

1

解説

$$2x^2 + (4c-3)x + 2c^2 - c - 11 = 0 \quad \dots\dots ①$$

(1) $c=1$ のとき, ① の左辺は

$$2x^2 + (4 \cdot 1 - 3)x + 2 \cdot 1^2 - 1 - 11 = 2x^2 + x - 10 = (x+5)(x-2)$$

よって, ① の解は $x = -\frac{5}{2}, 2$

(2) $c=2$ のとき, ① は $2x^2 + (4 \cdot 2 - 3)x + 2 \cdot 2^2 - 1 - 11 = 0$

すなわち $2x^2 + 5x - 5 = 0$

よって, ① の解は $x = \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{4}$

大きい方の解を α とすると $\alpha = \frac{-5 + \sqrt{65}}{4}$

よって $\frac{5}{\alpha} = 5 \cdot \frac{4}{-5 + \sqrt{65}} = \frac{20(5 + \sqrt{65})}{(-5 + \sqrt{65})(5 + \sqrt{65})} = \frac{5 + \sqrt{65}}{2}$

$8 < \sqrt{65} < 9$ であるから $\frac{5+8}{2} < \frac{5+\sqrt{65}}{2} < \frac{5+9}{2}$

すなわち $\frac{13}{2} < \frac{5}{\alpha} < 7$ したがって $6 < \frac{5}{\alpha} < 7$

よって, $m < \frac{5}{\alpha} < m+1$ を満たす整数 m は ~ 6

(3) ① の解は
$$x = \frac{-(4c-3) \pm \sqrt{(4c-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (2c^2 - c - 11)}}{2 \cdot 2}$$
$$= \frac{-(4c-3) \pm \sqrt{-16c+97}}{4}$$

① の解が異なる 2 つの有理数であるとき, 根号の中は, n を正の整数とすると

$$-16c + 97 = n^2$$

と表すことができる。

 $c=1$ のとき (1) より ① の解は異なる 2 つの有理数になる。 $c=2$ のとき (2) より ① の解は異なる 2 つの無理数になる。 $c=3$ のとき $-16 \cdot 3 + 97 = 49 = 7^2$ より ① の解は異なる 2 つの有理数になる。 $c=4$ のとき $-16 \cdot 4 + 97 = 33$ より ① の解は異なる 2 つの無理数になる。 $c=5$ のとき $-16 \cdot 5 + 97 = 17$ より ① の解は異なる 2 つの無理数になる。 $c=6$ のとき $-16 \cdot 6 + 97 = 1 = 1^2$ より ① の解は異なる 2 つの有理数になる。 $c \geq 7$ のとき $-16c + 97 < 0$ より ① は実数の解をもたない。よって, ① の解が異なる 2 つの有理数であるような正の整数 c の個数は ~ 3 個

2

解説

$$(1) \sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\sin A > 0 \text{ より } \sin A = \frac{4}{5}$$

よって

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 12$$

$$\begin{aligned} \text{また, } \angle IAD &= 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + A) \\ &= 180^\circ - A \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

であるから

$$\sin \angle IAD = \sin A = \frac{4}{5}$$

AI=AC=b=6, AD=AB=c=5 であるから

$$\triangle AID = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 12$$

$$(2) S_1 = a^2, S_2 = b^2, S_3 = c^2 \text{ であるから}$$

$$S_1 - S_2 - S_3 = a^2 - b^2 - c^2$$

$\triangle ABC$ において,

$$0^\circ < A < 90^\circ \text{ のとき } a^2 < b^2 + c^2 \quad \text{よって } S_1 - S_2 - S_3 < 0 \quad (\text{キ } \textcircled{2})$$

$$A = 90^\circ \text{ のとき } a^2 = b^2 + c^2 \quad \text{よって } S_1 - S_2 - S_3 = 0 \quad (\text{ク } \textcircled{0})$$

$$90^\circ < A < 180^\circ \text{ のとき } a^2 > b^2 + c^2 \quad \text{よって } S_1 - S_2 - S_3 > 0 \quad (\text{ケ } \textcircled{1})$$

$$(3) \triangle ABC \text{ の面積を } T \text{ とおくと } T = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

(1) と同様に考えて

$$T_1 = \frac{1}{2}AI \cdot AD \sin \angle IAD = \frac{1}{2}bc \sin A$$

$$\text{よって } T_1 = T$$

T_2 についても T_1 と同様に考えて

$$T_2 = \frac{1}{2}BE \cdot BF \sin \angle EBF = \frac{1}{2}ca \sin B$$

$$\text{よって } T_2 = T$$

T_3 についても同様にして $T_3 = T$ が示せる。

以上により,

$$a, b, c \text{ の値に関係なく, } T_1 = T_2 = T_3 (=T) \quad (\text{ク } \textcircled{3})$$

$$(4) \triangle ABC \text{ と } \triangle AID \text{ において, } AC=AI=b, AB=AD=c \text{ であるから, ID と BC の}$$

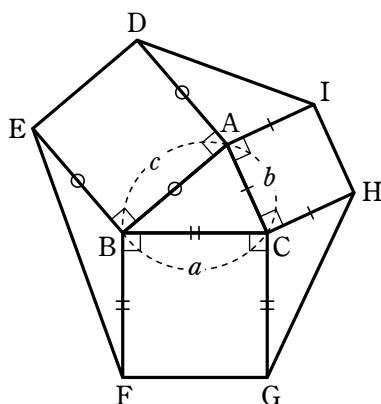
$$\text{大小関係は, } \angle IAD \text{ と } A \text{ の大小関係と一致する。}$$

$$0^\circ < A < 90^\circ \text{ のとき, } \angle IAD = 180^\circ - A \text{ より } 90^\circ < \angle IAD < 180^\circ$$

$$\text{よって } \angle IAD > A$$

$$\text{したがって } ID > BC \quad (\text{サ } \textcircled{2})$$

$\triangle ABC, \triangle AID, \triangle BEF, \triangle CGH$ の外接円の半径を, それぞれ R, R_1, R_2, R_3 と



おく。

このとき、それぞれの三角形において、正弦定理により

$$2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}, \quad 2R_1 = \frac{ID}{\sin \angle IAD} = \frac{ID}{\sin A},$$

$$2R_2 = \frac{EF}{\sin \angle EBF} = \frac{EF}{\sin B}, \quad 2R_3 = \frac{GH}{\sin \angle GCH} = \frac{GH}{\sin C}$$

$$ID > a \text{ であるから } \frac{ID}{\sin A} > \frac{a}{\sin A} \text{ すなわち } 2R_1 > 2R$$

よって $R_1 > R$ (〇)

同様に考えて、 $0^\circ < B < 90^\circ$, $0^\circ < C < 90^\circ$ のとき $EF > b$, $GH > c$

よって $R_2 > R$, $R_3 > R$

以上により、

$0^\circ < A < B < C < 90^\circ$ のとき、外接円の半径が最も小さい三角形は $\triangle ABC$ (〇)

$90^\circ < C$ のとき、 $\angle GCH = 180^\circ - C$ より $0^\circ < \angle GCH < 90^\circ$

よって $GH < c$

したがって $R_3 < R$

$0^\circ < A < B < 90^\circ$ のとき、 $R_1 > R$, $R_2 > R$ であるから、

$0^\circ < A < B < 90^\circ < C$ のとき、外接円の半径が最も小さい三角形は $\triangle CGH$ (〇)

3

解説

(1) 平均速度すなわち 1 秒あたりの進む距離は

$$(1 \text{ 秒あたりの歩数}) \times (1 \text{ 歩あたりの進む距離}) = z \times x = xz \quad (\text{ア } ②)$$

$$\text{よって} \quad \text{タイム} = \frac{100}{xz} \quad \dots\dots ①$$

$$\text{参考} \quad x = \frac{100 \text{ (m)}}{100 \text{ m を走るのにかかった歩数 (歩)}},$$

$$z = \frac{100 \text{ m を走るのにかかった歩数 (歩)}}{\text{タイム (秒)}}$$

であるから

平均速度

$$= \frac{100 \text{ (m)}}{\text{タイム (秒)}}$$

$$= \frac{100 \text{ (m)}}{100 \text{ m を走るのにかかった歩数 (歩)}} \cdot \frac{100 \text{ m を走るのにかかった歩数 (歩)}}{\text{タイム (秒)}}$$

$$= xz \text{ (m/秒)} \quad (\text{ア } ②)$$

(2) ストライドが 0.05 大きくなるとピッチが 0.1 小さくなるから, k を実数として

$$z = \frac{-0.1}{0.05}x + k \text{ すなわち } z = -2x + k \text{ と表される。}$$

$$x = 2.10, z = 4.60 \text{ を代入すると} \quad 4.60 = -2 \cdot 2.10 + k$$

$$\text{よって} \quad k = 8.8 = \frac{44}{5}$$

$$\text{したがって} \quad z = \text{イウ} - 2x + \frac{\text{エオ}44}{5} \quad \dots\dots ②$$

$$z \leq 4.80 \text{ であるから} \quad -2x + \frac{44}{5} \leq 4.80$$

$$\text{これを解くと} \quad x \geq 2$$

$$x \leq 2.40 \text{ であるから, } x \text{ の値の範囲は} \quad \text{カ2.キク} 00 \leq x \leq 2.40$$

$$y = xz \text{ とおくと} \quad y = x\left(-2x + \frac{44}{5}\right) = -2x^2 + \frac{44}{5}x = -2\left(x - \frac{11}{5}\right)^2 + \frac{242}{25}$$

$$2.00 \leq x \leq 2.40 \text{ のとき, } y \text{ は } x = \frac{11}{5} \text{ すなわち } x = \text{ケ2.コサ} 20 \text{ のときに最大値 } \frac{242}{25} \text{ をとる。}$$

$$\text{このとき} \quad z = -2 \cdot \frac{11}{5} + \frac{44}{5} = \frac{22}{5} = \text{シ4.スセ} 40$$

$$\text{また, } ① \text{ よりタイムは} \quad 100 \div \frac{242}{25} = \frac{1250}{121} = 10.330\dots \approx 10.33 \quad (\text{ソ } ③)$$

4

解説

(1) 第1四分位数は $\frac{13+13}{2} = 13$

第3四分位数は $\frac{25+25}{2} = 25$

よって、四分位範囲は $25 - 13 = 12$

また、 $13 - 1.5 \times 12 = -5$ 、 $25 + 1.5 \times 12 = 43$ より、外れ値は -5 以下または 43 以上の値である。

したがって、外れ値は $47, 48, 56$ の 3 個

(2) (i) 図1において、横軸を x 、縦軸を y とすると、右の斜線部分にある点は、1 km あたりの所要時間が1分以下の国際空港を表す点である。この部分には2個以上の点が含まれている。

与えられた箱ひげ図 ① ~ ④ のうち、② 以外の4つの箱ひげ図は、1 km あたりの所要時間が1分以下の点が2個未満であり、適当でない。

したがって、「1 km あたりの所要時間」の箱ひげ図は ②

② の箱ひげ図では、1 km あたりの所要時間が5分以上の2点が外れ値となっている。

図1において、右上の図のアミかけ部分にある点が、1 km あたりの所要時間が5分以上である空港を表す点である。

よって、外れ値は A と B (①, ① または ①, ①)

注意 上記の「エ」の解答では、箱ひげ図 ① の外れ値を除いた最小値が1以上であると判断している。

外れ値を除いた最小値が1より小さい場合、1 km あたりの所要時間が1分以下の国際空港を表す点だけでは ①, ② のどちらかは判断できないが、1 km あたりの所要時間が5分以上の点が2点あることから、正しい箱ひげ図が ② であると判断できる。

(ii) (I) 図2において、新空港の「費用」と「所要時間」を表す点は、2つの実線の交点である。

この交点の左下に白丸があることから、新空港より「費用」が低い日本の空港が存在する。

よって、誤りである。

以下、40の国際空港の「移動距離」「所要時間」「費用」の3つの値の組を

$(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_{40}, y_{40}, z_{40})$ とする。

(II) 新空港を加える前の「移動距離」の平均値は22であるから、加える前の「移動距離」の標準偏差 s_x は

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{40} \{(x_1 - 22)^2 + \dots + (x_{40} - 22)^2\}}$$

である。

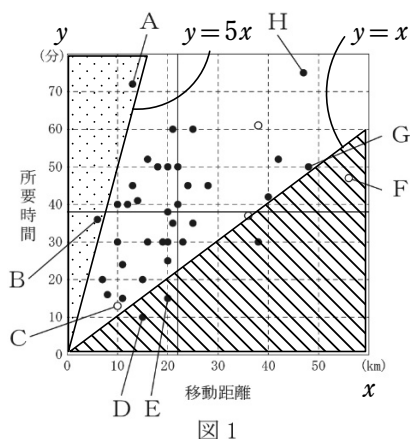


図1

新空港の移動距離 $x_{41}=22$ を加えた後のデータを考える。

平均値は 22 のままであり、

$$(x_1 - 22)^2 + \cdots + (x_{40} - 22)^2 + (x_{41} - 22)^2 = (x_1 - 22)^2 + \cdots + (x_{40} - 22)^2$$

であるから、新空港を加えた後の標準偏差 s'_x とすると

$$\begin{aligned} s'_x &= \sqrt{\frac{1}{41} \{(x_1 - 22)^2 + \cdots + (x_{40} - 22)^2 + (x_{41} - 22)^2\}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{41} \{(x_1 - 22)^2 + \cdots + (x_{40} - 22)^2\}} \\ &= \sqrt{\frac{40}{41}} \sqrt{\frac{1}{40} \{(x_1 - 22)^2 + \cdots + (x_{40} - 22)^2\}} \\ &= \sqrt{\frac{40}{41}} s_x \end{aligned}$$

よって、 $s_x \neq s'_x$ であるから、「移動距離」の標準偏差は、新空港を加える前後で変化する。

したがって、誤りである。

$$(Ⅲ) (Ⅱ) \text{と同様に } s_y, s'_y, s_z, s'_z \text{ を考えると } s'_y = \sqrt{\frac{40}{41}} s_y, s'_z = \sqrt{\frac{40}{41}} s_z$$

また、40 の国際空港に関する 2 つの変量「移動距離」「所要時間」の共分散を

$$s_{xy} \text{ とすると } s_{xy} = \frac{1}{40} \{(x_1 - 22)(y_1 - 38) + \cdots + (x_{40} - 22)(y_{40} - 38)\}$$

また、新空港を加えた後の共分散 s'_{xy} を考えると

$$\begin{aligned} s'_{xy} &= \frac{1}{41} \{(x_1 - 22)(y_1 - 38) + \cdots + (x_{40} - 22)(y_{40} - 38) + (x_{41} - 22)(y_{41} - 38)\} \\ &= \frac{1}{41} \{(x_1 - 22)(y_1 - 38) + \cdots + (x_{40} - 22)(y_{40} - 38)\} \\ &= \frac{40}{41} \cdot \frac{1}{40} \{(x_1 - 22)(y_1 - 38) + \cdots + (x_{40} - 22)(y_{40} - 38)\} \\ &= \frac{40}{41} s_{xy} \end{aligned}$$

40 の国際空港に関する 2 つの変量「移動距離」「所要時間」の相関係数を r_{xy} 、新空港を加えた相関係数を r'_{xy} とする。

$$\text{このとき } r'_{xy} = \frac{s'_{xy}}{s'_x s'_y} = \frac{\frac{40}{41} s_{xy}}{\sqrt{\frac{40}{41}} s_x \cdot \sqrt{\frac{40}{41}} s_y} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = r_{xy}$$

「所要時間」と「費用」，「費用」と「移動距離」の相関係数も同様に考えて変化しないことがわかる。

よって、新空港を加える前後で相関係数は変化しないから正しい。

以上より ^キ ⑥

- (3) 与えられた方針に従い，“P 空港の利用者全体のうちで「便利だと思う」と回答する割合と、「便利だと思う」と回答しない割合が等しい” …… ① という仮説をたてる。

与えられた実験結果から、30 枚の硬貨のうち 20 枚以上が表となった割合は

$$3.2 + 1.4 + 1.0 + 0.0 + 0.1 + 0.0 + 0.1 + 0.0 + 0.0 + 0.0 + 0.0 = 5.8 (\%)$$

したがって、仮説 ① のもとで、30 人抽出したうちの 20 人以上が「便利だと思う」と

回答する確率は5 % 以上である。

よって、与えられた方針に従うと、「便利だと思う」と回答する割合と、「便利だと思う」と回答しない割合が等しいという仮説は誤っているとは判断されず^(コ ①)、P 空港は便利だと思う人の方が多いとはいえない^(サ ①)。

5

解説

$3^2 + 4^2 = 5^2$ であるから、 $\triangle ABC$ は $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形である。

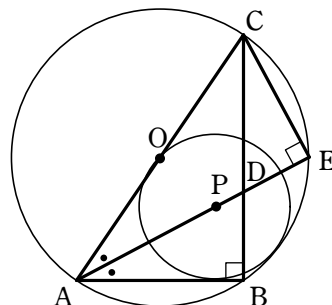
AD は $\angle BAC$ の二等分線であるから

$$BD : DC = AB : AC = 3 : 5$$

$$\text{したがって} \quad BD = \frac{3}{3+5} BC = \frac{3}{8} \cdot 4 = \frac{3}{2}$$

よって、 $\triangle ABD$ において、三平方の定理により

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$



また、辺 AC は円 O の直径であるから $\angle AEC = 90^\circ$

ゆえに、 $\triangle AEC$ と $\triangle ABD$ において $\angle AEC = \angle ABD = 90^\circ$, $\angle CAE = \angle DAB$

よって、 $\triangle AEC \sim \triangle ABD$ であるから $AE : AB = AC : AD$

$$\text{すなわち} \quad AE : 3 = 5 : \frac{3\sqrt{5}}{2} \quad \text{ゆえに} \quad AE = 2\sqrt{5}$$

円 P は辺 AB, AC の両方に接するから、その中心は線分 AD 上にある。

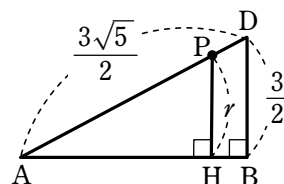
円 P と辺 AB との接点を H とすると $HP = r$

$\triangle AHP \sim \triangle ABD$ であるから

$$AP : AD = HP : BD$$

$$\text{すなわち} \quad AP : \frac{3\sqrt{5}}{2} = r : \frac{3}{2}$$

$$\text{ゆえに} \quad AP = \sqrt{5}r$$



また、円 P は外接円 O に内接しているから、その接点 F と中心 P を結ぶ直線 PF は外接円 O の中心を通る。

よって、線分 GF は円 O の直径であるから

$$GF = AC = 5$$

線分 PF は円 P の半径であるから

$$PF = r$$

$$\text{したがって} \quad PG = GF - PF = 5 - r$$

$$\text{さらに、} PE = AE - AP = 2\sqrt{5} - \sqrt{5}r$$

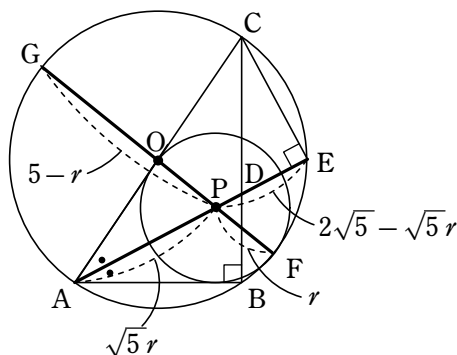
であるから、方べきの定理により

$$PA \cdot PE = PF \cdot PG$$

$$\sqrt{5}r(2\sqrt{5} - \sqrt{5}r) = r(5 - r)$$

両辺を $r (> 0)$ で割って整理すると $4r - 5 = 0$

$$\text{ゆえに} \quad r = \frac{5}{4}$$



△ABC の内接円 Q の半径を x とする。

△ABC の面積は $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$ であるから $\frac{1}{2}x(3+4+5)=6$

これを解いて $x=1$

よって、内接円 Q の半径は 1 である。

円 Q と辺 AB の接点を I とすると、△AIQ ∽ △ABD であるから $AQ : AD = IQ : BD$

すなわち $AQ : \frac{3\sqrt{5}}{2} = 1 : \frac{3}{2}$

ゆえに $AQ = \sqrt{5}$

また、△AHP ∽ △ABD より $AH : AB = HP : BD$

すなわち $AH : 3 = r : \frac{3}{2}$ よって $AH = 2r = 2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$

図形の一部をかき出すと、右のようになる。

$$AB \cdot AH = 3 \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$$

$$AD \cdot AQ = \frac{3\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{5} = \frac{15}{2}$$

$$AE \cdot AQ = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 10$$

よって、 $AB \cdot AH = AD \cdot AQ$ であるから、
 方べきの定理の逆により、4 点 B, H, D, Q は
 同一円周上にある。

すなわち、(a) は正しい。

また、 $AB \cdot AH \neq AE \cdot AQ$ であるから、(b) は誤りである。

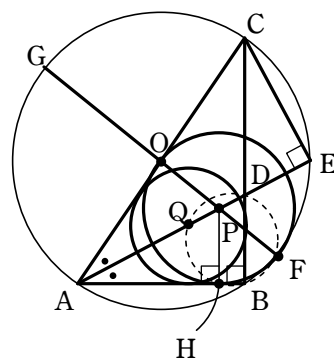
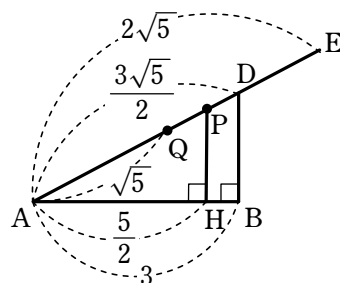
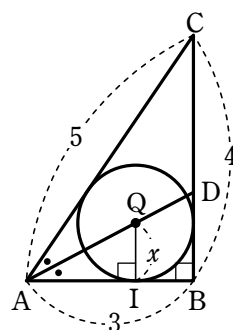
以上から、(a), (b) の正誤の組合せとして正しいものは $\textcircled{\text{タ}}$

【参考】 円 P と辺 AC の接点を R とおくと、

$$AR = AH = \frac{5}{2}, AO = \frac{1}{2}AC = \frac{5}{2}$$

であるから、点 O と点 R は一致する。

すなわち、辺 AC と円 P は外接円 O の中心で接する。



(1) 箱 A において、当たりくじを引く確率は $\frac{1}{2}$ であるから、はずれくじを引く確率も $\frac{1}{2}$ である。

また、箱 B において、当たりくじを引く確率は $\frac{1}{3}$ であるから、はずれくじを引く確率は $\frac{2}{3}$ である。

よって、箱 A において、3 回中ちょうど 1 回当たる確率は ${}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$

箱 B において、3 回中ちょうど 1 回当たる確率は ${}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

次に、箱 A において、3 回中ちょうど 0 回当たる確率は ${}_3C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

箱 A において、3 回中ちょうど 2 回当たる確率は ${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{8}$

箱 A において、3 回中ちょうど 3 回当たる確率は ${}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{8}$

よって、箱 A において、3 回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は

$$0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

また、箱 B において、3 回中ちょうど 0 回当たる確率は ${}_3C_0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

箱 B において、3 回中ちょうど 2 回当たる確率は ${}_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{6}{27}$

箱 B において、3 回中ちょうど 3 回当たる確率は ${}_3C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{1}{27}$

箱 B において、3 回中ちょうど 1 回当たる確率は $\frac{4}{9} = \frac{12}{27}$ であるから、3 回引いたときに当たりくじを引く回数の期待値は

$$0 \times \frac{8}{27} + 1 \times \frac{12}{27} + 2 \times \frac{6}{27} + 3 \times \frac{1}{27} = \frac{27}{27} = 1$$

(2) 選ばれた箱が A である事象を A 、選ばれた箱が B である事象を B 、3 回中ちょうど 1 回当たる事象を W とすると

$$P(A \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16}, \quad P(B \cap W) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

$P(W) = P(A \cap W) + P(B \cap W) = \frac{3}{16} + \frac{2}{9} = \frac{59}{144}$ であるから、3 回中ちょうど 1 回当たったとき、選んだ箱が A である条件付き確率は

$$P_W(A) = \frac{P(W \cap A)}{P(W)} = \frac{3}{16} \times \frac{144}{59} = \frac{27}{59}$$

また、選んだ箱が B である条件付き確率は

$$P_W(B)=1-P_W(A)=1-\frac{27}{59}=\frac{32}{59}$$

次に、(X) の場合について考える。

「花子さんが選んだ箱が B で、かつ、花子さんが 3 回引いてちょうど 1 回当たる事象」は「太郎さんが選んだ箱が B で、かつ、花子さんが 3 回引いてちょうど 1 回当たる事象」であるから、その確率は

$$P_W(B) \times P(B_1) \quad (\textcircled{\text{シ}} \textcircled{\text{③}})$$

同様に考えると、(X) の場合の当たりくじを引く回数の期待値を計算する式は

$$\begin{aligned} & 0 \times P_W(A) \times P(A_0) + 1 \times P_W(A) \times P(A_1) \\ & \quad + 2 \times P_W(A) \times P(A_2) + 3 \times P_W(A) \times P(A_3) \\ & + 0 \times P_W(B) \times P(B_0) + 1 \times P_W(B) \times P(B_1) \\ & \quad + 2 \times P_W(B) \times P(B_2) + 3 \times P_W(B) \times P(B_3) \\ = & P_W(A) \times \{0 \times P(A_0) + 1 \times P(A_1) + 2 \times P(A_2) + 3 \times P(A_3)\} \\ & \quad + P_W(B) \times \{0 \times P(B_0) + 1 \times P(B_1) + 2 \times P(B_2) + 3 \times P(B_3)\} \\ = & P_W(A) \times \frac{3}{2} + P_W(B) \times 1 \quad \left(\textcircled{\text{ス}} \textcircled{\text{②}} \times \frac{3}{2} + \textcircled{\text{セ}} \textcircled{\text{③}} \times 1 \right) \end{aligned}$$

よって、(X) の場合の当たりくじを引く回数の期待値は

$$P_W(A) \times \frac{3}{2} + P_W(B) \times 1 = \frac{27}{59} \times \frac{3}{2} + \frac{32}{59} \times 1 = \frac{145}{118}$$

(Y) の場合について考える。

「花子さんが選んだ箱が B で、かつ、花子さんが 3 回引いてちょうど 1 回当たる事象」は「太郎さんが選んだ箱が A で、かつ、花子さんが 3 回引いてちょうど 1 回当たる事象」であるから、その確率は $P_W(A) \times P(B_1)$ である。

同様に考えると、(Y) の場合の当たりくじを引く回数の期待値は

$$\begin{aligned} & 0 \times P_W(B) \times P(A_0) + 1 \times P_W(B) \times P(A_1) \\ & \quad + 2 \times P_W(B) \times P(A_2) + 3 \times P_W(B) \times P(A_3) \\ & + 0 \times P_W(A) \times P(B_0) + 1 \times P_W(A) \times P(B_1) \\ & \quad + 2 \times P_W(A) \times P(B_2) + 3 \times P_W(A) \times P(B_3) \\ = & P_W(B) \times \{0 \times P(A_0) + 1 \times P(A_1) + 2 \times P(A_2) + 3 \times P(A_3)\} \\ & \quad + P_W(A) \times \{0 \times P(B_0) + 1 \times P(B_1) + 2 \times P(B_2) + 3 \times P(B_3)\} \\ = & P_W(B) \times \frac{3}{2} + P_W(A) \times 1 \\ = & \frac{32}{59} \times \frac{3}{2} + \frac{27}{59} \times 1 = \frac{\textcircled{\text{ソ}} \textcircled{\text{タ}} 75}{\textcircled{\text{チ}} \textcircled{\text{ツ}} 59} \end{aligned}$$

$\frac{75}{59} = \frac{150}{118}$ であり、 $\frac{145}{118} < \frac{150}{118}$ であるから、花子さんは太郎さんが選んだ箱と異なる

箱を選ぶ方がよい。 $(\textcircled{\text{テ}} \textcircled{\text{①}})$