

中1 甲陽コンプリート数学 授業問題No5 ～相似・線分比～【解答&解説】

1

【解答】 $\triangle ABC \sim \triangle XWV$

相似条件 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

$\triangle DEF \sim \triangle TSU$

相似条件 3組の辺の比がすべて等しい

$\triangle GHI \sim \triangle PQR$

相似条件 2組の角がそれぞれ等しい

【解説】

[1] $\triangle ABC$ と $\triangle XWV$ において

$$AB : XW = 2 : 3, \quad CA : VX = 3 : 4.5 = 2 : 3, \quad \angle A = \angle X = 70^\circ$$

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABC \sim \triangle XWV$

[2] $\triangle DEF$ と $\triangle TSU$ において

$$DE : TS = 4 : 6 = 2 : 3, \quad EF : SU = 6 : 9 = 2 : 3, \quad FD : UT = 8 : 12 = 2 : 3$$

3組の辺の比がすべて等しいから $\triangle DEF \sim \triangle TSU$

[3] $\triangle GHI$ において $\angle G = 180^\circ - (78^\circ + 50^\circ) = 52^\circ$

$\triangle GHI$ と $\triangle PQR$ において

$$\angle G = \angle P = 52^\circ, \quad \angle I = \angle R = 50^\circ$$

2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle GHI \sim \triangle PQR$

($\triangle JKL$ と $\triangle MNO$ は、どの三角形とも相似でない)

2

【解答】 (1) $\triangle ACE \sim \triangle BDE$

相似条件 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

(2) $\triangle ADE \sim \triangle ACB$

相似条件 2組の角がそれぞれ等しい

(3) $\triangle ABD \sim \triangle CBA$

相似条件 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

【解説】

(1) $\triangle ACE$ と $\triangle BDE$ において

$$AE : BE = CE : DE = 1 : 2$$

$$\angle AEC = \angle BED \text{ (対頂角)}$$

よって、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ACE \sim \triangle BDE$$

(2) $\triangle ADE$ と $\triangle ACB$ において

$$\angle DAE = \angle CAB \text{ (共通)}$$

$$\angle ADE = \angle ACB = 60^\circ$$

よって、2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ADE \sim \triangle ACB$$

(3) $\triangle ABD$ と $\triangle CBA$ において

$$CB = 9 + 3 = 12 \text{ であるから}$$

$$AB : CB = BD : BA = 1 : 2$$

また $\angle ABD = \angle CBA$ (共通)

よって、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \sim \triangle CBA$$

3

【解答】 (1) 12 (2) $\frac{27}{2}$

【解説】

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において

$$\angle ABC = \angle AED$$

$$\angle BAC = \angle EAD \text{ (共通)}$$

よって、2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \sim \triangle AED$$

相似な三角形の対応する辺の長さの比は等しいから

$$AB : AE = AC : AD$$

$$(6 + x) : 9 = 12 : 6$$

これを解いて $x = 12$

(2) $\triangle ABD$ と $\triangle ACB$ において

$$AB : AC = AD : AB = 3 : 4 \quad \cdots \cdots ①$$

$$\angle BAD = \angle CAB \text{ (共通)}$$

よって、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \sim \triangle ACB$$

①より、相似比は3:4であるから

$$BD : CB = 3 : 4$$

$$x : 18 = 3 : 4$$

これを解いて $x = \frac{27}{2}$

4

【解答】 3.6 cm

【解説】

$\triangle ABD$ と $\triangle ACB$ において

$$\angle ADB = \angle ABC = 90^\circ$$

$$\angle BAD = \angle CAB \text{ (共通)}$$

よって、2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \sim \triangle ACB$$

相似な三角形の対応する辺の長さの比は等しいから

$$AD : AB = AB : AC$$

$$AD : 6 = 6 : 10$$

これを解いて $AD = 3.6 \text{ cm}$

5

【解答】 (1) 略 (2) 略

【解説】

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle DBE$ において

$$\angle ABC = \angle DBE \text{ (共通)} \quad \cdots \cdots ①$$

$$\angle BAC = \angle BDE = 90^\circ \quad \cdots \cdots ②$$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABC \sim \triangle DBE$

(2) $\triangle AFE$ と $\triangle DBE$ において

$$\angle FAE = \angle BDE = 90^\circ \quad \cdots \cdots ③$$

$$\angle AEF = \angle DEB \text{ (対頂角)} \quad \cdots \cdots ④$$

③、④より、2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle AFE \sim \triangle DBE$

6

【解答】 略

【解説】

$\triangle ABC$ と $\triangle EDC$ において

$$\text{仮定より } \angle BCA = \angle DCE \quad \cdots \cdots ①$$

$$\text{また、} BA = BE \text{ より } \angle BAC = \angle BEA$$

$$\text{対頂角は等しいから } \angle BEA = \angle DEC$$

$$\text{よって } \angle BAC = \angle DEC \quad \cdots \cdots ②$$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABC \sim \triangle EDC$

7

【解答】 $\frac{3}{2} \text{ cm}$

【解説】

$\triangle ABD$ と $\triangle CBA$ において

$$AB : CB = 2 : 4 = 1 : 2$$

$$BD : BA = (4 - 3) : 2 = 1 : 2$$

$$\angle ABD = \angle CBA \text{ (共通)}$$

よって、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \sim \triangle CBA$$

相似比は1:2であるから $AD : CA = 1 : 2$

$$\text{したがって } AD = \frac{1}{2} CA = \frac{3}{2} \text{ (cm)}$$

8

【解答】 (1) 略 (2) 2.4 cm

【解説】

(1) $\triangle ACQ$ と $\triangle QBP$ において

$$\angle ACQ = \angle QBP = 60^\circ \quad \cdots \cdots ①$$

$\triangle ACQ$ において、内角と外角の関係から

$$\angle CAQ + \angle ACQ = \angle BQA$$

$$\angle CAQ + 60^\circ = \angle BQP + 60^\circ$$

$$\text{よって } \angle CAQ = \angle BQP \quad \cdots \cdots ②$$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ACQ \sim \triangle QBP$

(2) $BQ = 4 \text{ cm}$ であるから $CQ = 10 - 4 = 6 \text{ (cm)}$

$$\triangle ACQ \sim \triangle QBP \text{ から } CQ : BP = CA : BQ$$

$$6 : BP = 10 : 4 \quad \text{よって } BP = 2.4 \text{ cm}$$

9

【解答】 (1) 略 (2) 20°

【解説】

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において

$$\triangle ABD \sim \triangle ACE \text{ から } AB : AC = AD : AE$$

$$\text{よって } AB : AD = AC : AE \quad \cdots \cdots ①$$

また $\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC$

$$\angle DAE = \angle CAE + \angle DAC$$

$\triangle ABD \sim \triangle ACE$ より、 $\angle BAD = \angle CAE$ であるから

$$\angle BAC = \angle DAE \quad \cdots \cdots ②$$

中1 甲陽エンブレム数学 授業問題No5 ～相似・線分比～【解答＆解説】

①, ② より, 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$
 (2) $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ から $\angle ABC = \angle ADE$ …… ③
 $\triangle ABD$ において, 内角と外角の関係から
 $\angle ABD + \angle BAD = \angle ADC$
 $= \angle ADE + \angle EDC$
 ③ より $\angle ABD = \angle ADE$ であるから $\angle BAD = \angle EDC$
 よって $\angle EDC = 20^\circ$

10
 解答 略
 解説
 $\triangle AFE$ と $\triangle GHE$ において
 $\angle AEF = \angle GEH$ (共通) …… ①
 $\triangle ABC \equiv \triangle ADE$ であるから
 $\angle FBG = \angle FDA$
 $\triangle FDA$ と $\triangle FBG$ において, 内角と外角の関係から
 $\angle FDA + \angle FAD = \angle FBG + \angle FGB$
 よって $\angle FAD = \angle FGB$
 また, AB は $\angle DAE$ を 2 等分しているから
 $\angle FAD = \angle EAF$
 対頂角は等しいから $\angle FGB = \angle EGH$
 よって $\angle EAF = \angle EGH$ …… ②
 ①, ② より, 2 組の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle AFE \sim \triangle GHE$

11
 解答 略
 解説
 $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において
 $\angle ACB = \angle ADE$ (仮定)
 $\angle CAB = \angle DAE$ (共通)
 よって, 2 組の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABC \sim \triangle AED$
 したがって, $AB : AE = AC : AD$ であるから
 $AD : AE = AC : AB$ …… ①
 $\triangle ADC$ と $\triangle AEB$ において
 $\angle CAD = \angle BAE$ (共通) …… ②
 ①, ② より, 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ADC \sim \triangle AEB$

12
 解答 略
 解説
 $\triangle ABP$ と $\triangle BQA$ において
 $AP \times BQ = AB^2$ から $AP \times BQ = BA \times AB$
 よって $AP : BA = AB : BQ$ …… ①
 また $\angle BAP = \angle QBA = 90^\circ$ …… ②

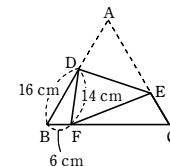
①, ② より, 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABP \sim \triangle BQA$
 したがって $\angle RPA = \angle RAB$ …… ③
 $\triangle ARP$ において $\angle BRA = \angle RAP + \angle RPA$
 ③ より $\angle BRA = \angle RAP + \angle RAB = 90^\circ$

13
 解答 略
 解説
 点 A から辺 BC に引いた垂線の足を F, 辺 AC と線分 BE の交点を G とする。
 $\triangle BCG$ と $\triangle ACF$ において
 $\angle BCG = \angle ACF$ (共通), $\angle BGC = \angle AFC = 90^\circ$
 よって, 2 組の角がそれぞれ等しいから, 残りの角も等しくなり
 $\angle CBG = \angle CAF$ …… ①
 $\triangle BCE$ と $\triangle ADC$ において
 $AD = \frac{1}{2}BC$ から $BC : AD = 2 : 1$
 $BE = 2CA$ から $BE : AC = 2 : 1$
 よって $BC : AD = BE : AC$ …… ②
 ①, ② より, 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle BCE \sim \triangle ADC$
 相似比は $2 : 1$ であるから $CE : CD = 2 : 1$

14
 解答 8 cm
 解説
 $\triangle ABF$ と $\triangle FCE$ において
 $\angle ABF = \angle FCE = 90^\circ$ …… ①
 $\triangle ABF$ において $\angle BAF + \angle AFB = 90^\circ$ …… ②
 $\angle AFE = 90^\circ$ であるから
 $\angle CFE + \angle AFB = 90^\circ$ …… ③
 ②, ③ から $\angle BAF = \angle CFE$ …… ④
 ①, ④ より, 2 組の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABF \sim \triangle FCE$
 $AF = AD = 10$ cm, $FE = DE = 5$ cm であるから, $\triangle ABF$ と $\triangle FCE$ の相似比は
 $AF : FE = 10 : 5 = 2 : 1$ よって $AB : FC = 2 : 1$
 $AB = x$ cm とすると $FC = 2 : 1$ したがって $FC = \frac{1}{2}x$ cm
 また, $BF : CE = 2 : 1$ で, $CE = (x - 5)$ cm であるから $BF = 2(x - 5)$ cm
 $BC = 10$ cm であるから $2(x - 5) + \frac{1}{2}x = 10$ これを解いて $x = 8$
 よって $AB = 8$ cm

15
 解答 (1) 略 (2) 21 cm
 解説
 (1) $\triangle BFD$ と $\triangle CEF$ において
 $\triangle ABC$ は正三角形であるから
 $\angle DBF = \angle FCE = 60^\circ$ …… ①

$\triangle BFD$ において, 内角と外角の関係から
 $\angle BDF + \angle DBF = \angle DFC$
 よって $\angle BDF + \angle DBF = \angle CFE + \angle DFE$
 $\angle DBF = \angle DFE = 60^\circ$ であるから
 $\angle BDF = \angle CFE$ …… ②
 ①, ② より, 2 組の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle BFD \sim \triangle CEF$
 (2) $\triangle FED$ をもどすと $\triangle AED$ と重なるから
 $AD = FD = 14$ cm
 $AB = 14 + 16 = 30$ (cm)
 $\triangle ABC$ は正三角形であるから
 $AC = BC = AB = 30$ cm
 $\triangle BFD \sim \triangle CEF$ より $BD : CF = BF : CE$
 $16 : (30 - 6) = 6 : CE$
 よって $CE = 9$ cm
 したがって $AE = 30 - 9 = 21$ (cm)



16
 解答 $\frac{3}{2}$ cm
 解説
 $\triangle FGI$ と $\triangle DBC$ において
 $\angle FIG = \angle DCB = 90^\circ$ …… ①
 線分 BD と FG の交点を P とする。
 $\angle IGB = 90^\circ$ であるから $\angle FGI + \angle BGP = 90^\circ$ …… ②
 線分 FG を折り目として, 点 B が移る点が E であるから $BE \perp FG$
 よって, $\angle BPG = 90^\circ$ であるから $\angle DBC + \angle BGP = 90^\circ$ …… ③
 ②, ③ から $\angle FGI = \angle DBC$ …… ④
 ①, ④ より, 2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle FGI \sim \triangle DBC$
 よって $IF : CD = GI : BC$
 $IF : 3 = 3 : 6$
 したがって $IF = \frac{3}{2}$ cm

17
 解答 略
 解説
 まず, $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$ を証明する。
 $\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ において
 $\triangle ACD$ は正三角形であるから $AC = DC$ …… ①
 $\triangle CBE$ は正三角形であるから $CE = CB$ …… ②
 また $\angle ACE = 180^\circ - \angle BCE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\angle DCB = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 よって $\angle ACE = \angle DCB$ …… ③
 ①, ②, ③ より, 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$
 合同な図形では対応する角の大きさは等しいから $\angle AEC = \angle DBC$ …… ④
 次に, $\triangle ADF$ と $\triangle BCH$ において $\angle ADF = \angle BCH = 60^\circ$ …… ⑤
 $\angle DAC = \angle ECB = 60^\circ$ より, 同位角が等しいから $AD \parallel CE$

中1 甲陽エンブレット数学 授業問題No5 ～相似・線分比～【解答＆解説】

よって、錯角が等しいから $\angle DAF = \angle AEC$ ……⑤

④、⑥より $\angle DAF = \angle CBH$ ……⑦

⑤、⑦より、2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ADF \sim \triangle BCH$

18

【解答】 (1) $x = \frac{15}{2}$, $y = 2$ (2) $x = 8$, $y = 3$ (3) $x = 18$

【解説】

(1) $DE \parallel BC$ より $AD : AB = DE : BC$

$$6 : (6+3) = 5 : x$$

$$6 \times x = 9 \times 5$$

$$\text{よって} \quad x = \frac{15}{2}$$

同様に $AD : DB = AE : EC$

$$6 : 3 = 4 : y$$

$$6 \times y = 3 \times 4$$

$$\text{よって} \quad y = 2$$

(2) $DE \parallel BC$ より $AB : AD = BC : DE$

$$x : (x+4) = 8 : 12$$

$$x \times 12 = (x+4) \times 8$$

$$\text{よって} \quad x = 8$$

同様に $AB : BD = AC : CE$

$$8 : 4 = 6 : y$$

$$8 \times y = 4 \times 6$$

$$\text{よって} \quad y = 3$$

(3) $DE \parallel BC$ より $AE : AC = DE : BC$

$$8 : AC = 16 : 20$$

$$8 \times 20 = AC \times 16$$

$$\text{よって} \quad AC = 10$$

$$\text{したがって} \quad x = 8 + 10 = 18$$

19

【解答】 (1) $x = 6$ (2) $x = \frac{55}{6}$ (3) $x = \frac{32}{3}$

【解説】

(1) $\ell \parallel m \parallel n$ より $4 : x = 6 : 9$

$$4 \times 9 = x \times 6$$

$$\text{よって} \quad x = 6$$

(2) $\ell \parallel m \parallel n$ より $11 : 7 = x : (15 - x)$

$$11 \times (15 - x) = 7 \times x$$

$$\text{よって} \quad x = \frac{55}{6}$$

(3) $\ell \parallel m \parallel n$ より $4 : (x - 4) = 3 : 5$

$$4 \times 5 = (x - 4) \times 3$$

$$\text{よって} \quad x = \frac{32}{3}$$

20

【解答】 (1) $1 : 2$ (2) $\frac{4}{3}$ cm

【解説】

(1) $BF = 6 - 4 = 2$ (cm)

$AB \parallel EF$, $AE \parallel BF$ であるから、四角形 ABFE は平行四辺形である。

よって $AE = BF = 2$ cm

$AE \parallel FC$ であるから $AG : GC = AE : FC$

したがって $AG : GC = 2 : 4 = 1 : 2$

(2) $EF = AB = 4$ cm

$AE \parallel FC$ であるから $EG : GF = AE : FC$

よって $EG : GF = 1 : 2$

したがって、 $EG = \frac{1}{1+2} EF = \frac{1}{3} EF$ であるから $EG = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}$ (cm)

21

【解答】 (1) $2 : 5$ (2) 4 cm

【解説】

(1) $EB \parallel DC$ であるから

$$BF : FD = EB : DC$$

$$\text{よって} \quad BF : FD = 2 : (3+2) = 2 : 5$$

(2) $EB \parallel DC$ であるから

$$EF : FC = EB : DC$$

$$\text{よって} \quad EF : FC = 2 : 5$$

したがって、 $EF = \frac{2}{2+5} EC = \frac{2}{7} EC$ であるから $EF = \frac{2}{7} \times 14 = 4$ (cm)

22

【解答】 4 cm

【解説】

$AD \parallel BC$ より $AO : CO = AD : BC$

$AO = x$ cm とおくと $x : (10 - x) = 8 : 12$

$$x \times 12 = (10 - x) \times 8$$

$$x = 4$$

よって $AO = 4$ cm

23

【解答】 (1) 略 (2) $7 : 4$

【解説】

(1) $\triangle ABF$ と $\triangle CBF$ において

$$BF = BF \text{ (共通)} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

正方形の4辺は等しいから

$$AB = CB \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

線分 BD は正方形 ABCD の対角線であるから

$$\angle ABF = \angle CBF = 45^\circ \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABF \cong \triangle CBF$$

(2) $BE \parallel CD$ であるから $CF : EF = CD : BE$

$$\text{よって} \quad CF : EF = (3+4) : 4 = 7 : 4$$

$\triangle ABF \cong \triangle CBF$ より、 $AF = CF$ であるから $AF : EF = 7 : 4$

24

【解答】 (1) $x = 8$, $y = \frac{8}{3}$ (2) $x = 4$, $y = 5$

【解説】

(1) $AB \parallel CD$ より $BE : EC = AB : CD$

よって $BE : EC = 4 : 8 = 1 : 2$

さらに、 $EF \parallel CD$ より $BF : FD = BE : EC$

$$4 : x = 1 : 2$$

$$4 \times 2 = x \times 1$$

したがって $x = 8$

また、 $EF \parallel CD$ より $EF : CD = BE : BC$

$$y : 8 = 1 : (1+2)$$

$$y \times 3 = 8 \times 1$$

$$\text{したがって} \quad y = \frac{8}{3}$$

(2) 直線 CE と線分 BF の交点を G とする。

$EF \parallel CD$ より $GF : GD = EF : CD$

$$x : (x+12) = 4 : 16$$

$$x : (x+12) = 1 : 4$$

$$x \times 4 = (x+12) \times 1$$

したがって $x = 4$

また、 $EF \parallel AB$ より $DF : DB = EF : AB$

$$12 : (12+4+y) = 4 : 7$$

$$12 \times 7 = (16+y) \times 4$$

したがって $y = 5$

25

【解答】 (1) $x = 2$, $y = 4$ (2) $x = \frac{15}{2}$

【解説】

(1) $EG \parallel BC$ より $EG : BC = AE : AB$

$$x : 6 = 1 : (1+2)$$

$$x \times 3 = 6 \times 1$$

したがって $x = 2$

$AD \parallel BC \parallel EF$ より $DF : FC = AE : EB = 1 : 2$

また、 $GF \parallel AD$ より $GF : AD = CF : CD$

$$GF : 3 = 2 : (2+1)$$

$$GF \times 3 = 3 \times 2$$

$$GF = 2$$

したがって $y = 2 + 2 = 4$

(2) $AD \parallel BC$ より $AO : OC = AD : BC$

よって $AO : OC = 6 : 10 = 3 : 5$

$EO \parallel BC$ より $EO : BC = AO : AC$

$$EO : 10 = 3 : (3+5)$$

$$EO \times 8 = 10 \times 3$$

$$EO = \frac{15}{4}$$

さらに、 $OF \parallel AD$ より $OF : AD = CO : CA$

$$OF : 6 = 5 : (5+3)$$

$$OF \times 8 = 6 \times 5$$

$OF = \frac{15}{4}$	
したがって $x = \frac{15}{4} + \frac{15}{4} = \frac{15}{2}$	
26	
解答 (1) 4 (2) $\frac{9}{2}$ (3) 9	
解説	
(1) $\triangle ABC$ において、ADは $\angle A$ の二等分線であるから $BD : DC = AB : AC$ $5 : x = 10 : 8$ $5 \times 8 = x \times 10$ よって $x = 4$	
(2) $\triangle ABC$ において、ADは $\angle A$ の外角の二等分線であるから $BD : DC = AB : AC$ $(3+x) : x = 5 : 3$ $(3+x) \times 3 = x \times 5$ よって $x = \frac{9}{2}$	
(3) $AB \parallel ED$ より $CD : CB = ED : AB$ よって、 $CD : CB = 6 : 18 = 1 : 3$ であるから $BD : DC = (3-1) : 1 = 2 : 1$ $\triangle ABC$ において、ADは $\angle A$ の二等分線であるから $BD : DC = AB : AC$ $2 : 1 = 18 : x$ $2 \times x = 1 \times 18$ よって $x = 9$	
27	
解答 $\frac{28}{3}$	
解説	
$\triangle AED$ において、 $GF \parallel ED$ より $GF : ED = AF : AD = 6 : (6+4) = 3 : 5$ よって $ED = 4 \times \frac{5}{3} = \frac{20}{3}$ (cm) $\triangle BCG$ において、 $DE \parallel CG$ より $DE : CG = BD : BC$ Dは線分BCの中点であるから $\frac{20}{3} : (x+4) = 1 : 2$ $x+4 = \frac{40}{3}$ よって $x = \frac{28}{3}$	
28	
解答 $x = \frac{14}{3}$, $y = 6$, $z = 2$	
解説	
$EQ \parallel AD$ より $EQ : AD = BE : BA$ $2 : x = 3 : (3+4)$	

よって $x = \frac{14}{3}$	
$ER \parallel BC$ より $ER : BC = AE : AB$ $(2+y) : 14 = 4 : (4+3)$ よって $y = 6$	
$RF \parallel AD$, $AD \parallel EF \parallel BC$ より $RF : AD = CF : CD = BE : BA$ $z : \frac{14}{3} = 3 : (3+4)$ よって $z = 2$	
29	
解答 $\frac{24}{5}$ cm	
解説	
$DR = x$ cm とおく。 $QR \parallel BC$ より $QR : BC = DR : DC$ $QR : 10 = x : 8$ よって $QR = \frac{5}{4}x$ cm また、 $AD \parallel PR \parallel BC$ より $BP : BA = CR : CD = (8-x) : 8$ $PQ \parallel AD$ より $PQ : AD = BP : BA$ $PQ : 5 = (8-x) : 8$ よって $PQ = \frac{5}{8}(8-x)$ cm $PQ : QR = 1 : 3$ より、 $3PQ = QR$ であるから $3 \times \frac{5}{8}(8-x) = \frac{5}{4}x$ これを解いて $x = \frac{24}{5}$ よって $DR = \frac{24}{5}$ cm	
30	
解答 (1) $\frac{9}{5}$ (2) $\frac{11}{5}$	
解説	
(1) $AG : GD = 3 : 2$ であるから $AG = \frac{3}{3+2}AD = \frac{3}{5}BC$ よって $AG = \frac{3}{5} \times 7 = \frac{21}{5}$ $EH \parallel AG$ であるから $EH : AG = BE : BA$ $EH : \frac{21}{5} = 3 : (3+4)$ $EH \times 7 = \frac{21}{5} \times 3$	

よって $EH = \frac{9}{5}$	
(2) $EF \parallel BC$ より $EF : BC = AE : AB$ $EF : 7 = 4 : (4+3)$ $EF \times 7 = 7 \times 4$ よって $EF = 4$ よって $HF = EF - EH = 4 - \frac{9}{5} = \frac{11}{5}$	
31	
解答 略	
解説	
$\triangle ABM$ において、MDは $\angle AMB$ の二等分線であるから $AD : DB = MA : MB$ $\triangle ACM$ において、MEは $\angle AMC$ の二等分線であるから $AE : EC = MA : MC$ $MB = MC$ であるから $AD : DB = AE : EC$ よって、 $DE \parallel BC$ である。	
32	
解答 (1) 1 : 3 (2) 3 : 5	
解説	
(1) $AD \parallel BG$ であるから $AD : BG = AE : BE = 2 : 1$ よって $AD = 2BG$ $BC = AD$ であるから $CG = 2BG + BG = 3BG$ また、 $DF = \frac{1}{2}AD$ であるから $DF = BG$ よって $DF : CG = BG : 3BG = 1 : 3$ $DF \parallel CG$ であるから $FH : HC = DF : CG = 1 : 3$	
(2) $DH : GH = DF : CG = 1 : 3$ であるから $DH = \frac{1}{1+3}DG = \frac{1}{4}DG$ また、 $DE : GE = AE : BE = 2 : 1$ であるから $DE = \frac{2}{2+1}DG = \frac{2}{3}DG$ よって $HE = \frac{2}{3}DG - \frac{1}{4}DG = \frac{5}{12}DG$ よって $DH : HE = \frac{1}{4}DG : \frac{5}{12}DG = 3 : 5$	
33	
解答 35 : 6	
解説	
$DF \parallel AC$ より、 $BF : FC = BD : DA = 3 : 2$ であるから $BF = \frac{3}{3+2}BC = \frac{3}{5}BC$ $EG \parallel AB$ より、 $CG : GB = CE : EA = 4 : 3$ であるから $CG = \frac{4}{4+3}BC = \frac{4}{7}BC$ よって $GF = \frac{3}{5}BC + \frac{4}{7}BC - BC = \frac{6}{35}BC$ よって $BC : GF = BC : \frac{6}{35}BC = 35 : 6$	

34

【解答】 (1) 4:3 (2) 9:4

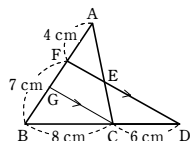
【解説】

- (1) Cを通りDFに平行に引いた直線とABとの交点をGとする。

CG//DFであるから BG:GF=BC:CD=4:3

よって $GF = \frac{3}{7}BF = 3$ (cm)

FE//GCであるから AE:EC=AF:FG=4:3



- (2) Bを通りDFに平行に引いた直線とACとの交点をGとする。

BG//DFであるから CG:GF=CB:BD=1:3

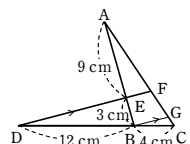
よって $CG = \frac{1}{3}FG$

したがって $FC = FG + \frac{1}{3}FG = \frac{4}{3}FG$

EF//BGであるから AF:FG=AE:EB=3:1

よって AF=3FG

したがって $AF:FC = 3FG:\frac{4}{3}FG = 9:4$



35

【解答】 7:9

【解説】

直線AFと直線DCの交点をJとする。

AB//CJであるから AB:JC=BF:CF=3:1

よって $JC = \frac{1}{3}AB$

したがって $JD = JC + CD = \frac{1}{3}AB + AB = \frac{4}{3}AB$

また $AE = \frac{2}{2+1}AB = \frac{2}{3}AB$

AE//DJであるから EH:DH=AE:JD= $\frac{2}{3}AB:\frac{4}{3}AB=1:2$

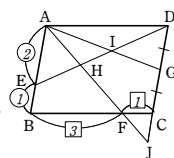
よって $EH = \frac{1}{1+2}ED = \frac{1}{3}ED$ ……①

また, AE//DGであるから

$EI:DI = AE:GD = \frac{2}{3}AB:\frac{1}{2}AB = 4:3$

よって $DI = \frac{3}{4+3}ED = \frac{3}{7}ED$ ……②

①, ②より $EH:ID = \frac{1}{3}ED:\frac{3}{7}ED = 7:9$



36

【解答】 9:5

【解説】

AE=2a とすると, 仮定から

$EC=2a, AB=5a$

△ABCにおいて, ADは∠Aの二等分線であるから

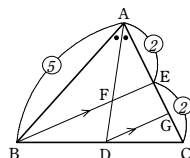
$BD:DC=AB:AC=5a:(2a+2a)=5:4$

Dを通りBEに平行に引いた直線とACとの交点をGとする。

DG//BEであるから $EG:GC=BD:DC=5:4$

よって $EG = \frac{5}{5+4}EC = \frac{5}{9}EC = \frac{10}{9}a$

FE//DGであるから $AF:FD=AE:EG=2a:\frac{10}{9}a=9:5$



【例題】 上の解答と同様に AE=2a とすると

$EC=2a, AB=5a$

$BD:DC=5:4$

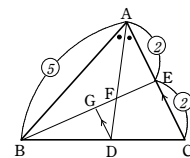
Dを通りACに平行に引いた直線とBEとの交点をGとする。

EC//GDであるから

$EC:GD=BC:BD=(5+4):5=9:5$

AE//GD, AE=ECであるから

$AF:FD=AE:GD=EC:GD=9:5$



37

【解答】 (1) $228\pi \text{ cm}^3$ (2) $192\pi \text{ cm}^2$

【解説】

BAとCDの交点をOとする。

AD//BCであるから OA:OB=AD:BC=2:3

OA:(OA+4)=2:3

OA=8

また OD:DC=OA:AB=2:1

OD:5=2:1

OD=10

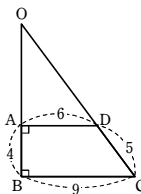
- (1) 求める体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times (8+4) - \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = 324\pi - 96\pi = 228\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

- (2) 辺CDを, 辺ABを軸として1回転させてできる面の面積は

$$\frac{1}{2} \times (2\pi \times 9) \times (10+5) - \frac{1}{2} \times (2\pi \times 6) \times 10 = 135\pi - 60\pi = 75\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって, 求める表面積は $\pi \times 6^2 + \pi \times 9^2 + 75\pi = 192\pi \text{ (cm}^2\text{)}$



38

【解答】 224 cm^3

【解説】

図のように, AP, EF, HQの交点をOとする。

PF//AEであるから

OF:OE=PF:AE=1:2

OF:(OF+12)=1:2

よって OF=12

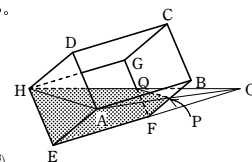
このとき, 三角錐O-AEHの体積は

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 8 \right) \times (12+12) = 256 \text{ (cm}^3\text{)}$$

三角錐O-PFQの体積は

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \times 12 = 32 \text{ (cm}^3\text{)}$$

したがって, 求める体積は $256-32=224 \text{ (cm}^3\text{)}$



39

【解答】 (1) 75 cm^3 (2) 108 cm^3

【解説】

- (1) 3点A, M, Nを通る平面と辺BF, DHとの交点を

それぞれI, Jとする。

また, AI, EF, NMの交点をKとし, AJ, EH, MNの交点をOとする。

△KMFと△NMGにおいて

FM=GM

∠MFK=∠MGN

∠KMF=∠NMG

より, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから △KMF≌△NMG

よって KF=NG=3 cm

IF//AEであるから IF:AE=KF:KE=3:(3+6)=1:3

したがって IF=2 cm

このとき, 三角錐K-IFMの体積は $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \right) \times 3 = 3 \text{ (cm}^3\text{)}$

同様に三角錐O-JHNの体積を求めると, 3 cm^3 である。

また, 三角錐A-EKOの体積は $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 9 \right) \times 6 = 81 \text{ (cm}^3\text{)}$

よって, 求める体積は $81-(3+3)=75 \text{ (cm}^3\text{)}$

- (2) 3点L, M, Nを通る平面と

直線AE, EF, EH, AD, BF, DHとの交点をそれぞれP, Q, R, S, T, Uとする。

(1)と同様に考えると, 三角錐Q-TFMの体積は

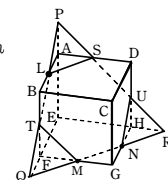
$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \right) \times 3 = \frac{9}{2} \text{ (cm}^3\text{)}$$

同様に, 三角錐P-LASの体積, 三角錐R-UHN

の体積を求めると, ともに $\frac{9}{2} \text{ cm}^3$ である。

また, 三角錐P-EQRの体積は $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 9 \right) \times 9 = \frac{243}{2} \text{ (cm}^3\text{)}$

よって, 求める体積は $\frac{243}{2} - \left(\frac{9}{2} + \frac{9}{2} + \frac{9}{2} \right) = 108 \text{ (cm}^3\text{)}$



【例題】 3点L, M, Nを通る平面で立方体を切断し, 2つの立体に分けると, 2つの立体は合同になる。

中1 甲陽コングリート数学 授業問題No5 ～相似・線分比～【解答＆解説】

したがって $MN:PQ=DM:DP=2:3$

よって、線分 MN の長さは、線分 PQ の長さの $\frac{2}{3}$ 倍である。

50

解答 1:2

解説

頂点 P から底面 ABCD に引いた垂線を PG とし、PG と MN の交点を H とする。
このとき、G は正方形 ABCD の対角線 AC、BD の交点で、H は AQ 上の点である。

△PBD において、中点連結定理により $MN \parallel BD$

よって $PH:HG=PM:MB=1:1$

G を通り AQ に平行に引いた直線と PC との交点を R とする。

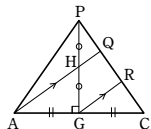
GR ∥ AQ であるから $CR:RQ=CG:GA=1:1$

したがって $CR=RQ \dots\dots ①$

HQ ∥ GR であるから $PQ:QR=PH:HG=1:1$

よって $PQ=QR \dots\dots ②$

①、② より、 $PQ=QR=RC$ であるから $PQ:QC=1:2$



51

解答 (1) 144 cm^2 (2) 4 cm^2

解説

(1) △A'B'C' の面積は、△ABC の面積の 3^2 倍、すなわち、9 倍になるから

$$\triangle A'B'C' = 16 \times 9 = 144 (\text{cm}^2)$$

(2) △A''B''C'' の面積は、△ABC の面積の $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ 倍、すなわち、 $\frac{1}{4}$ 倍になるから

$$\triangle A''B''C'' = 16 \times \frac{1}{4} = 4 (\text{cm}^2)$$

52

解答 (1) 25:9 (2) 4:9 (3) 16:9

解説

(1) △ABC ∽ △ADE であり、相似比は $BC:DE=5:3$

したがって、△ABC と △ADE の面積比は $5^2:3^2=25:9$

(2) △ABC ∽ △ADE であり、相似比は $AB:AD=4:(4+2)=4:6=2:3$

したがって、△ABC と △ADE の面積比は $2^2:3^2=4:9$

(3) △ABC ∽ △ADE であり、相似比は $BC:DE=8:6=4:3$

したがって、△ABC と △ADE の面積比は $4^2:3^2=16:9$

53

解答 (1) 9:4 (2) 45 cm^2

解説

(1) F と G の相似比が 3:2 であるから、F と G の面積比は $3^2:2^2=9:4$

(2) (1) の結果から $(F \text{ の面積}) \times \frac{9}{4} = (G \text{ の面積}) \times \frac{9}{4} = 20 \times \frac{9}{4} = 45 (\text{cm}^2)$

54

解答 36:25:4

解説

BC ∥ DE ∥ FG であるから、△ABC と △ADE と △AFG は相似である。

△ABC と △ADE の相似比は $AB:AD=(2+3+1):(2+3)=6:5$

よって、面積比は $\triangle ABC:\triangle ADE=6^2:5^2=36:25$

△ADE と △AFG の相似比は $AD:AF=(2+3):2=5:2$

したがって、面積比は $\triangle ADE:\triangle AFG=5^2:2^2=25:4$

よって $\triangle ABC:\triangle ADE:\triangle AFG=36:25:4$

55

解答 (1) 表面積比 4:1, 体積比 8:1 (2) 15 cm^2 (3) 800 cm^3

解説

(1) P と Q の相似比が 2:1 であるから

P と Q の表面積比は $2^2:1^2=4:1$, P と Q の体積比は $2^3:1^3=8:1$

(2) P と Q の表面積比が 4:1 であるから、Q の表面積は $60 \times \frac{1}{4} = 15 (\text{cm}^2)$

(3) P と Q の体積比が 8:1 であるから、P の体積は $100 \times 8 = 800 (\text{cm}^3)$

56

解答 64:27

解説

P と Q の表面積比が $16:9=4^2:3^2$ であるから、P と Q の相似比は 4:3

よって、P と Q の体積比は $4^3:3^3=64:27$

57

解答 (1) 12 cm (2) 4:5

解説

(1) △ADE ∽ △ABC であり、相似比は $AD:AB=2:(2+1)=2:3$

よって、周の長さの比も 2:3 である。

したがって、△ADE の周の長さは $18 \times \frac{2}{3} = 12 (\text{cm})$

(2) △ADE と △ABC の面積比は $2^2:3^2=4:9$

よって、△ADE と 四角形 DBCE の面積比は $4:(9-4)=4:5$

58

解答 24 cm^2

解説

DE ∥ BC より △OED ∽ △OBC

面積比は △OED : △OBC = $8:32=1:4=1^2:2^2$ であるから、相似比は 1:2 …… ①

また、△ADE ∽ △ABC であり、① より DE:BC=1:2 であるから、面積比は

$$\triangle ADE:\triangle ABC=1^2:2^2=1:4$$

したがって $\triangle ADE=\frac{1}{4}\triangle ABC=\frac{1}{4}\times 96=24 (\text{cm}^2)$

59

解答 26 杯

解説

容器の円錐を A、コップ 1 杯の水を入れたとき、水が入った部分の円錐を B とする。

このとき、A と B は相似で、その相似比は $12:4=3:1$

したがって、体積比は $3^3:1^3=27:1$

よって、容器を水でいっぱいにするためには、あと $27-1=26$ (杯) 分の水を入れるとよい。

60

解答 (1) 1:1 (2) $\frac{7}{8}$ 倍

解説

分けられた 2 つの立体のうち、頂点 A を含む方の立体を K、頂点 A を含まない方の立体を L とする。

(1) 正四面体 ABCD と立体 K は相似である。△BCD と切り口の三角形の面積比は

4:1 であるから、2 つの立体の相似比は 2:1

よって $AP:PC=1:(2-1)=1:1$

(2) 正四面体 ABCD と立体 K の体積比は $2^3:1^3=8:1$

よって、正四面体 ABCD と立体 L の体積比は $8:(8-1)=8:7$

したがって、頂点 A を含まない方の立体の体積は、正四面体 ABCD の体積の $\frac{7}{8}$ 倍である。

61

解答 4:23

解説

三角錐 P-QDR と三角錐 A-CDE は相似で、その相似比は $2:(2+1)=2:3$

したがって、体積比は $2^3:3^3=8:27$

立体 A-BCDE は正四角錐であるから、三角錐 A-CDE と A-CBE は合同である。

よって、三角錐 P-QDR と正四角錐 A-BCDE の体積比は $8:(2 \times 27)=4:27$

したがって $V:V'=4:(27-4)=4:23$