

1 (4点)

不等式 $(x+y)(x^2+y^2-2x)>0$ の表す領域を図示せよ。

2 (6点)

x, y が、次の4つの不等式 $x \geq 0, y \geq 0, 2x+y \leq 8, 2x+3y \leq 12$ を同時に満たすとき、
 $x+2y+1$ の最大値と最小値を求めよ。

1 (4点)

$(x+y)(x^2+y^2-2x)>0$ から

$$\begin{cases} x+y>0 \\ x^2+y^2-2x>0 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} x+y<0 \\ x^2+y^2-2x<0 \end{cases}$$

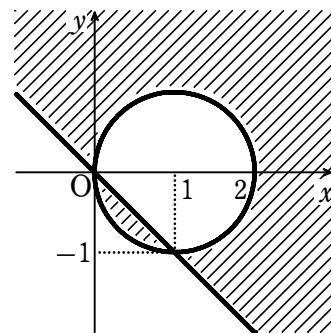
すなわち

$$\begin{cases} y>-x \\ (x-1)^2+y^2>1 \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} y<-x \\ (x-1)^2+y^2<1 \end{cases}$$

」 2点

よって、求める領域は [図] の斜線部分である。

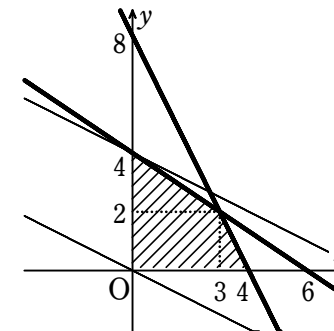
ただし、境界線を含まない。



」 2点

2 (6点)

与えられた4つの不等式を同時に満たす (x, y) の領域を A とすると、 A は下の図の斜線部分のようになる。



」 2点

$x+2y+1=k$ …… ① とおくと、これは傾きが $-\frac{1}{2}$,

y 切片が $\frac{k-1}{2}$ の直線を表す。

この直線 ① が A と共有点をもつような k の値の最大値と最小値を求めればよい。

A においては、直線 ① が点 $(0, 4)$ を通るとき k の値は最大になり、原点 O を通るとき k の値は最小になる。

よって、 $x+2y+1$ は

$x=0, y=4$ のとき、最大値 9 をとり、」 2点

$x=0, y=0$ のとき、最小値 1 をとる。」 2点