

数学Ⅰ， 数学A

(全 問 必 答)

第1問 (配点 30)

〔1〕 c を正の整数とする。 x の2次方程式

$$2x^2 + (4c - 3)x + 2c^2 - c - 11 = 0 \quad \cdots \cdots \text{①}$$

について考える。

(1) $c = 1$ のとき，①の左辺を因数分解すると

$$\left(\boxed{\text{ア}} x + \boxed{\text{イ}} \right) \left(x - \boxed{\text{ウ}} \right)$$

であるから，①の解は

$$x = -\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}}, \quad \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2) $c = 2$ のとき，①の解は

$$x = \frac{-\boxed{\text{エ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であり，大きい方の解を α とすると

$$\frac{5}{\alpha} = \frac{\boxed{\text{ク}} + \sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。また， $m < \frac{5}{\alpha} < m + 1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{シ}}$ である。

(数学Ⅰ， 数学A第1問は次ページに続く。)

(3) 太郎さんと花子さんは、①の解について考察している。

太郎：①の解は c の値によって、ともに有理数である場合もあれば、ともに無理数である場合もあるね。 c がどのような値のときに、解は有理数になるのかな。

花子：2 次方程式の解の公式の根号の中に着目すればいいんじゃないかな。

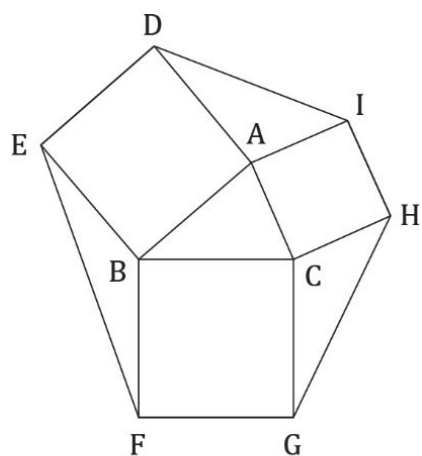
①の解が異なる二つの有理数であるような正の整数 c の個数は ス 個である。

(数学 I，数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕右の図のように、 $\triangle ABC$ の外側に辺AB, BC, CAをそれぞれ1辺とする正方形ADEB, BFGC, CHIAをかき、2点EとF, GとH, IとDをそれぞれ線分で結んだ図形を考える。
以下において

$$BC = a, CA = b, AB = c$$

$$\angle CAB = A, \angle ABC = B, \angle BCA = C$$



参考図

とする。

(1) $b = 6, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$ のとき, $\sin A = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であり,

$\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{タチ}}$, $\triangle AID$ の面積は $\boxed{\text{ツテ}}$ である。

(数学 I, 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) 正方形 BFGC, CHIA, ADEB の面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3 とする。このとき,
 $S_1 - S_2 - S_3$ は

• $0^\circ < A < 90^\circ$ のとき, ト。

• $A = 90^\circ$ のとき, ナ。

• $90^\circ < A < 180^\circ$ のとき, ニ。

ト ~ ニ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 0 である
- ② 正の値である
- ③ 負の値である
- ④ 正の値も負の値もとる

(3) $\triangle AID, \triangle BEF, \triangle CGH$ の面積をそれぞれ T_1, T_2, T_3 とする。このとき,
ヌ である。

ヌ の解答群

- ① $a < b < c$ ならば, $T_1 > T_2 > T_3$
- ② $a < b < c$ ならば, $T_1 < T_2 < T_3$
- ③ A が鈍角ならば, $T_1 < T_2$ かつ $T_1 < T_3$
- ④ a, b, c の値に関係なく, $T_1 = T_2 = T_3$

(数学 I, 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(4) $\triangle ABC$, $\triangle AID$, $\triangle BEF$, $\triangle CGH$ のうち、外接円の半径が最も小さいものを求める。

$0^\circ < A < 90^\circ$ のとき、ID BCであり

($\triangle AID$ の外接円の半径) ($\triangle ABC$ の外接円の半径)

であるから、外接円の半径が最も小さい三角形は

• $0^\circ < A < B < C < 90^\circ$ のとき、 である。

• $0^\circ < A < B < 90^\circ < C$ のとき、 である。

, の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

< = >

, の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

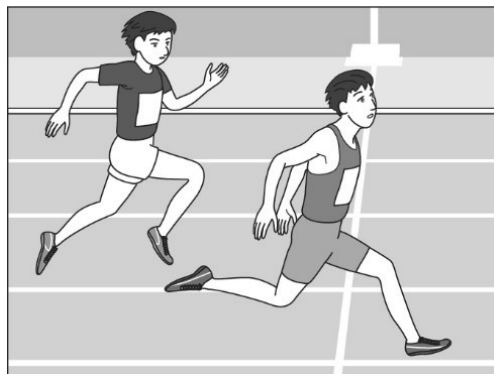
$\triangle ABC$ $\triangle AID$ $\triangle BEF$ $\triangle CGH$

(下書き用紙)

数学 I，数学 A の試験問題は次に続く。

第2問 (配点 30)

〔1〕陸上競技の短距離100m走では、100mを走るのにかかる時間（以下、タイムと呼ぶ）は、1歩あたりの進む距離（以下、ストライドと呼ぶ）と1秒あたりの歩数（以下、ピッチと呼ぶ）に関係がある。ストライドとピッチはそれぞれ以下の式で与えられる。



$$\text{ストライド (m/歩)} = \frac{100 \text{ (m)}}{100\text{mを走るのにかかった歩数 (歩)}}$$

$$\text{ピッチ (歩/秒)} = \frac{100\text{mを走るのにかかった歩数 (歩)}}{\text{タイム (秒)}}$$

ただし、100mを走るのにかかった歩数は、最後の1歩がゴールラインをまたぐこともあるので、小数で表される。以下、単位は必要のない限り省略する。

例えば、タイムが10.81で、そのときの歩数が48.5であったとき、ストライ

ドは $\frac{100}{48.5}$ より約2.06、ピッチは $\frac{48.5}{10.81}$ より約4.49である。

なお、小数の形で解答する場合は、**解答上の注意**にあるように、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えよ。また、必要に応じて、指定された桁まで○にマークせよ。

(数学Ⅰ、数学A第2問は次ページに続く。)

- (1) ストライドを x ，ピッチを z とおく。ピッチは1秒あたりの歩数，ストライドは1歩あたりの進む距離なので，1秒あたりの進む距離すなわち平均速度は， x と z を用いて $\boxed{\text{ア}}$ (m/秒) と表される。

これより，タイムと，ストライド，ピッチとの関係は

$$\text{タイム} = \frac{100}{\boxed{\text{ア}}} \dots\dots\dots \text{①}$$

と表されるので， $\boxed{\text{ア}}$ が最大になるときにタイムが最もよくなる。ただし，タイムがよくなるとは，タイムの値が小さくなることである。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

① $x + z$	② $z - x$	③ xz
④ $\frac{x + z}{2}$	⑤ $\frac{z - x}{2}$	⑥ $\frac{xz}{2}$

(数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。)

- (2) 男子短距離 100m 走の選手である太郎さんは、①に着目して、タイムが最もよくなるストライドとピッチを考えることにした。

次の表は、太郎さんが練習で 100m を 3 回走ったときのストライドとピッチのデータである。

	1 回目	2 回目	3 回目
ストライド	2.05	2.10	2.15
ピッチ	4.70	4.60	4.50

また、ストライドとピッチにはそれぞれ限界がある。太郎さんの場合、ストライドの最大値は 2.40、ピッチの最大値は 4.80 である。

太郎さんは、上の表から、ストライドが 0.05 大きくなるとピッチが 0.1 小さくなるという関係があると考えて、ピッチがストライドの 1 次関数として表されると仮定した。このとき、ピッチ z はストライド x を用いて

$$z = \boxed{\text{イウ}}x + \frac{\boxed{\text{エオ}}}{5} \dots\dots\dots \text{②}$$

と表される。

②が太郎さんのストライドの最大値 2.40 とピッチの最大値 4.80 まで成り立つと仮定すると、 x の値の範囲は次のようになる。

$$\boxed{\text{カ}} \leq x \leq 2.40$$

(数学 I，数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

$y = \boxed{\text{ア}}$ とおく。②を $y = \boxed{\text{ア}}$ に代入することにより、 y を x の関数として表すことができる。太郎さんのタイムが最もよくなるストライドとピッチを求めるためには、 $\boxed{\text{カ}} \cdot \boxed{\text{キク}} \leq x \leq 2.40$ の範囲で y の値を最大にする x の値を見つければよい。このとき、 y の値が最大になるのは $x = \boxed{\text{ケ}} \cdot \boxed{\text{コサ}}$ のときである。

よって、太郎さんのタイムが最もよくなるのは、ストライドが $\boxed{\text{ケ}} \cdot \boxed{\text{コサ}}$ のときであり、このとき、ピッチは $\boxed{\text{シ}} \cdot \boxed{\text{スセ}}$ である。また、このときの太郎さんのタイムは、①により $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

① 9.68	② 9.97	③ 10.09
④ 10.33	⑤ 10.42	⑥ 10.55

(数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。)

〔2〕太郎さんと花子さんは、社会のグローバル化に伴う都市間の国際競争において、都市周辺にある国際空港の利便性が重視されていることを知った。そこで、日本を含む世界の主な 40 の国際空港それぞれから最も近い主要ターミナル駅へ鉄道等で移動するときの「移動距離」，「所要時間」，「費用」を調べた。なお，「所要時間」と「費用」は各国とも午前 10 時台で調査し，「費用」は調査時点の為替レートで日本円に換算した。



（数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。）

以下では，データが与えられた際，次の値を外れ値とする。

「(第 1 四分位数) $-1.5 \times$ (四分位範囲)」以下のすべての値

「(第 3 四分位数) $+1.5 \times$ (四分位範囲)」以上のすべての値

- (1) 次のデータは，40 の国際空港からの「移動距離」（単位はkm）を並べたものである。

56	48	47	42	40	38	38	36	28	25
25	24	23	22	22	21	21	20	20	20
20	20	19	18	16	16	15	15	14	13
13	12	11	11	10	10	10	8	7	6

このデータにおいて，四分位範囲は **タチ** であり，外れ値の個数は **ツ** である。

(数学 I，数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

- (2) 図1は「移動距離」と「所要時間」の散布図，図2は「所要時間」と「費用」の散布図，図3は「費用」と「移動距離」の散布図である。ただし，白丸は日本の空港，黒丸は日本以外の空港を表している。また，「移動距離」，「所要時間」，「費用」の平均値はそれぞれ22，38，950であり，散布図に実線で示している。

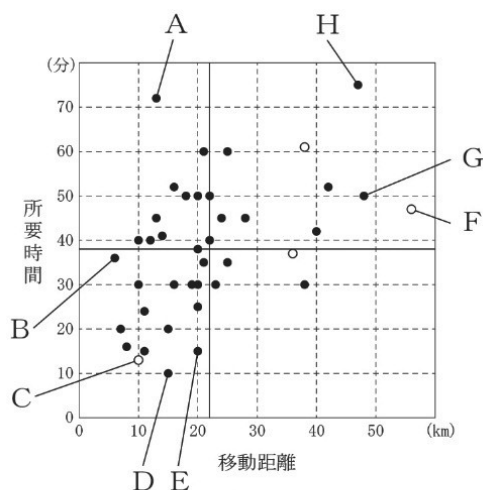


図1

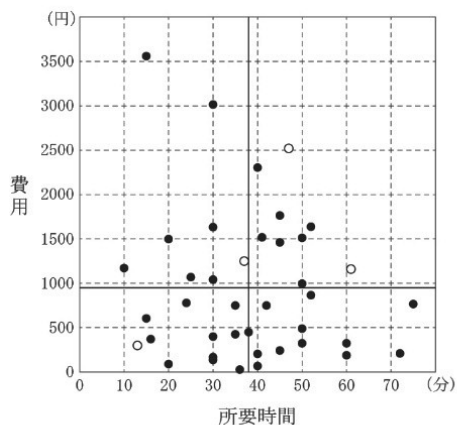


図2

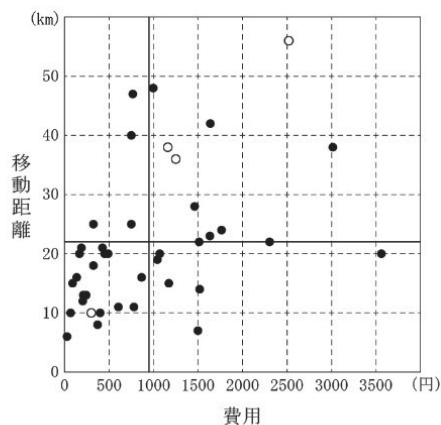
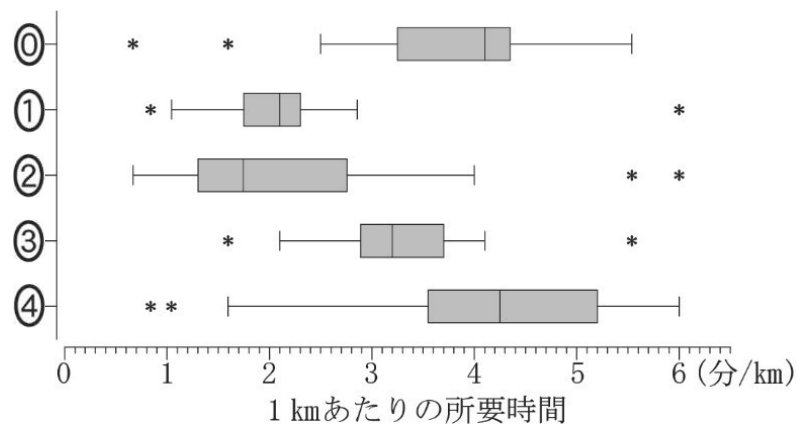


図3

- (i) 40の国際空港について，「所要時間」を「移動距離」で割った「1 kmあたりの所要時間」を考えよう。外れ値を*で示した「1 kmあたりの所要時間」の箱ひげ図は テ であり，外れ値は図1のA～Hのうちの ト と ナ である。

(数学I，数学A第2問は次ページに続く。)

テについては、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。



ト，ナの解答群（解答の順序は問わない。）

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E ⑥ F ⑦ G ⑧ H

(ii) ある国で、次のような新空港が建設される計画があるとする。

移動距離 (km)	所要時間 (分)	費用 (円)
22	38	950

次の(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)は、40の国際空港にこの新空港を加えたデータに関する記述である。

(Ⅰ) 新空港は、日本の四つのいずれの空港よりも、「費用」は高いが「所要時間」は短い。

(Ⅱ) 「移動距離」の標準偏差は、新空港を加える前後で変化しない。

(Ⅲ) 図1，図2，図3のそれぞれの二つの変量について、変量間の相関係数は、新空港を加える前後で変化しない。

(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)の正誤の組合せとして正しいものはニである。

ニの解答群

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(Ⅰ)	正	正	正	誤	誤	誤	誤
(Ⅱ)	正	正	誤	誤	正	正	誤
(Ⅲ)	正	誤	正	誤	正	誤	誤

(数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。)

- (3) 太郎さんは、調べた空港のうちの一つである P 空港で、利便性に関するアンケート調査が実施されていることを知った。

太郎：P 空港を利用した 30 人に、P 空港は便利かどうかをたずねたとき、どのくらいの人が「便利だと思う」と回答したら、P 空港の利用者全体のうち便利だと思う人の方が多いとしてよいのかな。

花子：例えば、20 人だったらどうかな。

二人は、30 人のうち 20 人が「便利だと思う」と回答した場合に、「P 空港は便利だと思う人の方が多い」といえるかどうかを、次の方針で考えることにした。

方針

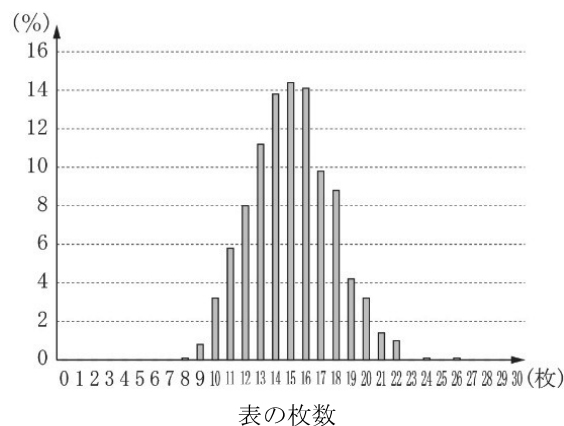
- ・ “P 空港の利用者全体のうちで「便利だと思う」と回答する割合と、「便利だと思う」と回答しない割合が等しい” という仮説をたてる。
- ・ この仮説のもとで、30 人抽出したうちの 20 人以上が「便利だと思う」と回答する確率が 5% 未満であれば、その仮説は誤っていると判断し、5% 以上であれば、その仮説は誤っていないとは判断しない。

(数学 I，数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

次の**実験結果**は、30 枚の硬貨を投げる実験を 1000 回行ったとき、表が出た枚数ごとの回数の割合を示したものである。

実験結果

表の枚数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
割合	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	0.8%	
表の枚数	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
割合	3.2%	5.8%	8.0%	11.2%	13.8%	14.4%	14.1%	9.8%	8.8%	4.2%	
表の枚数	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
割合	3.2%	1.4%	1.0%	0.0%	0.1%	0.0%	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%



実験結果を用いると、30 枚の硬貨のうち 20 枚以上が表となった割合は . % である。これを、30 人のうち 20 人以上が「便利だと思う」と回答する確率とみなし、**方針**に従うと、「便利だと思う」と回答する割合と、「便利だと思う」と回答しない割合が等しいという仮説は , P 空港は便利だと思う人の方が 。

, については、最も適当なものを、次のそれぞれの解答群から一つずつ選べ。

の解答群

- ① 誤っていると判断され ② 誤っているとは判断されず

の解答群

- ① 多いといえる ② 多いとはいえない

第3問 (配点 20)

△ABCにおいて、 $AB = 3$ ， $BC = 4$ ， $AC = 5$ とする。

∠BACの二等分線と辺BCとの交点をDとすると

$$BD = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad AD = \frac{\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

また、∠BACの二等分線と△ABCの外接円Oとの交点で点Aとは異なる点をEとする。△AECに着目すると

$$AE = \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

△ABCの2辺ABとACの両方に接し、外接円Oに内接する円の中心をPとする。円Pの半径を r とする。さらに、円Pと外接円Oとの接点をFとし、直線PFと外接円Oとの交点で点Fとは異なる点をGとする。このとき

$$AP = \sqrt{\boxed{\text{ク}}} r, \quad PG = \boxed{\text{ケ}} - r$$

と表せる。したがって、方べきの定理により $r = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(数学I，数学A第3問は次ページに続く。)

△ABC の内心を Q とする。内接円 Q の半径は で, $AQ = \sqrt{\text{$ である。

また, 円 P と辺 AB との接点を H とすると, $AH = \frac{\text{$

以上から, 点 H に関する次の (a), (b) の正誤の組合せとして正しいものは
 である。

- (a) 点 H は 3 点 B, D, Q を通る円の周上にある。
 (b) 点 H は 3 点 B, E, Q を通る円の周上にある。

の解答群

	①	②	③	④
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤

第4問 (配点 20)

中にくじが入っている二つの箱AとBがある。二つの箱の外見は同じであるが、箱Aでは、当たりくじを引く確率が $\frac{1}{2}$ であり、箱Bでは、当たりくじを引く確率が $\frac{1}{3}$ である。

(1) 各箱で、くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返す。このとき

箱Aにおいて、3回中ちょうど1回当たる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ … ①

箱Bにおいて、3回中ちょうど1回当たる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ … ②

である。箱Aにおいて、3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は

$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であり、箱Bにおいて、3回引いたときに当たりくじを引く回数の期待

値は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(数学Ⅰ、数学A第4問は次ページに続く。)

- (2) 太郎さんと花子さんは、それぞれくじを引くことにした。ただし、二人は、箱 A、箱 B での当たりくじを引く確率は知っているが、二つの箱のどちらが A で、どちらが B であるかはわからないものとする。

まず、太郎さんが二つの箱のうちの一方をでたらめに選ぶ。そして、その選んだ箱において、くじを 1 本引いてはもとに戻す試行を 3 回繰り返したところ、3 回中ちょうど 1 回当たった。

このとき、選ばれた箱が A である事象を A 、選ばれた箱が B である事象を B 、3 回中ちょうど 1 回当たる事象を W とする。①、②に注意すると

$$P(A \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad P(B \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。 $P(W) = P(A \cap W) + P(B \cap W)$ であるから、3 回中ちょうど 1 回当

たったとき、選んだ箱が A である条件付き確率 $P_W(A)$ は $\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ となる。また、

条件付き確率 $P_W(B)$ は $1 - P_W(A)$ で求められる。

(数学 I、数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

次に、花子さんが箱を選ぶ。その選んだ箱において、くじを1本引いてはもとに戻す試行を3回繰り返す。花子さんは、当たりくじをより多く引きたいので、太郎さんのくじの結果をもとに、次の(X)，(Y)のどちらの場合がよいかを考えている。

(X) 太郎さんが選んだ箱と同じ箱を選ぶ。

(Y) 太郎さんが選んだ箱と異なる箱を選ぶ。

花子さんがくじを引くときに起こりうる事象の場合の数は、選んだ箱がA，Bのいずれかの2通りと、3回のうち当たりくじを引く回数が0，1，2，3回のいずれかの4通りの組合せで全部で8通りある。

花子：当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶといいかな。

太郎：当たりくじを引く回数の期待値を求めるには、この8通りについて、それぞれの起こる確率と当たりくじを引く回数との積を考えればいいね。

花子さんは当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶことにした。

(X)の場合について考える。箱Aにおいて3回引いてちょうど1回当たる事象を A_1 ，箱Bにおいて3回引いてちょうど1回当たる事象を B_1 と表す。

太郎さんが選んだ箱がAである確率 $P_w(A)$ を用いると、花子さんが選んだ箱がAで、かつ、花子さんが3回引いてちょうど1回当たる事象の起こる確率は $P_w(A) \times P(A_1)$ と表せる。このことと同様に考えると、花子さんが選んだ箱がBで、かつ、花子さんが3回引いてちょうど1回当たる事象の起こる確率は シ と表せる。

花子：残りの6通りも同じように計算すれば、この場合の当たりくじを引く回数の期待値を計算できるね。

太郎：期待値を計算する式は、選んだ箱がAである事象に対する式とBである事象に対する式に分けて整理できそうだよ。

(数学Ⅰ，数学A第4問は次ページに続く。)

残りの6通りについても同じように考えると、(X)の場合の当たりくじを引く回数の期待値を計算する式は

$$\boxed{\text{ス}} \times \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} + \boxed{\text{セ}} \times \boxed{\text{キ}}$$

となる。

(Y)の場合についても同様に考えて計算すると、(Y)の場合の当たりくじを引く回数の期待値は $\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。よって、当たりくじを引く回数の期待値が大きい方の箱を選ぶという方針に基づくと、花子さんは、太郎さんが選んだ箱と $\boxed{\text{テ}}$ 。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| ① $P_W(A) \times P(A_1)$ | ② $P_W(A) \times P(B_1)$ |
| ③ $P_W(B) \times P(A_1)$ | ④ $P_W(B) \times P(B_1)$ |

$\boxed{\text{ス}}$ ， $\boxed{\text{セ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

- | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|
| ① $\frac{1}{2}$ | ② $\frac{1}{4}$ | ③ $P_W(A)$ | ④ $P_W(B)$ |
| ⑤ $\frac{1}{2} P_W(A)$ | ⑥ $\frac{1}{2} P_W(B)$ | ⑦ $P_W(A) - P_W(B)$ | ⑧ $P_W(B) - P_W(A)$ |
| ⑨ $\frac{P_W(A) - P_W(B)}{2}$ | ⑩ $\frac{P_W(B) - P_W(A)}{2}$ | | |

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

- | | |
|--------------|---------------|
| ① 同じ箱を選ぶ方がよい | ② 異なる箱を選ぶ方がよい |
|--------------|---------------|