

第4章 連立方程式 例題

1

解説

$$(1) \begin{cases} 2x - y = 1 & \cdots \cdots ① \\ 2x - 3y = 7 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 2x - y = 1 \\ ② \quad -) 2x - 3y = 7 \\ \hline \quad \quad 2y = -6 \\ \quad \quad y = -3 \end{array}$$

$y = -3$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} 2x - (-3) = 1 \\ \hline x = -1 \end{array}$$

よって $x = -1, y = -3$

$$(2) \begin{cases} x - 2y = -4 & \cdots \cdots ① \\ 5x + 2y = 16 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad x - 2y = -4 \\ ② \quad +) 5x + 2y = 16 \\ \hline \quad \quad 6x = 12 \\ \quad \quad x = 2 \end{array}$$

$x = 2$ を②に代入すると

$$\begin{array}{r} 5 \times 2 + 2y = 16 \\ \hline y = 3 \end{array}$$

よって $x = 2, y = 3$

$$(3) \begin{cases} x - 6y = 37 & \cdots \cdots ① \\ 5x - 6y = 65 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad x - 6y = 37 \\ ② \quad -) 5x - 6y = 65 \\ \hline \quad \quad -4x = -28 \\ \quad \quad x = 7 \end{array}$$

$x = 7$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} 7 - 6y = 37 \\ \hline -6y = 30 \\ y = -5 \end{array}$$

よって $x = 7, y = -5$

2

解説

$$(1) \begin{cases} x + 6y = -4 & \cdots \cdots ① \\ 2x - 3y = 7 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 2 \quad 2x + 12y = -8 \\ ② \quad -) 2x - 3y = 7 \\ \hline \quad \quad 15y = -15 \\ \quad \quad y = -1 \end{array}$$

$y = -1$ を①に代入して $x + 6 \times (-1) = -4$

これを解くと $x = 2$

答 $x = 2, y = -1$

$$(2) \begin{cases} 3x - 2y = 13 & \cdots \cdots ① \\ 4x + 5y = 2 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 5 \quad 15x - 10y = 65 \\ ② \times 2 \quad +) 8x + 10y = 4 \\ \hline \quad \quad 23x = 69 \\ \quad \quad x = 3 \end{array}$$

$x = 3$ を①に代入して $3 \times 3 - 2y = 13$

これを解くと $y = -2$

答 $x = 3, y = -2$

3

解説

$$(1) \begin{cases} 2x + y = x + y + 5 & \cdots \cdots ① \\ 3x + y - 2 = 1 + 2y & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 2x + 2y = x + y + 5 \\ \quad \quad x + y = 5 \quad \cdots \cdots ①' \\ ② \quad 3x - y = 3 \quad \cdots \cdots ②' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ①' \quad x + y = 5 \\ ②' \quad +) 3x - y = 3 \\ \hline \quad \quad 4x = 8 \\ \quad \quad x = 2 \end{array}$$

$x = 2$ を①'に代入すると

$$\begin{array}{r} 2 + y = 5 \\ \hline y = 3 \end{array}$$

答 $x = 2, y = 3$

4

解説

$$(1) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 & \cdots \cdots ① \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 6 \quad 3x + 2y = 6 \quad \cdots \cdots ③ \\ ② \times 20 \quad 5x + 4y = 20 \quad \cdots \cdots ④ \\ ③ \times 2 \quad 6x + 4y = 12 \\ ④ \quad -) 5x + 4y = 20 \\ \hline \quad \quad x = -8 \end{array}$$

$x = -8$ を③に代入すると

$$\begin{array}{r} 3 \times (-8) + 2y = 6 \\ \hline 2y = 6 + 24 \\ 2y = 30 \\ y = 15 \end{array}$$

よって $x = -8, y = 15$

$$(2) \begin{cases} 0.2x + 0.3y = 0.5 & \cdots \cdots ① \\ \frac{x+1}{4} - \frac{y-2}{3} = -\frac{7}{12} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 10 \quad 2x + 3y = 5 \quad \cdots \cdots ③ \\ ② \times 12 \quad 3(x+1) - 4(y-2) = -7 \\ \hline \quad \quad 3x - 4y = -18 \quad \cdots \cdots ④ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ③ \times 3 \quad 6x + 9y = 15 \\ ④ \times 2 \quad -) 6x - 8y = -36 \\ \hline \quad \quad 17y = 51 \end{array}$$

$$y = 3$$

$y = 3$ を③に代入すると

$$2x + 9 = 5$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

よって $x = -2, y = 3$

5

解説

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$ とおくと、与えられた連立方程式は、次のようになる。

$$\begin{cases} 2X + 3Y = 13 & \cdots \cdots ① \\ 3X - Y = 3 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \times 3 \text{ より } 9X - 3Y = 9 \quad \cdots \cdots ③$$

$$① + ③ \text{ より } 11X = 22 \quad \text{よって} \quad X = 2$$

$$\text{これを②に代入して } 6 - Y = 3 \quad \text{よって} \quad Y = 3$$

$$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y \text{ より } x = \frac{1}{X}, y = \frac{1}{Y} \text{ であるから } x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3} \quad \text{答}$$

6

解説

$x + 2y = 4x + 7y = 1$ は、次のように書ける。

$$\begin{cases} x + 2y = 1 & \cdots \cdots ① \\ 4x + 7y = 1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 4 \quad 4x + 8y = 4 \\ ② \quad -) 4x + 7y = 1 \\ \hline \quad \quad y = 3 \end{array}$$

$y = 3$ を①に代入すると $x + 2 \times 3 = 1$

$$x = -5$$

答 $x = -5, y = 3$

$$\begin{array}{l} x + 2y = 4x + 7y = 1 \\ ① \quad \quad ② \end{array}$$

7

解説

$$(1) \quad \begin{cases} y=3x-5 & \cdots \cdots ① \\ 2x+y=5 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

①を②に代入すると

$$\begin{aligned} 2x+(3x-5) &= 5 \\ 5x &= 10 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

 $x=2$ を①に代入すると

$$y=3 \times 2 - 5 = 1$$

よって $x=2, y=1$

$$(2) \quad \begin{cases} 3x-y=-11 & \cdots \cdots ① \\ x=-2y+1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

②を①に代入すると

$$\begin{aligned} 3(-2y+1)-y &= -11 \\ -7y &= -14 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

 $y=2$ を②に代入すると

$$x = -2 \times 2 + 1 = -3$$

よって $x=-3, y=2$

8

解説

$$\begin{cases} 3x+2y-z=-4 & \cdots \cdots ① \\ x+y+z=2 & \cdots \cdots ② \\ x-3y-2z=1 & \cdots \cdots ③ \end{cases}$$

まず, z を消去する。

$$② \text{ から } z=2-x-y \quad \cdots \cdots ②'$$

$$②' \text{ を } ① \text{ に代入して } 3x+2y-(2-x-y)=-4$$

$$4x+3y=-2 \quad \cdots \cdots ④$$

$$②' \text{ を } ③ \text{ に代入して } x-3y-2(2-x-y)=1$$

$$3x-y=5 \quad \cdots \cdots ⑤$$

次に, ④, ⑤ から y を消去する。

$$④ \quad 4x+3y=-2$$

$$⑤ \times 3 \quad +) \quad 9x-3y=15$$

$$13x = 13$$

よって $x=1$

$$x=1 \text{ を } ⑤ \text{ に代入して } 3-y=5$$

$$\text{よって } y=-2$$

$$x=1, y=-2 \text{ を } ② \text{ に代入して } 1-2+z=2$$

$$\text{よって } z=3$$

$$\text{答 } x=1, y=-2, z=3$$

9

解説

50 円硬貨の枚数を x 枚, 100 円硬貨の枚数を y 枚とする。

$$\text{枚数の関係から } x+y=18 \quad \cdots \cdots ①$$

$$\text{金額の関係から } 50x+100y=1450 \quad \cdots \cdots ②$$

$$② \div 50 \quad x+2y=29 \quad \cdots \cdots ③$$

$$③ \quad x+2y=29$$

$$① \quad -) \quad x+y=18$$

$$y=11$$

$$y=11 \text{ を } ① \text{ に代入して解くと } x=7$$

これらは問題に適している。

よって, 50 円硬貨は 7 枚, 100 円硬貨は 11 枚ある。

10

解説

もとの整数の十の位の数を x , 一の位の数を y とすると

$$\begin{cases} x+y=12 & \cdots \cdots ① \\ 10y+x=10x+y-18 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ より } -9x+9y=-18$$

$$x-y=2 \quad \cdots \cdots ③$$

$$① \quad x+y=12$$

$$③ \quad +) \quad x-y=2$$

$$2x = 14$$

$$x=7$$

 $x=7$ を①に代入すると

$$7+y=12$$

$$y=5$$

これらは問題に適している。

よって, もとの整数は 75

11

解説

$$2 \text{ 時間 } 30 \text{ 分は } \frac{5}{2} \text{ 時間である。}$$

地点 A から峠までの道のりを x km, 峠から地点 B までの道のりを y km とすると

$$\begin{cases} x+y=8 & \cdots \cdots ① \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = \frac{5}{2} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ から } 5x+2y=25 \quad \cdots \cdots ③$$

$$③ \quad 5x+2y=25$$

$$① \times 2 \quad -) \quad 2x+2y=16$$

$$3x = 9$$

$$x=3$$

$$x=3 \text{ を } ① \text{ に代入して解くと } y=5$$

 $x=3, y=5$ は問題に適している。

よって 地点 A から峠までの道のり 3 km,

峠から地点 B までの道のり 5 km

12

解説

10 % の食塩水を x g, 6 % の食塩水を y g 混ぜるとすると

$$\begin{cases} x+y=600 & \cdots \cdots ① \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \times \frac{10}{100} + y \times \frac{6}{100} = 600 \times \frac{7}{100} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ を整理すると } 5x+3y=2100 \quad \cdots \cdots ③$$

①と③を連立方程式として解くと

$$x=150, y=450$$

これらは問題に適している。

$$\text{答 } 10 \% \text{ の食塩水 } 150 \text{ g, } 6 \% \text{ の食塩水 } 450 \text{ g}$$

13

解説

昨年の入学者のうち, 男子を x 人, 女子を y 人とする

$$\begin{cases} x+y=145 \\ (1-0.04)x+(1+0.1)y=145+4 \end{cases}$$

$$\text{よって } \begin{cases} x+y=145 & \cdots \cdots ① \\ 0.96x+1.1y=149 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \times 96 \quad 96x + 96y = 13920$$

$$② \times 100 \quad -) \quad 96x + 110y = 14900$$

$$-14y = -980$$

$$\text{よって } y=70$$

$$y=70 \text{ を } ① \text{ に代入して } x+70=145$$

$$\text{よって } x=75$$

$$\text{昨年の女子が } 70 \text{ 人であるから, 今年の女子は } 70 \times 1.1 = 77 \text{ (人)}$$

これは問題に適している。 答 77 人

1

解説

$$(1) \begin{cases} 3x+y=-4 & \cdots \cdots ① \\ 2x-y=-1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 3x+y=-4 \\ ② \quad +) 2x-y=-1 \\ \hline 5x \quad \quad =-5 \\ x=-1 \end{array}$$

$x=-1$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} -3+y=-4 \\ y=-1 \end{array}$$

よって $x=-1, y=-1$

$$(2) \begin{cases} -x+3y=5 & \cdots \cdots ① \\ 2x-3y=-7 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad -x+3y=5 \\ ② \quad +) 2x-3y=-7 \\ \hline x \quad \quad =-2 \end{array}$$

$x=-2$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} 2+3y=5 \\ 3y=3 \\ y=1 \end{array}$$

よって $x=-2, y=1$

$$(3) \begin{cases} 5x+2y=-2 & \cdots \cdots ① \\ -5x-3y=8 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 5x+2y=-2 \\ ② \quad +) -5x-3y=8 \\ \hline -y=6 \\ y=-6 \end{array}$$

$y=-6$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} 5x-12=-2 \\ 5x=10 \\ x=2 \end{array}$$

よって $x=2, y=-6$

$$(4) \begin{cases} -4x+y=-4 & \cdots \cdots ① \\ 4x+3y=4 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad -4x+y=-4 \\ ② \quad +) 4x+3y=4 \\ \hline 4y=0 \\ y=0 \end{array}$$

$y=0$ を②に代入すると

$$\begin{array}{r} 4x=4 \\ x=1 \end{array}$$

よって $x=1, y=0$

$$(5) \begin{cases} 4x-3y=7 & \cdots \cdots ① \\ 2x-3y=1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 4x-3y=7 \\ ② \quad -) 2x-3y=1 \\ \hline 2x \quad \quad =6 \\ x=3 \end{array}$$

$x=3$ を②に代入すると

$$\begin{array}{r} 6-3y=1 \\ -3y=-5 \\ y=\frac{5}{3} \end{array}$$

よって $x=3, y=\frac{5}{3}$

$$(6) \begin{cases} x+y=-1 & \cdots \cdots ① \\ -2x+y=5 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad x+y=-1 \\ ② \quad -) -2x+y=5 \\ \hline 3x \quad \quad =-6 \\ x=-2 \end{array}$$

$x=-2$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} -2+y=-1 \\ y=1 \end{array}$$

よって $x=-2, y=1$

$$(7) \begin{cases} -x+3y=9 & \cdots \cdots ① \\ -x-y=5 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad -x+3y=9 \\ ② \quad +) -x-y=5 \\ \hline 4y=4 \\ y=1 \end{array}$$

$y=1$ を②に代入すると

$$\begin{array}{r} -x-1=5 \\ x=-6 \end{array}$$

よって $x=-6, y=1$

$$(8) \begin{cases} 3x-2y=2 & \cdots \cdots ① \\ 3x+4y=-1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 3x-2y=2 \\ ② \quad +) 3x+4y=-1 \\ \hline -6y=3 \\ y=-\frac{1}{2} \end{array}$$

$y=-\frac{1}{2}$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} 3x+1=2 \\ 3x=1 \\ x=\frac{1}{3} \end{array}$$

よって $x=\frac{1}{3}, y=-\frac{1}{2}$

2

解説

$$(1) \begin{cases} 2x+3y=11 & \cdots \cdots ① \\ 6x-7y=-15 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 3 \quad 6x+9y=33 \\ ② \quad -) 6x-7y=-15 \\ \hline 16y=48 \\ y=3 \end{array}$$

$y=3$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} 2x+3 \times 3=11 \\ 2x=2 \\ x=1 \end{array}$$

答 $x=1, y=3$

$$(2) \begin{cases} 5x-3y=23 & \cdots \cdots ① \\ 3x-2y=14 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 2 \quad 10x-6y=46 \\ ② \times 3 \quad -) 9x-6y=42 \\ \hline x=4 \end{array}$$

$x=4$ を②に代入すると

$$\begin{array}{r} 3 \times 4-2y=14 \\ -2y=2 \\ y=-1 \end{array}$$

答 $x=4, y=-1$

$$(3) \begin{cases} 9x-2y=-8 & \cdots \cdots ① \\ 3x+5y=-31 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 9x-2y=-8 \\ ② \times 3 \quad -) -9x+15y=-93 \\ \hline -17y=85 \\ y=-5 \end{array}$$

$y=-5$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} 9x-2 \times (-5)=-8 \\ 9x=-18 \\ x=-2 \end{array}$$

答 $x=-2, y=-5$

$$(4) \begin{cases} 7x+8y=27 & \cdots \cdots ① \\ 5x-4y=-39 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 7x+8y=27 \\ ② \times 2 \quad +) 10x-8y=-78 \\ \hline 17x \quad \quad =-51 \\ x=-3 \end{array}$$

$x=-3$ を①に代入すると

$$\begin{array}{r} 7 \times (-3)+8y=27 \\ 8y=48 \\ y=6 \end{array}$$

答 $x=-3, y=6$

$$(5) \begin{cases} 3x-2y=8 & \cdots \cdots ① \\ 2x+3y=1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 3 \quad 9x-6y=24 \\ ② \times 2 \quad +) 4x+6y=2 \\ \hline 13x \quad \quad =26 \\ x=2 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 &x=2 \text{ を ② に代入すると} \\
 &2 \times 2 + 3y = 1 \\
 &3y = -3 \\
 &y = -1 \\
 &\text{答 } x=2, y=-1 \\
 (6) &\begin{cases} 7x+2y=33 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ 4x+5y=15 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{①} \times 5 \quad 35x+10y=165 \\
 &\text{②} \times 2 \quad -) \quad 8x+10y=30 \\
 &\quad \quad \quad 27x \quad =135 \\
 &\quad \quad \quad x=5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &x=5 \text{ を ① に代入すると} \\
 &7 \times 5 + 2y = 33 \\
 &2y = -2 \\
 &y = -1 \\
 &\text{答 } x=5, y=-1
 \end{aligned}$$

3

解説

$$\begin{aligned}
 (1) &\begin{cases} 2x-5y=5 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ 2(x+3)=5-y & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{② を変形すると } 2x+y=-1 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{①}-\text{③ より } -6y=6 \quad \text{よって } y=-1 \\
 &\text{これを ③ に代入して } 2x-1=-1 \\
 &\quad \quad \quad 2x=0 \\
 &\quad \quad \quad x=0 \\
 (2) &\begin{cases} 2(x+3)+y=5 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ -x+3y=-10 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{① を変形すると } 2x+y=-1 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{②} \times 2 \text{ より } -2x+6y=-20 \quad \cdots \cdots \text{ ④} \\
 &\text{③}+\text{④ より } 7y=-21 \quad \text{よって } y=-3 \\
 &\text{これを ③ に代入して } 2x-3=-1 \\
 &\quad \quad \quad 2x=2 \\
 &\quad \quad \quad x=1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) &\begin{cases} 5(x+1)=4(y+6) & \cdots \cdots \text{ ①} \\ x-2y=-1 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{① を変形すると } 5x-4y=19 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{②} \times 2 \text{ より } 2x-4y=-2 \quad \cdots \cdots \text{ ④} \\
 &\text{③}-\text{④ より } 3x=21 \quad \text{よって } x=7 \\
 &\text{これを ② に代入して } 7-2y=-1 \\
 &\quad \quad \quad -2y=-8 \\
 &\quad \quad \quad y=4 \\
 (4) &\begin{cases} 4(x-y)+3y=10 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ 7x-5(2x-y)=1 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{① を変形すると } 4x-y=10 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{② を変形すると } -3x+5y=1 \quad \cdots \cdots \text{ ④} \\
 &\text{③} \times 5 \text{ より } 20x-5y=50 \quad \cdots \cdots \text{ ⑤}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{④}+\text{⑤ より } 17x=51 \quad \text{よって } x=3 \\
 &\text{これを ③ に代入して } 12-y=10 \\
 &\quad \quad \quad -y=-2 \\
 &\quad \quad \quad y=2 \\
 (5) &\begin{cases} 2(x+1)-3(y-2)=15 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ 5x+2(y+1)=10 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{① を変形すると } 2x-3y=7 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{② を変形すると } 5x+2y=8 \quad \cdots \cdots \text{ ④} \\
 &\text{③} \times 2 \text{ より } 4x-6y=14 \quad \cdots \cdots \text{ ⑤} \\
 &\text{④} \times 3 \text{ より } 15x+6y=24 \quad \cdots \cdots \text{ ⑥} \\
 &\text{⑤}+\text{⑥ より } 19x=38 \quad \text{よって } x=2 \\
 &\text{これを ④ に代入して } 10+2y=8 \\
 &\quad \quad \quad 2y=-2 \\
 &\quad \quad \quad y=-1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) &\begin{cases} 2(x+2y)-3(x-y)=33 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ 4(x+y)-3(x-2y)=35 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{① を変形すると } -x+7y=33 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{② を変形すると } x+10y=35 \quad \cdots \cdots \text{ ④} \\
 &\text{③}+\text{④ より } 17y=68 \quad \text{よって } y=4 \\
 &\text{これを ④ に代入して } x+40=35 \\
 &\quad \quad \quad x=-5
 \end{aligned}$$

4

解説

$$\begin{aligned}
 \text{答 } x=0, y=-1 \quad (1) &\begin{cases} \frac{x}{2}-\frac{y}{3}=7 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ 3x+y=15 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{①} \times 6 \text{ より } 3x-2y=42 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{②}-\text{③ より } 3y=-27 \quad \text{よって } y=-9 \\
 &\text{これを ② に代入して } 3x-9=15 \\
 &\quad \quad \quad 3x=24 \\
 &\quad \quad \quad x=8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{答 } x=1, y=-3 \quad (2) &\begin{cases} x+\frac{5}{2}y=2 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ 3x+4y=-1 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{①} \times 2 \text{ より } 2x+5y=4 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{③} \times 3 \text{ より } 6x+15y=12 \quad \cdots \cdots \text{ ④} \\
 &\text{②} \times 2 \text{ より } 6x+8y=-2 \quad \cdots \cdots \text{ ⑤} \\
 &\text{④}-\text{⑤ より } 7y=14 \quad \text{よって } y=2 \\
 &\text{これを ② に代入して } 3x+8=-1 \\
 &\quad \quad \quad 3x=-9 \\
 &\quad \quad \quad x=-3
 \end{aligned}$$

$$\text{答 } x=7, y=4$$

$$\begin{aligned}
 (3) &\begin{cases} x-y=5 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ \frac{x}{2}+\frac{y-7}{5}=-1 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{②} \times 10 \text{ より } 5x+2(y-7)=-10 \\
 &\text{これを変形して } 5x+2y=-4 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{①} \times 2 \text{ より } 2x-2y=10 \quad \cdots \cdots \text{ ④}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{③}+\text{④ より } 7x=14 \quad \text{よって } x=2 \\
 &\text{これを ① に代入して } 2-y=5 \\
 &\quad \quad \quad -y=3 \\
 &\quad \quad \quad y=-3
 \end{aligned}$$

$$\text{答 } x=3, y=2$$

$$\text{答 } x=2, y=-3$$

$$\begin{aligned}
 (4) &\begin{cases} \frac{4x+2}{5}-\frac{y-1}{10}=x-2 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ 2x-3y=-19 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{①} \times 10 \text{ より } 2(4x+2)-(y-1)=10(x-2) \\
 &\text{これを変形して } -2x-y=-25 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{②}+\text{③ より } -4y=-44 \quad \text{よって } y=11 \\
 &\text{これを ② に代入して } 2x-33=-19 \\
 &\quad \quad \quad 2x=14 \\
 &\quad \quad \quad x=7
 \end{aligned}$$

$$\text{答 } x=7, y=11$$

$$\text{答 } x=2, y=-1$$

$$\begin{aligned}
 (5) &\begin{cases} 3x-2y=1 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ 2.5x+0.5y=9.5 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{②} \times 10 \text{ より } 25x+5y=95 \\
 &\text{両辺を 5 でわって } 5x+y=19 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{③} \times 2 \text{ より } 10x+2y=38 \quad \cdots \cdots \text{ ④} \\
 &\text{①}+\text{④ より } 13x=39 \quad \text{よって } x=3 \\
 &\text{これを ③ に代入して } 15+y=19 \\
 &\quad \quad \quad y=4
 \end{aligned}$$

$$\text{答 } x=3, y=4$$

$$\text{答 } x=-5, y=4$$

$$\begin{aligned}
 (6) &\begin{cases} 0.625x+y=0.75 & \cdots \cdots \text{ ①} \\ 0.2x-0.4y=0.78 & \cdots \cdots \text{ ②} \end{cases} \\
 &\text{①} \times 1000 \text{ より } 625x+1000y=750 \\
 &\text{両辺を 125 でわって } 5x+8y=6 \quad \cdots \cdots \text{ ③} \\
 &\text{②} \times 100 \text{ より } 20x-40y=78 \\
 &\text{両辺を 2 でわって } 10x-20y=39 \quad \cdots \cdots \text{ ④} \\
 &\text{③} \times 2 \text{ より } 10x+16y=12 \quad \cdots \cdots \text{ ⑤} \\
 &\text{④}-\text{⑤ より } -36y=27 \quad \text{よって } y=-\frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

$$\text{答 } x=8, y=-9$$

$$\begin{aligned}
 &x=\frac{12}{5} \quad \text{答 } x=\frac{12}{5}, y=-\frac{3}{4} \\
 &\quad \quad \quad (x=2.4, y=-0.75 \text{ としてもよい})
 \end{aligned}$$

$$\text{答 } x=-3, y=2$$

5

解説

$$(1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 3 \\ \frac{3}{x} - \frac{6}{y} = 4 \end{cases}$$

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$ とおくと、与えられた連立方程式は、次のようになる。

$$\begin{cases} X + 3Y = 3 & \cdots \cdots ① \\ 3X - 6Y = 4 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \times 2 \text{ より } 2X + 6Y = 6 \quad \cdots \cdots ③$$

$$② + ③ \text{ より } 5X = 10 \quad \text{よって} \quad X = 2$$

$$\text{これを } ① \text{ に代入して} \quad 2 + 3Y = 3$$

$$\text{よって} \quad Y = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y \text{ より } x = \frac{1}{X}, y = \frac{1}{Y} \text{ であるから} \quad x = \frac{1}{2}, y = 3$$

$$(2) \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{2} \\ \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y \text{ とおくと}$$

$$\begin{cases} 3X + Y = \frac{5}{2} & \cdots \cdots ① \\ X + 3Y = \frac{7}{2} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 6X + 2Y = 5 \\ -) 6X + 18Y = 21 \\ \hline -16Y = -16 \\ Y = 1 \end{array}$$

これを ③ に代入して

$$6X + 2 \times 1 = 5$$

$$6X = 3$$

$$X = \frac{1}{2}$$

$$\text{よって} \quad x = \frac{1}{X} = 2, y = \frac{1}{Y} = 1$$

6

解説

$$(1) \quad 2x - 5y = 4x + 3y = 13$$

は、次のように書ける。

$$\begin{cases} 2x - 5y = 13 & \cdots \cdots ① \\ 4x + 3y = 13 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \quad 4x + 3y = 13$$

$$① \times 2 \quad -) 4x - 10y = 26$$

$$13y = -13$$

$$y = -1$$

$y = -1$ を ① に代入すると

$$2x - 5 \times (-1) = 13$$

$$x = 4$$

$$\text{よって} \quad x = 4, y = -1$$

$$(2) \quad 5x + 3y = 3x + 2y - 4 = -9$$

は、次のように書ける。

$$\begin{cases} 5x + 3y = -9 & \cdots \cdots ① \\ 3x + 2y - 4 = -9 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ より } 3x + 2y = -5 \quad \cdots \cdots ③$$

$$① \times 2 \quad 10x + 6y = -18$$

$$③ \times 3 \quad -) 9x + 6y = -15$$

$$x = -3$$

$$x = -3 \text{ を } ③ \text{ に代入すると}$$

$$3 \times (-3) + 2y = -5$$

$$y = 2$$

$$\text{よって} \quad x = -3, y = 2$$

$$(3) \quad x - 2y = 7x = 5x - y - 1$$

は、次のように書ける。

$$\begin{cases} x - 2y = 7x & \cdots \cdots ① \\ 7x = 5x - y - 1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{ より } 6x + 2y = 0$$

$$y = -3x \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \text{ より } 2x + y = -1$$

これを ③ に代入すると

$$2x + (-3x) = -1$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \text{ を } ③ \text{ に代入すると}$$

$$y = -3 \times 1 = -3$$

$$\text{よって} \quad x = 1, y = -3$$

7

解説

$$(1) \begin{cases} y = 5x - 6 & \cdots \cdots ① \\ 2x + 3y = 16 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{ を } ② \text{ に代入すると} \quad 2x + 3(5x - 6) = 16$$

$$17x - 18 = 16$$

$$17x = 34$$

$$x = 2$$

$$\text{これを } ① \text{ に代入して} \quad y = 4$$

$$(2) \begin{cases} y = -4x + 7 & \cdots \cdots ① \\ 5x - 3y = -4 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{ を } ② \text{ に代入すると} \quad 5x - 3(-4x + 7) = -4$$

$$17x - 21 = -4$$

$$17x = 17$$

$$x = 1$$

$$\text{これを } ① \text{ に代入して} \quad y = 3$$

$$(3) \begin{cases} 12x - 5y = -19 & \cdots \cdots ① \\ y = 3 + 2x & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ を } ① \text{ に代入すると} \quad 12x - 5(3 + 2x) = -19$$

$$2x - 15 = -19$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$$\text{これを } ② \text{ に代入して} \quad y = -1$$

$$\text{答 } x = -2, y = -1$$

$$(4) \begin{cases} 4x - 3y = 19 & \cdots \cdots ① \\ x = 2y + 1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ を } ① \text{ に代入すると} \quad 4(2y + 1) - 3y = 19$$

$$5y + 4 = 19$$

$$5y = 15$$

$$y = 3$$

$$\text{これを } ② \text{ に代入して} \quad x = 7$$

$$\text{答 } x = 7, y = 3$$

$$(5) \begin{cases} 9x + y = 24 & \cdots \cdots ① \\ x = 3y - 16 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ を } ① \text{ に代入すると} \quad 9(3y - 16) + y = 24$$

$$28y - 144 = 24$$

$$28y = 168$$

$$y = 6$$

$$\text{これを } ② \text{ に代入して} \quad x = 2$$

$$\text{答 } x = 2, y = 6$$

$$(6) \begin{cases} x = -5y - 13 & \cdots \cdots ① \\ 5x - 7y = 31 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{ を } ② \text{ に代入すると} \quad 5(-5y - 13) - 7y = 31$$

$$-32y - 65 = 31$$

$$-32y = 96$$

$$y = -3$$

$$\text{これを } ① \text{ に代入して} \quad x = 2$$

$$\text{答 } x = 2, y = -3$$

8

解説

$$(1) \begin{cases} x - y + z = 8 & \cdots \cdots ① \\ 2x + 2y + z = -6 & \cdots \cdots ② \\ 3x + y + 4z = 6 & \cdots \cdots ③ \end{cases}$$

② - ① より

$$x + 3y = -14 \quad \cdots \cdots ④$$

$$① \times 4 \quad 4x - 4y + 4z = 32$$

$$③ \quad \begin{array}{r} -) 3x + y + 4z = 6 \\ \hline x - 5y = 26 \end{array} \quad \cdots \cdots ⑤$$

④, ⑤ を x, y の連立方程式として解くと

$$x = 1, y = -5$$

① から $z = 2$ 以上から $x = 1, y = -5, z = 2$

$$(2) \begin{cases} 2x + 3y + 2z = 8 & \cdots \cdots ① \\ x - 2y + z = -3 & \cdots \cdots ② \\ 4x - y + 3z = 2 & \cdots \cdots ③ \end{cases}$$

$$① \quad 2x + 3y + 2z = 8$$

$$② \times 2 \quad \begin{array}{r} -) 2x - 4y + 2z = -6 \\ \hline 7y = 14 \\ y = 2 \end{array}$$

$$② \times 3 \quad 3x - 6y + 3z = -9$$

$$③ \quad \begin{array}{r} -) 4x - y + 3z = 2 \\ \hline -x - 5y = -11 \end{array} \quad \cdots \cdots ④$$

④ に $y = 2$ を代入して $x = 1$ ② から $z = 0$ 以上から $x = 1, y = 2, z = 0$

9

解説

プリンを x 個, ケーキを y 個買ったとすると

$$\begin{cases} x + y = 12 & \cdots \cdots ① \\ 150x + 300y = 2100 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ から } x + 2y = 14 \quad \cdots \cdots ③$$

$$① \quad x + y = 12$$

$$③ \quad \begin{array}{r} -) x + 2y = 14 \\ \hline -y = -2 \\ y = 2 \end{array}$$

 $y = 2$ を ① に代入して解くと

$$x = 10$$

 $x = 10, y = 2$ は問題に適している。

よって プリンは 10 個, ケーキは 2 個

10

解説

十の位の数を x , 一の位の数を y とすると

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \cdots ① \\ 10y + x = 10x + y + 9 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ から } -9x + 9y = 9$$

$$-x + y = 1 \quad \cdots \cdots ③$$

$$① \quad x + y = 7$$

$$③ \quad \begin{array}{r} +) -x + y = 1 \\ \hline 2y = 8 \\ y = 4 \end{array}$$

 $y = 4$ を ① に代入して解くと

$$x = 3$$

 $x = 3, y = 4$ は問題に適している。

よって, 求める自然数は 34

11

解説

A, C 間の距離を x km, C, B 間の距離を y km とする。

$$\begin{cases} x + y = 16 & \cdots \cdots ① \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 4\frac{1}{2} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ から } 4x + 3y = 54 \quad \cdots \cdots ③$$

$$③ \quad 4x + 3y = 54$$

$$① \times 3 \quad \begin{array}{r} -) 3x + 3y = 48 \\ \hline x = 6 \end{array}$$

 $x = 6$ を ① に代入して $y = 10$

これらは問題にあっている。

図 A, C 間の距離 6 km, C, B 間の距離 10 km

12

解説

12% の食塩水を x g, 9% の食塩水を y g 混ぜるとすると

$$\begin{cases} x + y = 300 & \cdots \cdots ① \\ x \times \frac{12}{100} + y \times \frac{9}{100} = 300 \times \frac{10}{100} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ を整理すると } 4x + 3y = 1000 \quad \cdots \cdots ③$$

$$③ \quad 4x + 3y = 1000$$

$$① \times 3 \quad \begin{array}{r} -) 3x + 3y = 900 \\ \hline x = 100 \end{array}$$

 $x = 100$ を ① に代入して解くと $y = 200$

これらは問題に適している。

よって, 12% の食塩水は 100 g, 9% の食塩水は 200 g

13

解説

昨年の男子の生徒数を x 人, 女子の生徒数を y 人とする

$$\begin{cases} x + y = 265 & \cdots \cdots ① \\ 0.08x - 0.05y = 3 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

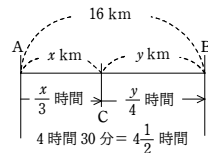
$$② \times 100 \quad 8x - 5y = 300 \quad \cdots \cdots ③$$

$$① \text{ と } ③ \text{ を連立方程式として解くと } x = 125, y = 140$$

これらは問題に適している。

今年の男子の生徒数は $125 \times (1 + 0.08) = 125 \times 1.08 = 135$ 今年の女子の生徒数は $140 \times (1 - 0.05) = 140 \times 0.95 = 133$

図 今年の男子は 135 人, 女子は 133 人

注意 今年の生徒数の関係から, ② の代わりに $(1 + 0.08)x + (1 - 0.05)y = 265 + 3$ として求めることもできるが, 計算が複雑になる。

第4章 連立方程式 レベルA

1

解説

$$(1) \begin{cases} \frac{x+2}{4} - \frac{y-3}{3} = \frac{1}{2} & \cdots \cdots ① \\ 3x+2y-15=0 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} ① \text{の両辺に } 12 \text{ をかけると} \quad 3(x+2)-4(y-3)=6 \\ \qquad \qquad \qquad 3x+6-4y+12=6 \\ \qquad \qquad \qquad 3x-4y+12=0 \quad \cdots \cdots ①' \end{array}$$

$$①'-② \text{ から} \quad -6y+27=0 \quad \text{よって} \quad y=\frac{9}{2}$$

$$y=\frac{9}{2} \text{ を } ①' \text{ に代入すると} \quad 3x-4 \times \frac{9}{2}+12=0$$

$$3x-18+12=0 \quad \text{よって} \quad x=2$$

$$\text{答} \quad x=2, \quad y=\frac{9}{2}$$

$$(2) \begin{cases} 0.1(0.3x-0.2y)=-0.02 & \cdots \cdots ① \\ \frac{1}{5}(2x+1)-\frac{1}{6}(y-2)=\frac{2}{3} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{の両辺に } 100 \text{ をかけると} \quad 3x-2y=-2 \quad \cdots \cdots ①'$$

$$② \text{の両辺に } 30 \text{ をかけると}$$

$$6(2x+1)-5(y-2)=20$$

$$12x+6-5y+10=20$$

$$12x-5y=4 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$①' \times 4 \quad 12x-8y=-8$$

$$\begin{array}{r} ②' \quad -) \quad 12x-5y=4 \\ \hline \quad \quad -3y=-12 \end{array} \quad \text{よって} \quad y=4$$

$$y=4 \text{ を } ①' \text{ に代入すると}$$

$$3x-2 \times 4=-2 \quad \text{よって} \quad x=2$$

$$\text{答} \quad x=2, \quad y=4$$

$$(3) \begin{cases} \frac{3}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{25}{12} & \cdots \cdots ① \\ \frac{4}{3}x - \frac{3}{4}y = -\frac{5}{6} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{の両辺に } 12 \text{ をかけると} \quad 18x+8y=25 \quad \cdots \cdots ①'$$

$$② \text{の両辺に } 12 \text{ をかけると} \quad 16x-9y=-10 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$①' \times 9 \quad 162x+72y=225$$

$$\begin{array}{r} ②' \times 8 \quad +) \quad 128x-72y=-80 \\ \hline 290x \quad \quad =145 \end{array} \quad \text{よって} \quad x=\frac{1}{2}$$

$$x=\frac{1}{2} \text{ を } ①' \text{ に代入すると} \quad 18 \times \frac{1}{2}+8y=25$$

$$8y=16 \quad \text{よって} \quad y=2$$

$$\text{答} \quad x=\frac{1}{2}, \quad y=2$$

$$(4) \begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{y-5}{15} = \frac{4x+1}{5} & \cdots \cdots ① \\ \frac{x-3}{2} + y = \frac{y-2}{3} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{の両辺に } 15 \text{ をかけると}$$

$$10x-(y-5)=3(4x+1)$$

$$10x-y+5=12x+3$$

$$-2x-y=-2$$

$$2x+y=2 \quad \cdots \cdots ①'$$

$$② \text{の両辺に } 6 \text{ をかけると}$$

$$3(x-3)+6y=2(y-2)$$

$$3x-9+6y=2y-4$$

$$3x+4y=5 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$①' \times 4$$

$$\begin{array}{r} ②' \quad -) \quad 8x+4y=8 \\ \hline \quad \quad 5x \quad \quad =3 \end{array}$$

$$\text{よって} \quad x=\frac{3}{5}$$

$$x=\frac{3}{5} \text{ を } ①' \text{ に代入すると} \quad 2 \times \frac{3}{5}+y=2 \quad \text{よって} \quad y=\frac{4}{5}$$

$$\text{答} \quad x=\frac{3}{5}, \quad y=\frac{4}{5}$$

2

解説

$$(1) \quad 5x-7y=2x-3y+5=7 \text{ は、次のように書ける。}$$

$$\begin{cases} 5x-7y=7 & \cdots \cdots ① \\ 2x-3y+5=7 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ から} \quad 2x-3y=2 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$① \times 3 \quad 15x-21y=21$$

$$\begin{array}{r} ②' \times 7 \quad -) \quad 14x-21y=14 \\ \hline \quad \quad \quad x \quad \quad =7 \end{array}$$

$$x=7 \text{ を } ②' \text{ に代入すると}$$

$$2 \times 7-3y=2 \quad \text{よって} \quad y=4$$

$$\text{答} \quad x=7, \quad y=4$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}x-y=x-\frac{1}{2}y-2=\frac{1}{2}$$

$$\text{各辺に } 2 \text{ をかけると} \quad x-2y=2x-y-4=1$$

$$\text{これは} \begin{cases} x-2y=1 & \cdots \cdots ① \\ 2x-y-4=1 & \cdots \cdots ② \end{cases} \text{ のように書ける。}$$

$$② \text{ から} \quad 2x-y=5 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$① \times 2 \quad 2x-4y=2$$

$$\begin{array}{r} ②' \quad -) \quad 2x-y=5 \\ \hline \quad \quad -3y=-3 \end{array} \quad \text{よって} \quad y=1$$

$$y=1 \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$x-2 \times 1=1 \quad \text{よって} \quad x=3$$

$$\text{答} \quad x=3, \quad y=1$$

$$(3) \quad \frac{x+y}{2} = \frac{3x-y}{3} = x-y-2$$

$$\text{各辺に } 6 \text{ をかけると} \quad 3(x+y)=2(3x-y)=6(x-y-2)$$

$$\text{よって} \quad 3x+3y=6x-2y=6x-6y-12$$

$$\text{これは} \begin{cases} 3x+3y=6x-2y & \cdots \cdots ① \\ 6x-2y=6x-6y-12 & \cdots \cdots ② \end{cases} \text{ のように書ける。}$$

$$① \text{ から} \quad -3x+5y=0 \quad \cdots \cdots ①'$$

$$② \text{ から} \quad 4y=-12 \quad \text{よって} \quad y=-3$$

$$y=-3 \text{ を } ①' \text{ に代入すると}$$

$$-3x+5 \times (-3)=0 \quad \text{よって} \quad x=-5$$

$$\text{答} \quad x=-5, \quad y=-3$$

$$(4) \quad \frac{x-y+4}{3} = \frac{2x+3y}{5} = \frac{y}{2}$$

$$\text{各辺に } 30 \text{ をかけると} \quad 10(x-y+4)=6(2x+3y)=15y$$

$$\text{よって} \quad 10x-10y+40=12x+18y=15y$$

$$\text{これは} \begin{cases} 10x-10y+40=15y & \cdots \cdots ① \\ 12x+18y=15y & \cdots \cdots ② \end{cases} \text{ のように書ける。}$$

$$① \text{ から} \quad 10x-25y=-40$$

$$\text{両辺を } 5 \text{ でわると} \quad 2x-5y=-8 \quad \cdots \cdots ①'$$

$$② \text{ から} \quad 12x+3y=0$$

$$\text{両辺を } 3 \text{ でわると} \quad 4x+y=0 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$②' \text{ から} \quad y=-4x \quad \cdots \cdots ③$$

$$③ \text{ を } ①' \text{ に代入すると}$$

$$2x+20x=-8 \quad \text{よって} \quad x=-\frac{4}{11}$$

$$x=-\frac{4}{11} \text{ を } ③ \text{ に代入すると} \quad y=-4 \times \left(-\frac{4}{11}\right)=\frac{16}{11}$$

$$\text{答} \quad x=-\frac{4}{11}, \quad y=\frac{16}{11}$$

$$(5) \quad \frac{4x+5y-6}{2} = \frac{2x+7y-4}{3} = \frac{27-3x-4y}{4}$$

$$\text{これは次のように書ける。}$$

$$\begin{cases} \frac{4x+5y-6}{2} = \frac{2x+7y-4}{3} & \cdots \cdots ① \\ \frac{4x+5y-6}{2} = \frac{27-3x-4y}{4} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{の両辺に } 6 \text{ をかけると} \quad 3(4x+5y-6)=2(2x+7y-4)$$

$$12x+15y-18=4x+14y-8$$

$$8x+y=10 \quad \cdots \cdots ①'$$

$$② \text{の両辺に } 4 \text{ をかけると} \quad 2(4x+5y-6)=27-3x-4y$$

$$8x+10y-12=27-3x-4y$$

$$11x+14y=39 \quad \cdots \cdots ②'$$

$$①' \text{ から} \quad y=-8x+10 \quad \cdots \cdots ③$$

$$③ \text{ を } ②' \text{ に代入すると} \quad 11x+14(-8x+10)=39$$

$$11x-112x+140=39$$

$$-101x=-101$$

$$x=1$$

$$x=1 \text{ を } ③ \text{ に代入すると} \quad y=-8 \times 1+10=2$$

$$\text{答} \quad x=1, \quad y=2$$

3

解説

$$(1) \begin{cases} 4x+3y=30 & \cdots \cdots ① \\ x:y=3:2 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$②より \quad 2x=3y \quad \text{すなわち} \quad 3y=2x \quad \cdots \cdots ③$$

$$③を①に代入して \quad 4x+2x=30 \\ 6x=30 \\ x=5$$

$$\text{これを③に代入して} \quad 3y=10 \\ y=\frac{10}{3}$$

$$(2) \begin{cases} x:y=3:4 & \cdots \cdots ① \\ \frac{1}{3}(x-9)=\frac{1}{7}(y-9) & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$①より \quad 4x=3y \quad \text{すなわち} \quad 3y=4x \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \times 21 \text{ より} \quad 7(x-9)=3(y-9) \\ 7x-3y=36 \quad \cdots \cdots ④$$

$$③を④に代入して \quad 7x-4x=36 \\ 3x=36 \\ x=12$$

$$\text{これを③に代入して} \quad 3y=48 \\ y=16$$

$$(3) \begin{cases} x:(x+y)=2:5 & \cdots \cdots ① \\ 3x-y=6 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$①より \quad 5x=2(x+y) \\ 3x-2y=0 \quad \cdots \cdots ③$$

$$②-③より \quad y=6 \\ \text{これを②に代入して} \quad 3x-6=6 \\ 3x=12 \\ x=4$$

$$(4) \begin{cases} (x-2):(y+3)=3:2 & \cdots \cdots ① \\ 4x-5y=67 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$①より \quad 2(x-2)=3(y+3) \\ 2x-3y=13 \quad \cdots \cdots ③$$

$$③ \times 2 \text{ より} \quad 4x-6y=26 \quad \cdots \cdots ④$$

$$②-④より \quad y=41$$

$$\text{これを③に代入して} \quad 2x-123=13 \\ 2x=136 \\ x=68$$

$$(5) \begin{cases} 0.5x+1.2y=8.2 & \cdots \cdots ① \\ (x+4):(y-3)=2:1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \times 10 \text{ より} \quad 5x+12y=82 \quad \cdots \cdots ③$$

$$②より \quad x+4=2(y-3) \\ x-2y=-10 \quad \cdots \cdots ④$$

$$④ \times 5 \text{ より} \quad 5x-10y=-50 \quad \cdots \cdots ⑤$$

$$③-⑤より \quad 22y=132 \quad \text{よって} \quad y=6$$

$$\text{これを④に代入して} \quad x-12=-10$$

$$x=2$$

$$\text{答} \quad x=2, y=6$$

この a, b についての連立方程式を解く。

$$\begin{array}{rcl} ① \times 3 & & 9a+6b=3 \\ ② \times 2 & -) & -4a+6b=16 \\ \hline & & 13a=-13 \end{array}$$

$$a=-1$$

$$a=-1 \text{ を } ① \text{ に代入して解くと} \quad b=2$$

$$\text{答} \quad a=-1, b=2$$

6 [愛知県]

解説

2けたの正の整数の十の位の数を a 、一の位の数を b とすると

$$\begin{cases} 10a+b=(a+b) \times 4 & \cdots \cdots ① \\ 10b+a=(10a+b) \times 2-9 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$①より \quad 10a+b=4a+4b$$

$$6a=3b$$

$$\text{よって} \quad b=2a \quad \cdots \cdots ③$$

$$②より \quad 10b+a=20a+2b-9$$

$$19a-8b=9 \quad \cdots \cdots ④$$

$$③を④に代入すると$$

$$19a-8 \times 2a=9$$

$$3a=9$$

$$a=3$$

$$a=3 \text{ を } ③ \text{ に代入すると}$$

$$b=2 \times 3=6$$

これらは問題に適している。

したがって、もとの整数は 36

7 [愛媛県]

解説

チョコレートを x 個、あめを y 個買ったとする。

代金の合計について

$$54x+81y=432$$

全体の重さについて

$$20x+12y=124$$

よって、連立方程式は

$$\begin{cases} 54x+81y=432 & \cdots \cdots ① \\ 20x+12y=124 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \div 27 \text{ より} \quad 2x+3y=16 \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \div 4 \text{ より} \quad 5x+3y=31 \quad \cdots \cdots ④$$

$$④$$

$$③$$

$$\begin{array}{rcl} & & 5x+3y=31 \\ & -) & 2x+3y=16 \\ \hline & & 3x & =15 \\ & & x=5 \end{array}$$

$$x=5 \text{ を } ③ \text{ に代入すると}$$

$$10+3y=16$$

$$y=2$$

これらは問題に適している。

したがって、チョコレートは5個、あめは2個買った。

$$(6) \begin{cases} \frac{3}{2}x-\frac{1}{3}(7y+2)=2 & \cdots \cdots ① \\ (2x-y):(3y+1)=1:2 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \times 6 \text{ より} \quad 9x-2(7y+2)=12$$

$$9x-14y=16 \quad \cdots \cdots ③$$

$$②より \quad 2(2x-y)=3y+1$$

$$4x-5y=1 \quad \cdots \cdots ④$$

$$③ \times 4 \text{ より} \quad 36x-56y=64 \quad \cdots \cdots ⑤$$

$$④ \times 9 \text{ より} \quad 36x-45y=9 \quad \cdots \cdots ⑥$$

$$⑤-⑥より \quad -11y=55$$

$$y=-5$$

$$\text{これを④に代入して} \quad 4x+25=1$$

$$4x=-24$$

$$x=-6$$

$$\text{答} \quad x=-6, y=-5$$

4

解説

$$(1) \quad 2x+y=4 \quad \cdots \cdots ①, \quad x-y=5 \quad \cdots \cdots ②$$

$$①+②から \quad 3x=9 \quad \text{よって} \quad x=3$$

$$x=3 \text{ を } ① \text{ に代入すると} \quad 6+y=4 \quad \text{よって} \quad y=-2$$

$$x=3, y=-2 \text{ のとき} \quad x^2-2y=3^2-2 \times (-2)=9+4=13$$

$$(2) \begin{cases} (2x-y):(x+y)=1:5 & \cdots \cdots ① \\ x-\frac{1-3y}{2}=\frac{7}{12} & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$①から \quad 2x-y=k \quad \cdots \cdots ③, \quad x+y=5k \quad \cdots \cdots ④ \quad (k \neq 0) \text{ とおける。}$$

$$③+④から \quad 3x=6k \quad \text{よって} \quad x=2k$$

$$x=2k \text{ を } ④ \text{ に代入すると} \quad 2k+y=5k \quad \text{よって} \quad y=3k$$

$$②の両辺に12をかけると \quad 12x-6(1-3y)=7$$

$$12x-6+18y=7$$

$$12x+18y=13 \quad \cdots \cdots ⑤$$

$$x=2k, y=3k \text{ を } ⑤ \text{ に代入すると} \quad 24k+54k=13$$

$$78k=13$$

$$\text{よって} \quad k=\frac{1}{6}$$

$$k=\frac{1}{6} \text{ を } x=2k, y=3k \text{ に代入して} \quad x=\frac{2}{6}, y=\frac{3}{6}$$

$$\text{このとき} \quad x^2+y^2-xy=\left(\frac{2}{6}\right)^2+\left(\frac{3}{6}\right)^2-\frac{2}{6} \times \frac{3}{6}=\frac{4}{36}+\frac{9}{36}-\frac{6}{36}=\frac{7}{36}$$

5

解説

$$x=3, y=2 \text{ が解であるから、これらを連立方程式} \begin{cases} ax+by=1 \\ bx-ay=8 \end{cases} \text{ に代入すると}$$

$$\begin{cases} 3a+2b=1 & \cdots \cdots ① \\ 3b-2a=8 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

8 〔岡山県〕

解説

必要な小麦粉の量について

$$12x + 6y = 120$$

必要なバター の量について

$$10x + 4y = 90$$

よって、連立方程式は

$$\begin{cases} 12x + 6y = 120 & \cdots \cdots ① \\ 10x + 4y = 90 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \div 3 \text{ より } 4x + 2y = 40 \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \div 2 \text{ より } 5x + 2y = 45 \quad \cdots \cdots ④$$

$$④ \quad 5x + 2y = 45$$

$$③ \quad -) \quad 4x + 2y = 40$$

$$\quad \quad \quad x = 5$$

$x = 5$ を ③ に代入すると

$$4 \times 5 + 2y = 40$$

$$2y = 20$$

$$y = 10$$

これらは問題に適している。

よって、マドレーヌは 5 個、シュークリームは 10 個つくることができる。

9

解説

家から郵便局までの道のりを x m、郵便局から図書館までの道のりを y m とする。

行きにかかった時間について

$$\frac{x}{80} + \frac{y}{100} = 13 \quad \cdots \cdots ①$$

帰りにかかった時間について

$$\frac{y}{80} + \frac{x}{100} = 14 \quad \cdots \cdots ②$$

①、② の両辺にそれぞれ 400 をかけて

$$5x + 4y = 5200 \quad \cdots \cdots ③$$

$$4x + 5y = 5600 \quad \cdots \cdots ④$$

$$③ \times 5 \quad 25x + 20y = 26000$$

$$④ \times 4 \quad -) \quad 16x + 20y = 22400$$

$$\quad \quad \quad 9x = 3600$$

$$x = 400$$

($x = 400$ を ③ に代入して解くと $y = 800$)

よって、家から郵便局までの道のりは 400 m

10

解説

列車の速さを毎秒 x m、鉄橋の長さを y m とすると、

列車は 39 秒間に $(160 + y)$ m、70 秒間に $(160 + 2y)$ m 進むから

$$\begin{cases} 160 + y = 39x & \cdots \cdots ① \\ 160 + 2y = 70x & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \times 2 \quad 320 + 2y = 78x$$

$$② \quad -) \quad 160 + 2y = 70x$$

$$\quad \quad \quad 160 = 8x$$

$$\text{よって } x = 20$$

$x = 20$ を ① に代入すると

$$160 + y = 39 \times 20 \quad \text{よって } y = 620$$

したがって、列車の速さは毎秒 20 m、鉄橋の長さは 620 m

これらは問題に適している。

☐ 列車の速さは毎秒 20 m、鉄橋の長さは 620 m

11 〔日本大学第二〕

解説

実際に 60 円で x 個、50 円で y 個売ったとする。

売上高について

$$\begin{cases} 60x + 60y = 9600 \times 1.25 & \cdots \cdots ① \\ 60x + 50y = 9600 \times 1.15 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① - ② \text{ から } 10y = 9600 \times 0.1$$

$$y = 96$$

よって、求める個数は 96 個

12 〔関西大倉〕

解説

$$\text{連立方程式は } \begin{cases} 2x + 2y = 14 \\ (1000x + 100y + 10y + x) - (1000y + 100x + 10x + y) = 2673 \end{cases}$$

整理すると

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 891x - 891y = 2673 \end{cases}$$

$$x + y = 7 \quad \cdots \cdots ①$$

$$891x - 891y = 2673 \quad \cdots \cdots ②$$

$$② \text{ より } 891(x - y) = 2673$$

$$x - y = 3 \quad \cdots \cdots ③$$

$$① \quad x + y = 7$$

$$③ \quad +) \quad x - y = 3$$

$$\quad \quad \quad 2x = 10$$

$$x = 5$$

$x = 5$ を ① に代入すると $5 + y = 7$

$$y = 2$$

$x = 5$ 、 $y = 2$ は問題に適している。

よって、自然数 A は 5225

13

解説

チョコ、ガム、アメ玉の 1 個の値段をそれぞれ x 円、 y 円、 z 円とすると

$$x + y + 6z = 60 \quad \cdots \cdots ①$$

$$2x + 3y + 4z = 90 \quad \cdots \cdots ②$$

$$3x + 5y + 3z = 125 \quad \cdots \cdots ③$$

① $\times 2 - ②$ より

$$-y + 8z = 30 \quad \cdots \cdots ④$$

① $\times 3 - ③$ より

$$-2y + 15z = 55 \quad \cdots \cdots ⑤$$

④、⑤ を y 、 z の連立 2 元 1 次方程式として解くと

$$y = 10, z = 5$$

これらを ① に代入して $x = 20$

これらは問題に適している。

よって、チョコは 20 円、ガムは 10 円、アメ玉は 5 円

第4章 連立方程式 レベルB

1

解説

$$(1) \begin{cases} 2(x+y)-3(x-4)=6 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x}{2}-\frac{2y-4}{3}=2 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{を变形すると} \quad -x+2y=-6 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \times 6 \text{ より} \quad 3x-2(2y-4)=12$$

$$3x-4y=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} \times 2 \text{ より} \quad -2x+4y=-12 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}+\textcircled{5} \text{ より} \quad x=-8$$

$$\text{これを} \textcircled{3} \text{に代入して} \quad 8+2y=-6$$

$$2y=-14$$

$$y=-7$$

$$\text{答} \quad x=-8, \quad y=-7$$

$$(2) \begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=\frac{1}{5} & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{1}{4}x-\frac{1}{5}y=1.2 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 30 \text{ より} \quad 15x+10y=6 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \times 20 \text{ より} \quad 5x-4y=24 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} \times 3 \text{ より} \quad 15x-12y=72 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{5} \text{ より} \quad 22y=-66 \quad \text{よって} \quad y=-3$$

$$\text{これを} \textcircled{4} \text{に代入して} \quad 5x+12=24$$

$$5x=12$$

$$x=\frac{12}{5}$$

$$\text{答} \quad x=\frac{12}{5}, \quad y=-3$$

$$(3) \begin{cases} x+y=700 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{8}{100}x+\frac{15}{100}y=70 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 100 \text{ より} \quad 8x+15y=7000 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \times 8 \text{ より} \quad 8x+8y=5600 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{4} \text{ より} \quad 7y=1400 \quad \text{よって} \quad y=200$$

$$\text{これを} \textcircled{1} \text{に代入して} \quad x+200=700$$

$$x=500$$

$$\text{答} \quad x=500, \quad y=200$$

$$(4) \begin{cases} 0.625x+y=0.75 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x-2y=3.9 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 8 \text{ より} \quad 5x+8y=6 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \times 10 \text{ より} \quad 10x-20y=39 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} \times 2 \text{ より} \quad 10x+16y=12 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}-\textcircled{5} \text{ より} \quad -36y=27 \quad \text{よって} \quad y=-\frac{3}{4}$$

$$\text{これを} \textcircled{3} \text{に代入して} \quad 5x-6=6$$

$$5x=12$$

$$x=\frac{12}{5}$$

$$\text{答} \quad x=\frac{12}{5}, \quad y=-\frac{3}{4} \quad (x=2.4, \quad y=-0.75 \text{ としてもよい})$$

$$(5) \begin{cases} \frac{x+2y}{6}-\frac{x-y}{3}=2 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x}{20}+\frac{3}{5}y=\frac{1}{5} & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 6 \text{ より} \quad (x+2y)-2(x-y)=12$$

$$-x+4y=12 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \times 20 \text{ より} \quad x+12y=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}+\textcircled{4} \text{ より} \quad 16y=16 \quad \text{よって} \quad y=1$$

$$\text{これを} \textcircled{4} \text{に代入して} \quad x+12=4$$

$$x=-8$$

$$\text{答} \quad x=-8, \quad y=1$$

$$(6) \begin{cases} \frac{x-1}{3}+\frac{y}{4}=\frac{3}{2} & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2(x+1)+3(2y-1)=y+3 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 12 \text{ より} \quad 4(x-1)+3y=18$$

$$4x+3y=22 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{を变形すると} \quad 2x+5y=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} \times 2 \text{ より} \quad 4x+10y=8 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{5} \text{ より} \quad -7y=14 \quad \text{よって} \quad y=-2$$

$$\text{これを} \textcircled{4} \text{に代入して} \quad 2x-10=4$$

$$2x=14$$

$$x=7$$

$$\text{答} \quad x=7, \quad y=-2$$

$$(7) \begin{cases} \frac{1-3x}{4}=3y-\frac{1}{8} & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x-y}{3}-\frac{x-5}{5}=1 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 8 \text{ より} \quad 2(1-3x)=24y-1$$

$$-2x-8y=-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \times 15 \text{ より} \quad 5(x-y)-3(x-5)=15$$

$$2x-5y=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}+\textcircled{4} \text{ より} \quad -13y=-1 \quad \text{よって} \quad y=\frac{1}{13}$$

$$\text{これを} \textcircled{4} \text{に代入して} \quad 2x-\frac{5}{13}=0$$

$$2x=\frac{5}{13}$$

$$x=\frac{5}{26}$$

$$\text{答} \quad x=\frac{5}{26}, \quad y=\frac{1}{13}$$

$$(8) \begin{cases} \frac{x+3y}{2}+\frac{2x-y}{3}=1 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x+2y}{3}+\frac{3x-y}{5}=-1 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 6 \text{ より} \quad 3(x+3y)+2(2x-y)=6$$

$$7x+7y=6 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \times 15 \text{ より} \quad 5(x+2y)+3(3x-y)=-15$$

$$14x+7y=-15 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{4} \text{ より} \quad -7x=21 \quad \text{よって} \quad x=-3$$

$$\text{これを} \textcircled{3} \text{に代入して} \quad -21+7y=6$$

$$7y=27$$

$$y=\frac{27}{7}$$

$$\text{答} \quad x=-3, \quad y=\frac{27}{7}$$

$$(9) \begin{cases} \frac{x-1}{3}+\frac{y+1}{2}=1 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x-1-\frac{y+1}{6}=-\frac{1}{3} & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 6 \text{ より} \quad 2(x-1)+3(y+1)=6$$

$$2x+3y=5 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \times 6 \text{ より} \quad 6x-6-(y+1)=-2$$

$$6x-y=5 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} \times 3 \text{ より} \quad 18x-3y=15 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{3}+\textcircled{5} \text{ より} \quad 20x=20 \quad \text{よって} \quad x=1$$

$$\text{これを} \textcircled{4} \text{に代入して} \quad 6-y=5$$

$$-y=-1$$

$$y=1$$

$$\text{答} \quad x=1, \quad y=1$$

$$(10) \begin{cases} \frac{3x+y}{3}-\frac{x-y}{2}=2 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 0.2x+0.7y=1.9 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 6 \text{ より} \quad 2(3x+y)-3(x-y)=12$$

$$3x+5y=12 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \times 10 \text{ より} \quad 2x+7y=19 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} \times 2 \text{ より} \quad 6x+10y=24 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4} \times 3 \text{ より} \quad 6x+21y=57 \quad \cdots \cdots \textcircled{6}$$

$$\textcircled{5}-\textcircled{6} \text{ より} \quad -11y=-33 \quad \text{よって} \quad y=3$$

$$\text{これを} \textcircled{3} \text{に代入して} \quad 3x+15=12$$

$$3x=-3$$

$$x=-1$$

$$\text{答} \quad x=-1, \quad y=3$$

$$(11) \begin{cases} 0.1(0.2y-0.3x)=0.02 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{1}{5}(2x+1)-\frac{1}{6}y=\frac{1}{3} & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 100 \text{ より} \quad 2y-3x=2$$

$$-3x+2y=2 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \times 30 \text{ より} \quad 6(2x+1)-5y=10$$

$$12x-5y=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} \times 4 \text{ より} \quad -12x+8y=8 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}+\textcircled{5} \text{ より} \quad 3y=12 \quad \text{よって} \quad y=4$$

$$\text{これを} \textcircled{3} \text{に代入して} \quad -3x=-6$$

$$-3x=-6$$

$$x=2$$

$$\text{答} \quad x=2, \quad y=4$$

$$(12) \begin{cases} 16x+3y+2-4(3x+y)=0 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 3(3x-y)+5(x-y)-2=0 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{を变形すると} \quad 4x-y=-2 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{を变形すると} \quad 7x-4y=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} \times 4 \text{ より} \quad 16x-4y=-8 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}-\textcircled{5} \text{ より} \quad -9x=9 \quad \text{よって} \quad x=-1$$

$$\text{これを} \textcircled{3} \text{に代入して} \quad -4-y=-2$$

$$-y=2$$

$$y = -2$$

$$\text{答 } x = -1, y = -2$$

$$x \text{ について解くと } 2x + 2 = a + 1$$

2

解説

$$\begin{cases} 2x + y = 4 & \cdots \cdots ① \\ ax + by = 16 & \cdots \cdots ② \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 4y = 1 & \cdots \cdots ③ \\ bx + ay = -19 & \cdots \cdots ④ \end{cases}$$

これらが同じ解をもつから、その解は①と③を連立させることで求められる。

$$\begin{array}{r} ① \times 4 \quad 8x + 4y = 16 \\ ③ \quad -) \quad 3x + 4y = 1 \\ \hline 5x = 15 \end{array}$$

$$\text{よって } x = 3$$

$$x = 3 \text{ を } ① \text{ に代入して } 6 + y = 4$$

$$\text{よって } y = -2$$

$$x = 3, y = -2 \text{ を } ②, ④ \text{ に代入すると}$$

$$\begin{cases} 3a - 2b = 16 & \cdots \cdots ⑤ \\ 3b - 2a = -19 & \cdots \cdots ⑥ \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ⑤ \times 2 \quad 6a - 4b = 32 \\ ⑥ \times 3 \quad +) \quad -6a + 9b = -57 \\ \hline 5b = -25 \\ b = -5 \end{array}$$

$$\text{よって } b = -5$$

$$b = -5 \text{ を } ⑤ \text{ に代入して } 3a + 10 = 16$$

$$\text{これを解くと } a = 2 \quad \text{答 } a = 2, b = -5$$

3

解説

$$(1) \text{ 連立方程式 } \begin{cases} 6x - ay = 5 \\ bx + 3y = 4 \end{cases} \text{ に, } x = \frac{9}{8}, y = \frac{7}{12} \text{ を代入すると, それぞれ}$$

$$6 \times \frac{9}{8} - \frac{7}{12}a = 5 \quad \text{より} \quad 81 - 7a = 60 \quad \text{したがって} \quad a = 3$$

$$\frac{9}{8}b + 3 \times \frac{7}{12} = 4 \quad \text{より} \quad 9b + 14 = 32 \quad \text{したがって} \quad b = 2$$

$$\text{よって, 正しい連立方程式は } \begin{cases} 6x + 3y = 5 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } x = -\frac{2}{3}, y = 3$$

$$(2) \text{ (ア) } \begin{cases} 6x - 5y = 3 & \cdots \cdots ① \\ 4x - y = a & \cdots \cdots ② \end{cases} \text{ と, (イ) の } x \text{ と } y \text{ を入れかえた方程式}$$

$$\begin{cases} 4y - 3x = 12 & \cdots \cdots ③ \\ by + 2x = 25 & \cdots \cdots ④ \end{cases} \text{ が同じ解をもつ。}$$

$$\text{まず, } ①, ③ \text{ を連立方程式として解くと } x = 8, y = 9$$

$$\text{これらを } ②, ④ \text{ に代入すると } 32 - 9 = a, 9b + 16 = 25$$

$$\text{したがって } a = 23, b = 1$$

4

解説

$$① \text{ は } \begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{a+1}{4} & \cdots \cdots ③ \\ \frac{y-2}{3} = \frac{a+1}{4} & \cdots \cdots ④ \end{cases} \text{ のように書ける。}$$

$$③ \text{ の両辺に } 4 \text{ をかけると } 2(x+1) = a+1$$

$$x = \frac{a-1}{2} \quad \cdots \cdots ⑤$$

$$④ \text{ の両辺に } 12 \text{ をかけると } 4(y-2) = 3(a+1)$$

$$y \text{ について解くと } 4y - 8 = 3a + 3$$

$$y = \frac{3a+11}{4} \quad \cdots \cdots ⑥$$

$$⑤, ⑥ \text{ を } ② \text{ に代入すると } \frac{a-1}{2} + \frac{3a+11}{4} + a - 3 = 0$$

$$\text{両辺に } 4 \text{ をかけると } 2(a-1) + 3a + 11 + 4(a-3) = 0$$

$$2a - 2 + 3a + 11 + 4a - 12 = 0$$

$$9a = 3$$

$$a = \frac{1}{3}$$

5 [慶應義塾]

解説

階級値は小さい方から順に 48, 53, 58, 63, 68, 73 であるから

$$\begin{cases} 8 + 16 + x + 23 + 15 + y = 100 & \cdots \cdots ① \\ \frac{48 \times 8 + 53 \times 16 + 58 \times x + 63 \times 23 + 68 \times 15 + 73 \times y}{100} = 60.1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\text{整理すると } \begin{cases} x + y = 38 & \cdots \cdots ① \\ 58x + 73y = 2309 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \times 58$$

$$\begin{array}{r} ② \quad 58x + 73y = 2309 \\ -) \quad 58x + 73y = 2309 \\ \hline -15y = -105 \\ y = 7 \end{array}$$

$$y = 7 \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$x + 7 = 38$$

$$x = 31$$

$$x = 31, y = 7 \text{ とするとこれは問題に合っている。}$$

$$\text{よって } x = 31, y = 7$$

6 [石川県]

解説

S サイズの箱を x 個, M サイズの箱を y 個発送したとする。

箱の数の合計について

$$x + y = 25$$

送料の合計について

$$700 \times x + 1100 \times \frac{y}{2} + 1300 \times \frac{y}{2} = 25500$$

$$\text{よって, 連立方程式は } \begin{cases} x + y = 25 & \cdots \cdots ① \\ 700x + 550y + 650y = 25500 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$② \text{ より } 700x + 1200y = 25500$$

$$7x + 12y = 255 \quad \cdots \cdots ③$$

$$\begin{array}{r} ③ \quad 7x + 12y = 255 \\ ① \times 7 \quad -) \quad 7x + 12y = 175 \\ \hline 5y = 80 \\ y = 16 \end{array}$$

$$y = 16 \text{ を } ① \text{ に代入すると } x + 16 = 25$$

$$x = 9$$

$$x = 9, y = 16 \text{ は問題に適している。}$$

したがって, S サイズは 9 個, M サイズは 16 個発送した。

7 [智弁学園]

解説

$$(1) \text{ 上りの列車の秒速は } \frac{90 \times 1000}{60 \times 60} = 25 \text{ (m)}$$

$$\text{下りの列車の秒速は } \frac{72 \times 1000}{60 \times 60} = 20 \text{ (m)}$$

(2) 上りの列車について

$$x \times 8 + y = 25 \times 42$$

$$8x + y = 1050$$

下りの列車について

$$x \times 12 + y = 20 \times (42 + 16)$$

$$12x + y = 1160$$

$$\text{よって, 連立方程式は } \begin{cases} 8x + y = 1050 & \cdots \cdots ① \\ 12x + y = 1160 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} (3) \quad ② \quad 12x + y = 1160 \\ \quad ① \quad -) \quad 8x + y = 1050 \\ \hline 4x = 110 \\ x = 27.5 \end{array}$$

$$x = 27.5 \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$8 \times 27.5 + y = 1050$$

$$y = 830$$

$$x = 27.5, y = 830 \text{ は問題に適している。}$$

$$\text{よって } x = 27.5, y = 830$$

8 [弘学館]

解説

- (1) 昨年の製品 A, B の生産量について $x=2y$

昨年の製品 C の生産量は $(5700-x-y)$ kg であるから, 今年生産量の増減について

$$-\frac{5}{100}x + \frac{8}{100}y + \frac{4}{100}(5700-x-y) = 18$$

両辺に 100 をかけて整理すると

$$9x - 4y = 21000$$

$$\begin{cases} x = 2y & \cdots \cdots ① \\ 9x - 4y = 21000 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

- (2) ① を ② に代入して

$$18y - 4y = 21000$$

$$14y = 21000$$

$$y = 1500$$

① に代入して $x = 3000$

また, 昨年の製品 C の生産量は

$$5700 - 3000 - 1500 = 1200 \text{ (kg)}$$

よって, 今年生産量について

$$A \text{ は } 3000 \times \frac{95}{100} = 2850 \text{ (kg)}$$

$$B \text{ は } 1500 \times \frac{108}{100} = 1620 \text{ (kg)}$$

$$C \text{ は } 1200 \times \frac{104}{100} = 1248 \text{ (kg)}$$

9

解説

両替する前に太郎さんがもっていた 100 円の枚数を x 枚, 10 円の枚数を y 枚とする。

$$\begin{cases} 100x + 50 \times 12 + 10y = 2730 \\ (x+5) + 12 + (y-50) = \frac{1}{2}(x+12+y) \end{cases}$$

これを解いて $x=15, y=63$

よって, 100 円 : 15 枚, 10 円 : 63 枚

10 [智弁学園]

解説

$$(1) 200 \times \frac{5.5}{100} = 11 \text{ (g)}$$

- (2) 容器 A, B から 100 g ずつ取り出して混ぜると 5.5 % の食塩水ができるから

$$100 \times \frac{x}{100} + 100 \times \frac{y}{100} = 200 \times \frac{5.5}{100}$$

整理すると $x+y=11 \cdots \cdots ①$

また, 容器 B に残った 200 g の食塩水に, 食塩を 20 g 混ぜると, 容器 A に残った食塩水と同じ濃度になるから

$$\left(200 \times \frac{y}{100} + 20\right) \div 220 \times 100 = x$$

$$\text{整理すると } 2y + 20 = \frac{11}{5}x \cdots \cdots ②$$

①, ② より, 連立方程式は

$$\begin{cases} x+y=11 \\ 2y+20=\frac{11}{5}x \end{cases}$$

- (3) ② を変形すると

$$y = \frac{11}{10}x - 10 \cdots \cdots ③$$

③ を ① に代入すると

$$x + \frac{11}{10}x - 10 = 11$$

$$\frac{21}{10}x = 21$$

$$x = 10$$

$x=10$ を ① に代入すると

$$10 + y = 11$$

$$y = 1$$

よって $x=10, y=1$

11 [お茶の水女子大学附属]

解説

A から 100 g の食塩水を B に移した後, B の食塩水の濃度は 8.5 % になったから

$$\left(\frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 500\right) \div (100 + 500) = \frac{8.5}{100}$$

$$\frac{x+5y}{600} = \frac{8.5}{100}$$

両辺に 600 を掛けて $x+5y=51 \cdots \cdots ①$

B から 8.5 % の食塩水 200 g を A にもどした後, A の食塩水の濃度が 7 % になったから

$$\left\{\frac{x}{100} \times (400 - 100) + \frac{8.5}{100} \times 200\right\} \div (300 + 200) = \frac{7}{100}$$

$$\frac{3x+17}{500} = \frac{7}{100}$$

両辺に 500 を掛けて $3x+17=35$

$$3x=18$$

$$x=6$$

これを ① に代入して $6+5y=51$

$$5y=45$$

$$y=9$$

よって $x=6, y=9$

12 [愛媛県]

解説

2 年生の生徒数を x 人, 3 年生の生徒数を y 人とする。

ボランティア活動に参加したことがある生徒の人数について

$$240 \times \frac{25}{100} + x \times \frac{30}{100} + y \times \frac{40}{100} = (240 + x + y) \times \frac{32}{100}$$

3 年生は 2 年生より 15 人多いから

$$y = x + 15$$

$$\text{よって, 連立方程式は } \begin{cases} 240 \times \frac{25}{100} + x \times \frac{30}{100} + y \times \frac{40}{100} = (240 + x + y) \times \frac{32}{100} & \cdots \cdots ① \\ y = x + 15 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\text{① より } 240 \times 25 + 30x + 40y = 240 \times 32 + 32x + 32y$$

$$-2x + 8y = 240(32 - 25)$$

$$-x + 4y = 840 \cdots \cdots ③$$

② を ③ に代入すると

$$-x + 4(x + 15) = 840$$

$$3x = 780$$

$$x = 260$$

$x=260$ を ② に代入すると

$$y = 260 + 15 = 275$$

これらは問題に適している。

よって, 2 年生の生徒数は 260 人, 3 年生の生徒数は 275 人

7 [市川]

解説

- (1) 今のあめ1個の値段を x 円とすると、今のガム1個の値段は $1.5x$ 円と表される。

$$\text{よって } (a-1)x + (b-4) \times 1.5x = 500 - 20 \quad \dots\dots ①$$

$$(a-3)x + (b-2) \times 1.5x = 500 + 10 \quad \dots\dots ②$$

$$① \text{ より } ax + 1.5bx - 7x = 480 \quad \dots\dots ③$$

$$② \text{ より } ax + 1.5bx - 6x = 510 \quad \dots\dots ④$$

$$③ - ④ \text{ より } -x = -30$$

$$x = 30$$

- (2) 今のあめ1個の値段は 30 円、ガム1個の値段は $30 \times 1.5 = 45$ (円)であるから、

$$\text{中学1年生の頃のあめ1個の値段は } 30 \div 1.2 = 25 \text{ (円)}$$

$$\text{ガム1個の値段は } 45 \div 1.5 = 30 \text{ (円)}$$

$$\text{このとき } 25a + 30b = 500 \quad \dots\dots ⑤$$

$$③ \text{ から } 30a + 45b - 210 = 480$$

$$30a + 45b = 690 \quad \dots\dots ⑥$$

$$⑤ \text{ より } 5a + 6b = 100 \quad \dots\dots ⑦$$

$$⑥ \text{ より } 2a + 3b = 46 \quad \dots\dots ⑧$$

$$⑦ \quad 5a + 6b = 100$$

$$⑧ \times 2 \quad -) \quad 4a + 6b = 92$$

$$a = 8$$

$a = 8$ を ⑧ に代入すると

$$2 \times 8 + 3b = 46$$

$$3b = 46 - 16$$

$$b = 10$$