



講習会確認テスト

【数学 I A】

氏名

□1

x は正の実数で、 $x^2 + \frac{4}{x^2} = 9$ を満たすとする。このとき $\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = \square{\text{アイ}}$ であるから、

$x + \frac{2}{x} = \sqrt{\square{\text{アイ}}}$ である。

さらに $x^3 + \frac{8}{x^3} = \left(x + \frac{2}{x}\right)\left(x^2 + \frac{4}{x^2} - \square{\text{ウ}}\right) = \square{\text{エ}}\sqrt{\square{\text{オカ}}}$ である。

また $x^4 + \frac{16}{x^4} = \square{\text{キク}}$ である。

2

実数 x に関する 2 つの条件 p, q を $p: x=1, q: x^2=1$ とする。また、条件 p, q の否定をそれぞれ $\bar{p}, \bar{q}$ で表す。

- (1) 次の , , , に当てはまるものを、下の ① ~ ③ のうちから 1 つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

q は p であるための .

$\bar{p}$ は q であるための .

(p または $\bar{q}$) は q であるための .

($\bar{p}$ かつ q) は q であるための .

- ① 必要条件だが十分条件でない ② 十分条件だが必要条件でない
③ 必要十分条件である ④ 必要条件でも十分条件でもない

- (2) 実数 x に関する条件 r を $r: x>0$ とする。次の に当てはまるものを、下の ① ~ ⑦ のうちから 1 つ選べ。

3 つの命題

A: 「(p かつ q) $\implies r$ 」 B: 「 $q \implies r$ 」 C: 「 $\bar{q} \implies \bar{p}$ 」

の真偽について正しいものは である。

- ① A は真, B は真, C は真 ② A は真, B は真, C は偽
③ A は真, B は偽, C は真 ④ A は真, B は偽, C は偽
⑤ A は偽, B は真, C は真 ⑥ A は偽, B は真, C は偽
⑦ A は偽, B は偽, C は真 ⑧ A は偽, B は偽, C は偽

3

a を定数とし, $g(x) = x^2 - 2(3a^2 + 5a)x + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$ とおく。2 次関数 $y = g(x)$ のグラフの頂点は $(\boxed{\text{ア}} a^2 + \boxed{\text{イ}} a, \boxed{\text{ウ}} a^4 + \boxed{\text{エオ}} a^2 + \boxed{\text{カキ}})$ である。

a が実数全体を動くとき, 頂点の x 座標の最小値は $-\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

次に, $t = a^2$ とおくと, 頂点の y 座標は $\boxed{\text{ウ}} t^2 + \boxed{\text{エオ}} t + \boxed{\text{カキ}}$ と表せる。したがって, a が実数全体を動くとき, 頂点の y 座標の最小値は $\boxed{\text{シス}}$ である。

4

$\triangle ABC$ において、 $AB = \sqrt{3} - 1$ 、 $BC = \sqrt{3} + 1$ 、 $\angle ABC = 60^\circ$ とする。

(1) $AC = \sqrt{\text{ア}}$ であるから、 $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\sqrt{\text{イ}}$ であり

$\sin \angle BAC = \frac{\sqrt{\text{ウ}} + \sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}$ である。ただし、 ウ 、 エ の解答の順序

は問わない。

(2) 辺 AC 上に点 D を、 $\triangle ABD$ の面積が $\frac{\sqrt{2}}{6}$ になるようにとるとき

$AB \cdot AD = \frac{\text{カ} \sqrt{\text{キ}} - \text{ク}}{\text{ケ}}$ であるから、 $AD = \frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ である。

5

スキージャンプは、飛距離および空中姿勢の美しさを競う競技である。選手は斜面を滑り降り、斜面の端から空中に飛び出す。飛距離 D (単位は m) から得点 X が決まり、空中姿勢から得点 Y が決まる。ある大会における 58 回のジャンプについて考える。

- (1) 得点 X 、得点 Y および飛び出すときの速度 V (単位は km/h) について、図 1 の 3 つの散布図を得た。

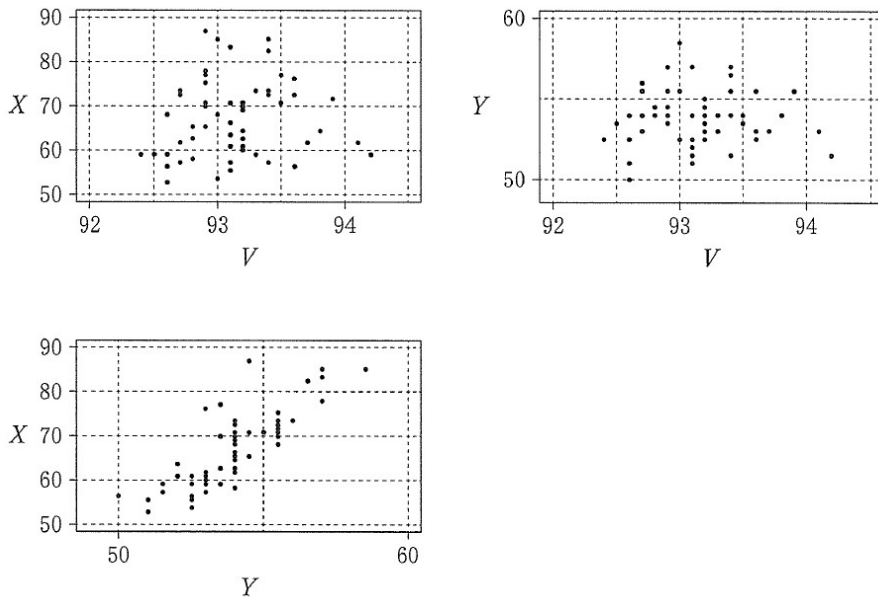


図 1

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

次の 、、 に当てはまるものを、下の ① ~ ⑥ のうちから 1 つずつ選べ。ただし、 < < とする。

図 1 から読み取れることとして正しいものは、、、 である。

- ① X と V の間の相関は、 X と Y の間の相関より強い。
- ② X と Y の間には正の相関がある。
- ③ V が最大のジャンプは、 X も最大である。
- ④ V が最大のジャンプは、 Y も最大である。
- ⑤ Y が最小のジャンプは、 X は最小ではない。
- ⑥ X が 80 以上のジャンプは、すべて V が 93 以上である。
- ⑦ Y が 55 以上かつ V が 94 以上のジャンプはない。

(2) 得点 X は、飛距離 D から次の計算式によって算出される。

$$X = 1.80 \times (D - 125.0) + 60.0$$

次の , , にそれぞれ当てはまるものを、下の ① ~ ⑥ のうちから 1 つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- ・ X の分散は、 D の分散の 倍になる。
- ・ X と Y の共分散は、 D と Y の共分散の 倍である。ただし、共分散は、2 つの変量のそれぞれにおいて平均値からの偏差を求め、偏差の積の平均値として定義される。
- ・ X と Y の相関係数は、 D と Y の相関係数の 倍である。

- | | | | |
|--------|---------|--------|--------|
| ① -125 | ② -1.80 | ③ 1 | ④ 1.80 |
| ⑤ 3.24 | ⑥ 3.60 | ⑦ 60.0 | |

- (3) 58回のジャンプは29名の選手が2回ずつ行ったものである。1回目の $X+Y$ (得点 X と得点 Y の和)の値に対するヒストグラムと2回目の $X+Y$ の値に対するヒストグラムは図2のA, Bのうちのいずれかである。また, 1回目の $X+Y$ の値に対する箱ひげ図と2回目の $X+Y$ の値に対する箱ひげ図は図3のa, bのうちのいずれかである。ただし, 1回目の $X+Y$ の最小値は108.0であった。

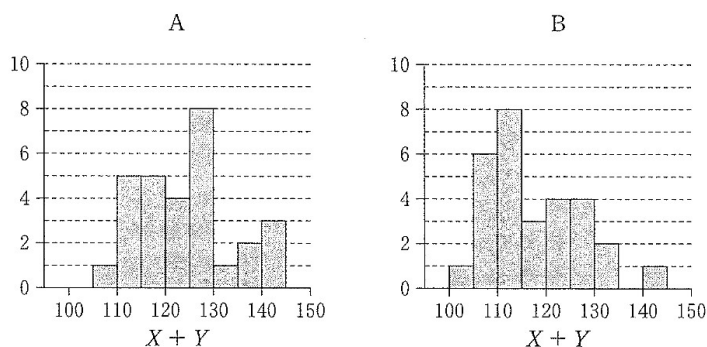


図 2

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

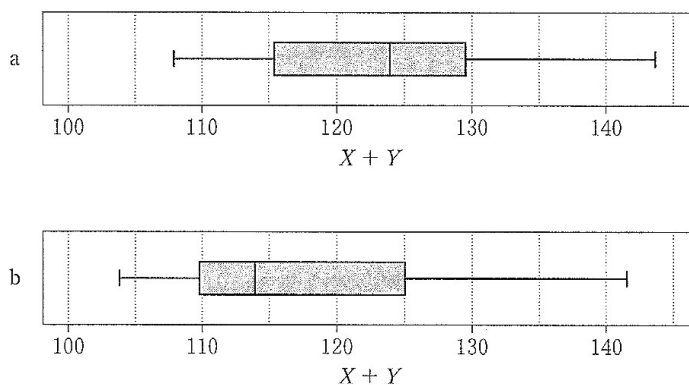


図 3

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

次の に当てはまるものを, 下の表の ① ~ ④ のうちから 1 つ選べ。

1 回目の $X+Y$ の値について, ヒストグラムおよび箱ひげ図の組合せとして正しいものは, である。

	①	②	③
ヒストグラム	A	B	B
箱ひげ図	a	b	a

次の に当てはまるものを，下の ㉔ ～ ㉖ のうちから 1 つ選べ。

図 3 から読み取れることとして正しいものは， である。

- ㉔ 1 回目の $X+Y$ の四分位範囲は，2 回目の $X+Y$ の四分位範囲より大きい。
- ㉕ 1 回目の $X+Y$ の中央値は，2 回目の $X+Y$ の中央値より大きい。
- ㉖ 1 回目の $X+Y$ の最大値は，2 回目の $X+Y$ の最大値より小さい。
- ㉗ 1 回目の $X+Y$ の最小値は，2 回目の $X+Y$ の最小値より小さい。

6

あたりが2本、はずれが2本の合計4本からなるくじがある。A, B, Cの3人がこの順に1本ずつくじを引く。ただし、1度引いたくじはもとに戻さない。

(1) A, Bの少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_1 の確率は、 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

(2) 次の ウ , エ , オ に当てはまるものを、下の0～5のうちから1つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

A, B, Cの3人で2本のあたりのくじを引く事象 E は、3つの排反な事象 ウ , エ , オ の和事象である。

0: A がはずれのくじを引く事象 1: A だけがはずれのくじを引く事象
2: B がはずれのくじを引く事象 3: B だけがはずれのくじを引く事象
4: C がはずれのくじを引く事象 5: C だけがはずれのくじを引く事象

また、その和事象の確率は $\frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ である。

(3) 事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率は、 $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ である。

(4) 次の コ , サ , シ に当てはまるものを、下の0～5のうちから1つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

B, Cの少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_2 は、3つの排反な事象 コ , サ , シ の和事象である。

0: A がはずれのくじを引く事象 1: A だけがはずれのくじを引く事象
2: B がはずれのくじを引く事象 3: B だけがはずれのくじを引く事象
4: C がはずれのくじを引く事象 5: C だけがはずれのくじを引く事象

また、その和事象の確率は $\frac{\text{ス}}{\text{セ}}$ である。他方、A, Cの少なくとも一方があたりの

くじを引く事象 E_3 の確率は、 $\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ である。

(5) 次の チ に当てはまるものを、下の①～⑥のうちから1つ選べ。

事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_1 , 事象 E_2 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_2 , 事象 E_3 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_3 の間の大小関係は、 チ である。

① $p_1 < p_2 < p_3$ ② $p_1 > p_2 > p_3$ ③ $p_1 < p_2 = p_3$ ④ $p_1 > p_2 = p_3$
⑤ $p_1 = p_2 < p_3$ ⑥ $p_1 = p_2 > p_3$ ⑦ $p_1 = p_2 = p_3$

7

△ABCにおいて、AB=3, BC=8, AC=7とする。

- (1) 辺 AC 上に点 D を AD=3 となるようにとり、△ABD の外接円と直線 BC の交点
で B と異なるものを E とする。このとき、BC・CE= アイ であるから、

$$CE = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$$

である。

直線 AB と直線 DE の交点を F とするとき、 $\frac{BF}{AF} = \frac{\text{オカ}}{\text{キ}}$ であるから、

$$AF = \frac{\text{クケ}}{\text{コ}}$$

である。

- (2) ∠ABC = サシ° である。△ABC の内接円の半径は $\frac{\text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ であり、

$$\triangle ABC \text{ の内心を } I \text{ とすると } BI = \frac{\text{タ} \sqrt{\text{チ}}}{\text{ツ}}$$

である。