

中2数学総合SA 確認テスト 夏期第2講

氏名 _____ 得点 / 10

1 1問2点

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

2

次の2次方程式の実数解の個数を求めなさい。

(1) $4x^2 - 8x + 5 = 0$

(2) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$

3

2次方程式 $3x^2 - 2x - 4 = 0$ の2つの解を α , β とするとき、次の式の値を求めなさい。

(1) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

(2) $(\alpha - \beta)^2$

1 1問2点

【解答】 (1) $x = \pm\sqrt{3}, \pm 2$ (2) $x = 1, 2, 3, 4$

2

【解答】 (1) 2個 (2) 0個 (3) 1個

3

【解答】 (1) $-\frac{8}{9}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{28}{9}$ (4) $-\frac{7}{3}$ (5) $\frac{52}{9}$

1 1問2点

【解説】

(1) $x^2 = t$ とおくと、方程式は次のようになる。

$$t^2 - 7t + 12 = 0$$

$$(t-3)(t-4) = 0$$

よって $t = 3, 4$

すなわち $x^2 = 3$ または $x^2 = 4$

したがって $x = \pm\sqrt{3}, \pm 2$

(2) $x^2 - 5x = t$ とおくと、方程式は次のようになる。

$$t^2 + 10t + 24 = 0$$

$$(t+4)(t+6) = 0$$

よって $t = -4, -6$

すなわち $x^2 - 5x = -4$ または $x^2 - 5x = -6$

$x^2 - 5x = -4$ から $x^2 - 5x + 4 = 0$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

したがって $x = 1, 4$

$x^2 - 5x = -6$ から $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

したがって $x = 2, 3$

【答】 $x = 1, 2, 3, 4$

2

解説

- (1) 2次方程式 $2x^2 + 7x + 4 = 0$ について、判別式を D とすると

$$D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49 - 32 = 17 > 0$$

であるから、実数解の個数は2個である。

- (2) 2次方程式 $4x^2 - 8x + 5 = 0$ について、判別式を D とすると

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5 = 64 - 80 = -16 < 0$$

であるから、実数解の個数は0個である。

- (3) 2次方程式 $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$ について、判別式を D とすると

$$D = (-2\sqrt{5})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 20 - 20 = 0$$

であるから、実数解の個数は1個である。

3

解説

解と係数の関係から $\alpha + \beta = \frac{2}{3}$, $\alpha\beta = -\frac{4}{3}$

$$(1) \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{8}{9}$$

$$(2) \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{3} \div \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$(3) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{9} + \frac{8}{3} = \frac{28}{9}$$

$$(4) \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{28}{9} \div \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{28}{9} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{7}{3}$$

$$(5) (\alpha - \beta)^2 = (\alpha^2 + \beta^2) - 2\alpha\beta = \frac{28}{9} - 2 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{28}{9} + \frac{8}{3} = \frac{52}{9}$$