓑ $(1 + p)^2$

$\boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{シ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

① 0

② α

③ $\frac{\pi}{2}$

第2問 (必答問題) (配点 15)

二つの関数 $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$, $g(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2}$ について考える。

- (1) $f(0) = \boxed{\text{ア}}$, $g(0) = \boxed{\text{イ}}$ である。また, $f(x)$ は相加平均と相乗平均の関係から, $x = \boxed{\text{ウ}}$ で最小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

$g(x) = -2$ となる x の値は $\log_2 \left(\sqrt{\boxed{\text{オ}}} - \boxed{\text{カ}} \right)$ である。

- (2) 次の①～④は, x にどのような値を代入してもつねに成り立つ。

$$f(-x) = \boxed{\text{キ}} \dots\dots\dots \text{①}$$

$$g(-x) = \boxed{\text{ク}} \dots\dots\dots \text{②}$$

$$\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = \boxed{\text{ケ}} \dots\dots\dots \text{③}$$

$$g(2x) = \boxed{\text{コ}} f(x)g(x) \dots\dots\dots \text{④}$$

$\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $f(x)$	② $-f(x)$	③ $g(x)$	④ $-g(x)$
----------	-----------	----------	-----------

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第2問は次ページに続く。)

(3) 花子さんと太郎さんは、 $f(x)$ と $g(x)$ の性質について話している。

花子：①～④は三角関数の性質に似ているね。

太郎：三角関数の加法定理に類似した式(A)～(D)を考えてみたけど、
つねに成り立つ式はあるだろうか。

花子：成り立たない式を見つけるために、式(A)～(D)の β に何か具体的な値を代入して調べてみたらどうか。

太郎さんが考えた式

$$f(\alpha - \beta) = f(\alpha)g(\beta) + g(\alpha)f(\beta) \quad \cdots \cdots \cdots (A)$$

$$f(\alpha + \beta) = f(\alpha)f(\beta) + g(\alpha)g(\beta) \quad \cdots \cdots \cdots (B)$$

$$g(\alpha - \beta) = f(\alpha)f(\beta) + g(\alpha)g(\beta) \quad \cdots \cdots \cdots (C)$$

$$g(\alpha + \beta) = f(\alpha)g(\beta) - g(\alpha)f(\beta) \quad \cdots \cdots \cdots (D)$$

(1), (2)で示されたことのいくつかを利用すると、式(A)～(D)のうち、
サ以外の三つは成り立たないことがわかる。サは左辺と右辺
をそれぞれ計算することによって成り立つことが確かめられる。

サの解答群

① (A) ② (B) ③ (C) ④ (D)

第3問 (必答問題) (配点 22)

(1) 座標平面上で、次の二つの2次関数のグラフについて考える。

$$y = 3x^2 + 2x + 3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$y = 2x^2 + 2x + 3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②の2次関数のグラフには次の共通点がある。

共通点

y 軸との交点における接線の方程式は $y = \boxed{\text{ア}} x + \boxed{\text{イ}}$ である。

次の①～⑤の2次関数のグラフのうち、 y 軸との交点における接線の方程式が $y = \boxed{\text{ア}} x + \boxed{\text{イ}}$ となるものは $\boxed{\text{ウ}}$ である。

$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群

$$\textcircled{0} \quad y = 3x^2 - 2x - 3$$

$$\textcircled{1} \quad y = -3x^2 + 2x - 3$$

$$\textcircled{2} \quad y = 2x^2 + 2x - 3$$

$$\textcircled{3} \quad y = 2x^2 - 2x + 3$$

$$\textcircled{4} \quad y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\textcircled{5} \quad y = -x^2 - 2x + 3$$

a, b, c を0でない実数とする。

曲線 $y = ax^2 + bx + c$ 上の点 $(0, \boxed{\text{エ}})$ における接線を ℓ とすると、その方程式は $y = \boxed{\text{オ}} x + \boxed{\text{カ}}$ である。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第3問は次ページに続く。)

接線 ℓ と x 軸との交点の x 座標は $\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

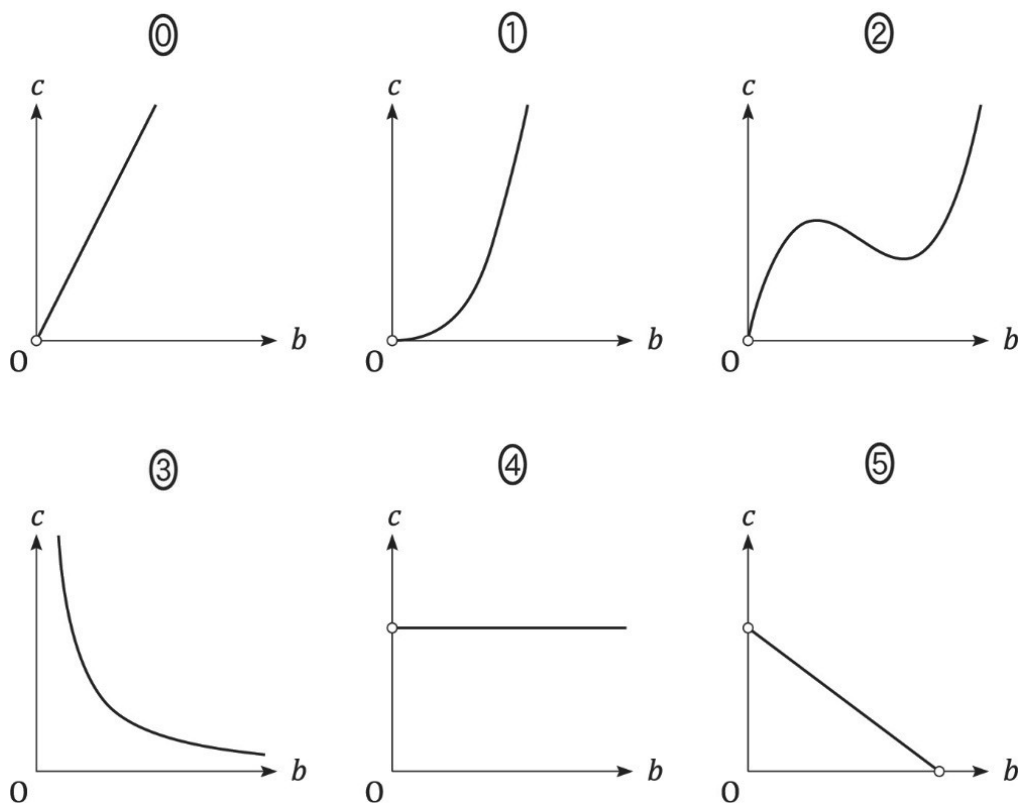
a, b, c が正の実数であるとき、曲線 $y = ax^2 + bx + c$ と接線 ℓ および直線 $x = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ で囲まれた図形の面積を S とすると

$$S = \frac{ac\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}b\boxed{\text{シ}}} \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

である。

③において、 $a = 1$ とし、 S の値が一定となるように正の実数 b, c の値を変化させる。このとき、 b と c の関係を表すグラフの概形は $\boxed{\text{ス}}$ である。

$\boxed{\text{ス}}$ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。



(数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。)

(2) a, b, c, d を 0 でない実数とする。

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ とする。このとき、関数 $y = f(x)$ のグラフと y 軸との交点における接線の方程式は $y = \boxed{\text{セ}} x + \boxed{\text{ソ}}$ となる。

次に、 $g(x) = \boxed{\text{セ}} x + \boxed{\text{ソ}}$ とし、 $f(x) - g(x)$ について考える。

$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフの共有点の x 座標は $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ と

$\boxed{\text{テ}}$ である。また、 x が $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ と $\boxed{\text{テ}}$ の間を動くとき、 $|f(x) - g(x)|$

の値が最大となるのは、 $x = \frac{\boxed{\text{トナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ のときである。

(下書き用紙)

数学Ⅱ，数学B，数学Cの試験問題は次に続く。

第4問 (選択問題) (配点 16)

初項 3, 公差 p の等差数列を $\{a_n\}$ とし, 初項 3, 公比 r の等比数列を $\{b_n\}$ とする。ただし, $p \neq 0$ かつ $r \neq 0$ とする。さらに, これらの数列が次を満たすとする。

$$a_n b_{n+1} - 2a_{n+1} b_n + 3b_{n+1} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots ①$$

(1) p と r の値を求めよう。自然数 n について, a_n, a_{n+1}, b_n はそれぞれ

$$a_n = \boxed{\text{ア}} + (n-1)p \quad \dots\dots\dots ②$$

$$a_{n+1} = \boxed{\text{ア}} + np \quad \dots\dots\dots ③$$

$$b_n = \boxed{\text{イ}} r^{n-1}$$

と表される。 $r \neq 0$ により, すべての自然数 n について, $b_n \neq 0$ となる。

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = r$ であることから, ①の両辺を b_n で割ることにより

$$\boxed{\text{ウ}} a_{n+1} = r(a_n + \boxed{\text{エ}}) \quad \dots\dots\dots ④$$

が成り立つことがわかる。④に②と③を代入すると

$$(r - \boxed{\text{オ}})pn = r(p - \boxed{\text{カ}}) + \boxed{\text{キ}} \quad \dots\dots\dots ⑤$$

となる。⑤がすべての n で成り立つことおよび $p \neq 0$ により, $r = \boxed{\text{オ}}$

を得る。さらに, このことから, $p = \boxed{\text{ク}}$ を得る。

以上から, すべての自然数 n について, a_n と b_n が正であることもわかる。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第4問は次ページに続く。)

(2) 数列 $\{a_n\}$ に対して、初項 3 の数列 $\{c_n\}$ が次を満たすとする。

$$a_n c_{n+1} - 4a_{n+1} c_n + 3c_{n+1} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots \textcircled{6}$$

a_n が正であることから、⑥を変形して、 $c_{n+1} = \frac{\boxed{\text{ケ}} a_{n+1}}{a_n + \boxed{\text{コ}}} c_n$ を得る。

さらに、 $p = \boxed{\text{ク}}$ であることから、数列 $\{c_n\}$ は $\boxed{\text{サ}}$ ことがわかる。

$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

- ① すべての項が同じ値をとる数列である
- ② 公差が 0 でない等差数列である
- ③ 公比が 1 より大きい等比数列である
- ④ 公比が 1 より小さい等比数列である
- ⑤ 等差数列でも等比数列でもない

(3) q, u は定数で、 $q \neq 0$ とする。数列 $\{b_n\}$ に対して、初項 3 の数列 $\{d_n\}$ が次を満たすとする。

$$d_n b_{n+1} - q d_{n+1} b_n + u b_{n+1} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

$r = \boxed{\text{オ}}$ であることから、⑦を変形して、 $d_{n+1} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{q} (d_n + u)$ を得

る。したがって、数列 $\{d_n\}$ が、公比が 0 より大きく 1 より小さい等比数列となるための必要十分条件は、 $q > \boxed{\text{ス}}$ かつ $u = \boxed{\text{セ}}$ である。

第5問（選択問題）（配点 16）

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて15ページの正規分布表を用いてもよい。

花子さんは、マイクロプラスチックと呼ばれる小さなプラスチック片（以下、MP）による海洋中や大気中の汚染が、環境問題となっていることを知った。花子さんたち49人は、面積が50 a（アール）の砂浜の表面にあるMPの個数を調べるため、それぞれが無作為に選んだ20 cm四方の区画の表面から深さ3 cmまでをすくい、MPの個数を研究所で数えてもらうことにした。そして、この砂浜の1区画あたりのMPの個数を確率変数 X として考えることにした。

このとき、 X の母平均を m 、母標準偏差を σ とし、標本49区画の1区画あたりのMPの個数の平均値を表す確率変数を $\bar{X}$ とする。

花子さんたちが調べた49区画では、平均値が16、標準偏差が2であった。

- (1) 砂浜全体に含まれるMPの全個数 M を推定することにする。

花子さんは、次の方針で M を推定することとした。

方針

砂浜全体には20 cm四方の区画が125000個分あり、 $M = 125000 \times m$ なので、 M を $W = 125000 \times \bar{X}$ で推定する。

確率変数 $\bar{X}$ は、標本の大きさ49が十分に大きいので、平均 ア、標準偏差 イ の正規分布に近似的に従う。

そこで、方針に基づいて考えると、確率変数 W は平均 ウ、標準偏差 エ の正規分布に近似的に従うことがわかる。

このとき、 X の母標準偏差 σ は標本の標準偏差と同じ $\sigma = 2$ と仮定すると、 M に対する信頼度95%の信頼区間は

$$\text{オカキ} \times 10^4 \leq M \leq \text{クケコ} \times 10^4$$

となる。

（数学Ⅱ、数学B、数学C第5問は次ページに続く。）

ア の解答群

- | | | | | |
|-------|--------|--------|---------|---------|
| ① m | ② $4m$ | ③ $7m$ | ④ $16m$ | ⑤ $49m$ |
| ⑥ X | ⑦ $4X$ | ⑧ $7X$ | ⑨ $16X$ | ⑩ $49X$ |

イ の解答群

- | | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|--------------|
| ① σ | ② 2σ | ③ 4σ | ④ 7σ | ⑤ 49σ |
| ⑥ $\frac{\sigma}{2}$ | ⑦ $\frac{\sigma}{4}$ | ⑧ $\frac{\sigma}{7}$ | ⑨ $\frac{\sigma}{49}$ | |

ウ の解答群

- | | | | |
|------------------------------|--------------------------|------------------------|------------------------|
| ① $\frac{16}{49}m$ | ② $\frac{4}{7}m$ | ③ $49m$ | ④ $\frac{125000}{49}m$ |
| ⑤ $125000m$ | ⑥ $\frac{16}{49}\bar{X}$ | ⑦ $\frac{4}{7}\bar{X}$ | ⑧ $49\bar{X}$ |
| ⑨ $\frac{125000}{49}\bar{X}$ | ⑩ $125000\bar{X}$ | | |

エ の解答群

- | | | | |
|---------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------------------|
| ① $\frac{\sigma}{49}$ | ② $\frac{\sigma}{7}$ | ③ 49σ | ④ $\frac{125000}{49}\sigma$ |
| ⑤ $\frac{31250}{7}\sigma$ | ⑥ $\frac{125000}{7}\sigma$ | ⑦ 31250σ | ⑧ 62500σ |
| ⑨ 125000σ | ⑩ 250000σ | | |

(数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。)

(2) 研究所が昨年調査したときには、1区画あたりのMPの個数の母平均が15、母標準偏差が2であった。今年の母平均 m が昨年とは異なるといえるかを、有意水準 5% で仮説検定をする。ただし、母標準偏差は今年も $\sigma = 2$ とする。

まず、帰無仮説は「今年の母平均は サ」であり、対立仮説は「今年の母平均は シ」である。

次に、帰無仮説が正しいとすると、 $\bar{X}$ は平均 ス，標準偏差 セ の正規分布に近似的に従うため、確率変数 $Z = \frac{\bar{X} - \text{ス}}{\text{セ}}$ は標準正規分布に近似的に従う。

花子さんたちの調査結果から求めた Z の値を z とすると、標準正規分布において確率 $P(Z \leq -|z|)$ と確率 $P(Z \geq |z|)$ の和は0.05よりも ソ ので、有意水準 5% で今年の母平均 m は昨年と タ。

サ，シ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

- | | |
|------------------|------------|
| ① $\bar{X}$ である | ① m である |
| ② 15 である | ③ 16 である |
| ④ $\bar{X}$ ではない | ⑤ m ではない |
| ⑥ 15 ではない | ⑦ 16 ではない |

ス，セ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

- | | | | | |
|------------------|-----------------|-------------------|-----------------|-----|
| ① $\frac{4}{49}$ | ① $\frac{2}{7}$ | ② $\frac{16}{49}$ | ③ $\frac{4}{7}$ | ④ 2 |
| ⑤ $\frac{15}{7}$ | ⑥ 4 | ⑦ 15 | ⑧ 16 | |

ソ の解答群

- | | |
|-------|-------|
| ① 大きい | ① 小さい |
|-------|-------|

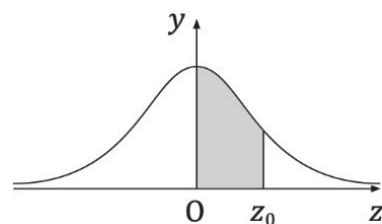
タ の解答群

- | | |
|-----------|-------------|
| ① 異なるといえる | ① 異なるとはいえない |
|-----------|-------------|

（数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。）

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の
灰色部分の面積の値をまとめたものである。

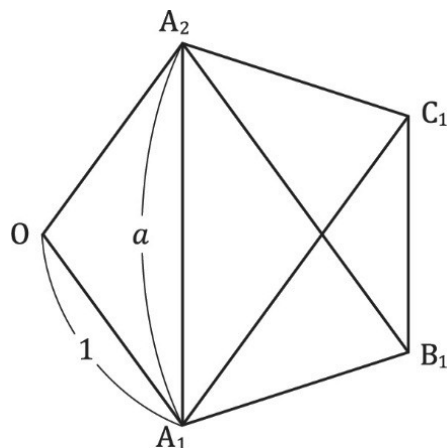


z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998

第6問 (選択問題) (配点 16)

1 辺の長さが 1 の正五角形の対角線の長さを a とする。

(1) 1 辺の長さが 1 の正五角形 $OA_1B_1C_1A_2$ を考える。



正五角形の性質から $\overrightarrow{A_1A_2}$ と $\overrightarrow{B_1C_1}$ は平行であり、ここでは

$$\overrightarrow{A_1A_2} = \boxed{\text{ア}} \overrightarrow{B_1C_1}$$

であるから

$$\overrightarrow{B_1C_1} = \frac{1}{\boxed{\text{ア}}} \overrightarrow{A_1A_2} = \frac{1}{\boxed{\text{ア}}} (\overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OA_1})$$

また、 $\overrightarrow{OA_1}$ と $\overrightarrow{A_2B_1}$ は平行で、さらに、 $\overrightarrow{OA_2}$ と $\overrightarrow{A_1C_1}$ も平行であることから

$$\begin{aligned} \overrightarrow{B_1C_1} &= \overrightarrow{B_1A_2} + \overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1C_1} \\ &= -\boxed{\text{ア}} \overrightarrow{OA_1} - \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{OA_1} + \boxed{\text{ア}} \overrightarrow{OA_2} \\ &= (\boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}}) (\overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OA_1}) \end{aligned}$$

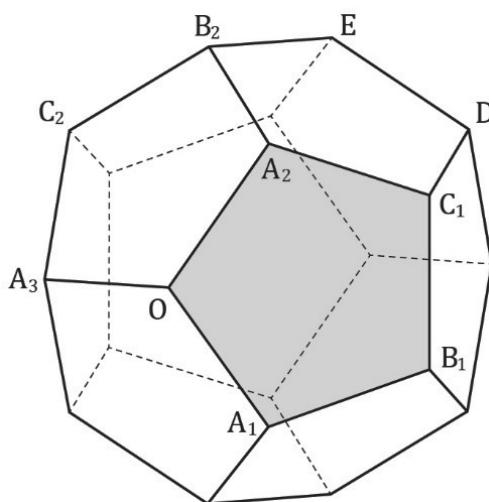
となる。したがって

$$\frac{1}{\boxed{\text{ア}}} = \boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}}$$

が成り立つ。 $a > 0$ に注意してこれを解くと、 $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ を得る。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第6問は次ページに続く。)

- (2) 下の図のような, 1 辺の長さが 1 の正十二面体を考える。正十二面体とは, どの面もすべて合同な正五角形であり, どの頂点にも三つの面が集まっているへこみのない多面体のことである。



面 $OA_1B_1C_1A_2$ に着目する。 $\overrightarrow{OA_1}$ と $\overrightarrow{A_2B_1}$ が平行であることから

$$\overrightarrow{OB_1} = \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{A_2B_1} = \overrightarrow{OA_2} + \boxed{\text{ア}} \overrightarrow{OA_1}$$

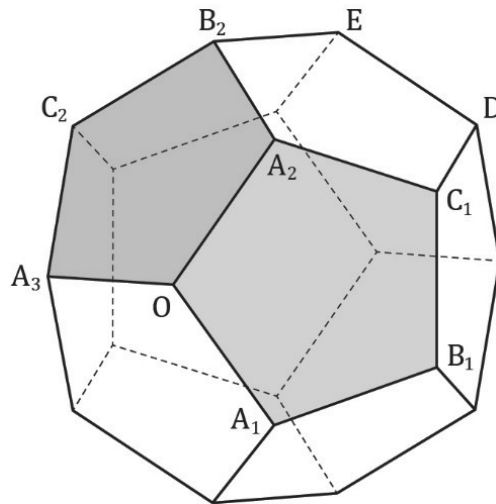
である。また

$$\overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{OA_2} = \frac{\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

ただし, $\boxed{\text{エ}} \sim \boxed{\text{カ}}$ は, 文字 a を用いない形で答えること。

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第6問は次ページに続く。)



次に、面 $OA_2B_2C_2A_3$ に着目すると

$$\overrightarrow{OB_2} = \overrightarrow{OA_3} + \boxed{\text{ア}} \overrightarrow{OA_2}$$

である。さらに

$$\overrightarrow{OA_2} \cdot \overrightarrow{OA_3} = \overrightarrow{OA_3} \cdot \overrightarrow{OA_1} = \frac{\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

が成り立つことがわかる。ゆえに

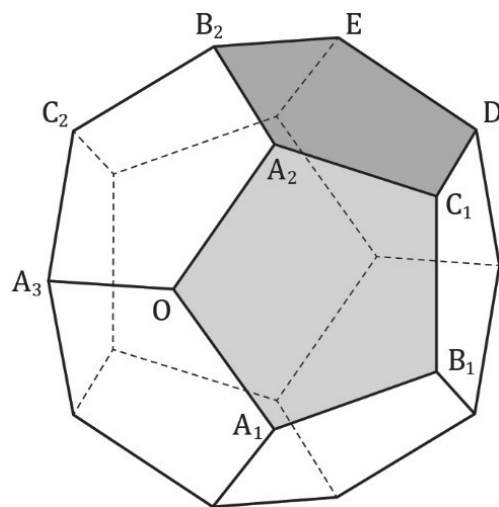
$$\overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{OB_2} = \boxed{\text{キ}}, \quad \overrightarrow{OB_1} \cdot \overrightarrow{OB_2} = \boxed{\text{ク}}$$

である。

$\boxed{\text{キ}}$ ， $\boxed{\text{ク}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

- | | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|
| ① 0 | ② 1 | ③ -1 | ④ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ |
| ⑤ $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ | ⑥ $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ | ⑦ $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ | ⑧ $-\frac{1}{2}$ |
| ⑨ $\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$ | ⑩ $\frac{-1-\sqrt{5}}{4}$ | | |

（数学Ⅱ，数学B，数学C第6問は次ページに続く。）



最後に，面 $A_2C_1DEB_2$ に着目する。

$$\overrightarrow{B_2D} = \boxed{\text{ア}} \overrightarrow{A_2C_1} = \overrightarrow{OB_1}$$

であることに注意すると，4 点 O, B_1, D, B_2 は同一平面上にあり，四角形 OB_1DB_2 は $\boxed{\text{ケ}}$ ことがわかる。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

- ① 正方形である
- ② 正方形ではないが，長方形である
- ③ 正方形ではないが，ひし形である
- ④ 長方形でもひし形でもないが，平行四辺形である
- ⑤ 平行四辺形ではないが，台形である
- ⑥ 台形でない

ただし，少なくとも一組の対辺が平行な四角形を台形という。