

1 [2025 大阪大]

座標平面において、 $y=x^2-1$ で表される放物線を C とする。 C 上の点 P における C の接線を ℓ とする。ただし、点 P は y 軸上にはないものとする。 O を原点とし、放物線 C と線分 OP および y 軸で囲まれた図形の面積を S 、放物線 C と接線 ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積を T とする。 $S-T$ の最大値を求めよ。

2 [2025 神戸大]

1 個のさいころを 2 回続けて投げるとき、出た目の数を順に a, b とおく。座標平面上の 2 点 A, B を

$$A\left(\cos \frac{a}{6}\pi, \sin \frac{a}{6}\pi\right), B\left(\cos \frac{b+6}{6}\pi, \sin \frac{b+6}{6}\pi\right)$$

とし、原点を O とする。

- (1) 3 点 O, A, B が一直線上にある確率を求めよ。
- (2) 3 点 O, A, B が一直線上になく、かつ三角形 OAB の面積が $\frac{1}{4}$ 以下である確率を求めよ。
- (3) 2 点 A, B 間の距離が 1 より大きい確率を求めよ。

3 [2025 大阪大]

平面上の三角形 OAB を考える。 $\angle AOB$ は鋭角、 $OA=3, OB=t$ とする。また、点 A から直線 OB に下ろした垂線と直線 OB の交点を C とし、 $OC=1$ とする。線分 AB を $2:1$ に内分する点を P 、点 A から直線 OP に下ろした垂線と直線 OB との交点を R とする。

- (1) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ を t を用いて表せ。
- (2) 線分 OR の長さを t を用いて表せ。
- (3) 線分 OB の中点を M とする。点 R が線分 MB 上にあるとき、 t のとりうる値の範囲を求めよ。