

第1問 (必答問題) (配点 30)

[1] $P(x)$ を係数が実数である x の整式とする。方程式 $P(x)=0$ は虚数 $1+\sqrt{2}i$ を解にもつとする。

(1) 虚数 $1-\sqrt{2}i$ も $P(x)=0$ の解であることを示そう。

$1\pm\sqrt{2}i$ を解とする x の2次方程式で x^2 の係数が1であるものは

$$x^2 - \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}} = 0$$

である。 $S(x)=x^2 - \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}}$ とし、 $P(x)$ を $S(x)$ で割ったときの商を $Q(x)$ 、余りを $R(x)$ とすると、次が成り立つ。

$$P(x) = \boxed{\text{ウ}}$$

また、 $S(x)$ は2次式であるから、 m, n を実数として、 $R(x)$ は

$$R(x) = mx + n$$

と表せる。ここで、 $1+\sqrt{2}i$ が二つの方程式 $P(x)=0$ と $S(x)=0$ の解であることを用いれば $R(1+\sqrt{2}i) = \boxed{\text{エ}}$ となるので、 $x=1+\sqrt{2}i$ を

$R(x)=mx+n$ に代入することにより、 $m = \boxed{\text{オ}}$ 、 $n = \boxed{\text{カ}}$ である

ことがわかる。したがって、 $\boxed{\text{キ}}$ であることがわかるので、 $1-\sqrt{2}i$ も $P(x)=0$ の解である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

ウ の解答群

① $S(x)Q(x)R(x)$

② $S(x)R(x) + Q(x)$

② $R(x)Q(x) + S(x)$

③ $S(x)Q(x) + R(x)$

キ の解答群

① $P(x) = S(x)R(x)$

① $P(x) = Q(x)R(x)$

② $Q(x) = 0$

③ $R(x) = 0$

④ $S(x) = Q(x)R(x)$

⑤ $Q(x) = S(x)R(x)$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

(2) k, ℓ を実数として

$$P(x) = 3x^4 + 2x^3 + kx + \ell$$

の場合を考える。このとき、 $P(x)$ を (1) の $S(x)$ で割ったときの商を $Q(x)$ 、余りを $R(x)$ とすると

$$Q(x) = \boxed{\text{ク}} x^2 + \boxed{\text{ケ}} x + \boxed{\text{コ}}$$

$$R(x) = (k - \boxed{\text{サシ}})x + \ell - \boxed{\text{スセ}}$$

となる。 $P(x) = 0$ は $1 + \sqrt{2}i$ を解にもつので、(1) の考察を用いると

$$k = \boxed{\text{ソタ}}, \quad \ell = \boxed{\text{チツ}}$$

である。また、 $P(x) = 0$ の $1 + \sqrt{2}i$ 以外の解は

$$x = \boxed{\text{テ}} - \sqrt{\boxed{\text{ト}}} i, \quad \frac{-\boxed{\text{ナ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}} i$$

であることがわかる。

(数学Ⅱ・数学B第1問は34ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- 〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 38，39 ページの常用対数表を用いてもよい。

花子さんは，あるスポーツドリンク（以下，商品 S）の売り上げ本数が気温にどう影響されるかを知りたいと考えた。そこで，地区 A について調べたところ，最高気温が 22°C ， 25°C ， 28°C であった日の商品 S の売り上げ本数をそれぞれ N_1 ， N_2 ， N_3 とするとき

$$N_1 = 285, \quad N_2 = 368, \quad N_3 = 475$$

であった。このとき

$$\frac{N_2 - N_1}{25 - 22} < \frac{N_3 - N_2}{28 - 25}$$

であり，座標平面上の 3 点 $(22, N_1)$ ， $(25, N_2)$ ， $(28, N_3)$ は一つの直線上にはないので，花子さんは N_1 ， N_2 ， N_3 の対数を考えてみることにした。

- (1) 常用対数表によると， $\log_{10} 2.85 = 0.4548$ であるので

$$\log_{10} N_1 = \log_{10} 285 = 0.4548 + \boxed{\text{ネ}} = \boxed{\text{ネ}}.4548$$

である。この値の小数第 4 位を四捨五入したものを p_1 とすると

$$p_1 = \boxed{\text{ネ}}.455$$

である。同じように， $\log_{10} N_2$ の値の小数第 4 位を四捨五入したものを p_2 とすると

$$p_2 = \boxed{\text{ノ}}.\boxed{\text{ハヒフ}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

さらに、 $\log_{10} N_3$ の値の小数第 4 位を四捨五入したものを p_3 とすると

$$\frac{p_2 - p_1}{25 - 22} = \frac{p_3 - p_2}{28 - 25}$$

が成り立つことが確かめられる。したがって

$$\frac{p_2 - p_1}{25 - 22} = \frac{p_3 - p_2}{28 - 25} = k$$

とおくとき、座標平面上の 3 点 $(22, p_1)$ 、 $(25, p_2)$ 、 $(28, p_3)$ は次の方程式が表す直線上にある。

$$y = k(x - 22) + p_1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

いま、 N を正の実数とし、座標平面上の点 $(x, \log_{10} N)$ が $\textcircled{1}$ の直線上にあるとする。このとき、 x と N の関係式として、次の $\textcircled{0} \sim \textcircled{3}$ のうち、正しいものは $\wedge$ である。

 $\wedge$ の解答群

- $\textcircled{0} \quad N = 10 k(x - 22) + p_1$
- $\textcircled{1} \quad N = 10 \{k(x - 22) + p_1\}$
- $\textcircled{2} \quad N = 10^{k(x-22) + p_1}$
- $\textcircled{3} \quad N = p_1 \cdot 10^{k(x-22)}$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (2) 花子さんは、地区 A で最高気温が 32°C になる日の商品 S の売り上げ本数を予想することにした。 $x = 32$ のときに関係式 $\boxed{\text{ヘ}}$ を満たす N の値は $\boxed{\text{ホ}}$ の範囲にある。そこで、花子さんは売り上げ本数が $\boxed{\text{ホ}}$ の範囲に入るだろうと考えた。

$\boxed{\text{ホ}}$ の解答群

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ① 440 以上 450 未満 | ① 450 以上 460 未満 |
| ② 460 以上 470 未満 | ③ 470 以上 480 未満 |
| ④ 650 以上 660 未満 | ⑤ 660 以上 670 未満 |
| ⑥ 670 以上 680 未満 | ⑦ 680 以上 690 未満 |
| ⑧ 890 以上 900 未満 | ⑨ 900 以上 910 未満 |
| ⑨ 910 以上 920 未満 | ⑩ 920 以上 930 未満 |

(数学Ⅱ・数学B第1問は38ページに続く。)

常用対数表

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996

数学Ⅱ・数学B

第2問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 縦の長さが9 cm、横の長さが24 cmの長方形の厚紙がある。この厚紙から容積が最大となる箱を作る。このとき、箱にふたがない場合とふたがある場合で容積の最大値がどう変わるかを調べたい。ただし、厚紙の厚さは考えず、作る箱の形を直方体とみなす。

- (1) 厚紙の四隅から図1のように四つの合同な正方形の斜線部分を切り取り、破線にそって折り曲げて、ふたのない箱を作る。この箱の容積を $V \text{ cm}^3$ とする。

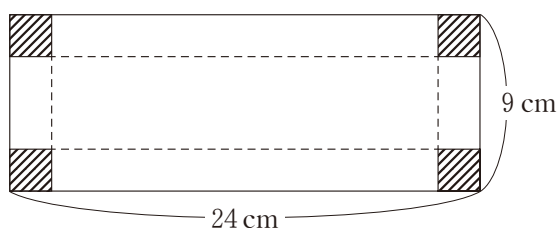


図1 ふたのない箱を作る場合

次の構想に基づいて箱の容積の最大値を考える。

構想

図1のように切り取る斜線部分の正方形の一辺の長さを $x \text{ cm}$ とする。 V を x の関数として表し、箱が作れる x の値の範囲に注意して V の最大値を考える。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

箱が作れるための x のとり得る値の範囲は $0 < x < \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。 V

を x の式で表すと

$$V = \boxed{\text{ウ}} x^3 - \boxed{\text{エオ}} x^2 + \boxed{\text{カキク}} x$$

であり、 V は $x = \boxed{\text{ケ}}$ で最大値 $\boxed{\text{コサシ}}$ をとる。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (2) 厚紙の四隅から図2のように四つの斜線部分を切り取り，破線にそって折り曲げて，ふたでぴったりと閉じることのできる箱を作る。この箱の容積を $W \text{ cm}^3$ とする。

図2の四つの斜線部分のうち，左側二つの斜線部分をそれぞれ一辺の長さが $x \text{ cm}$ の正方形とすると，右側二つの斜線部分は，それぞれ縦の長さが $x \text{ cm}$ ，横の長さが $\boxed{\text{ス}}$ cm の長方形となる。

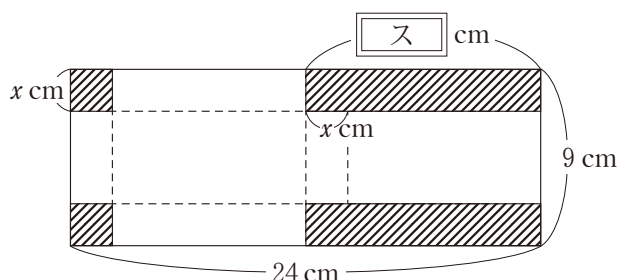


図2 ふたのある箱を作る場合

$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

- | | | |
|------|--------------|--------------|
| ① 6 | ④ $(6 - x)$ | ⑦ $(6 + x)$ |
| ② 12 | ⑤ $(12 - x)$ | ⑧ $(12 + x)$ |
| ③ 18 | ⑥ $(18 - x)$ | |

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

太郎さんと花子さんは、 W を x の式で表した後、(1)の結果を見ながら W の最大値の求め方について話している。

太郎： W の式がわかったから、 W の最大値は(1)と同じように求められるね。

花子：ちょっと待って。 W を表す式と(1)の V を表す式は似ているね。

W を表す式と V を表す式の関係を利用できないかな。

(1)の V が最大値をとるときの x の値を x_0 とする。 W の最大値は(1)で求めた V の最大値 セ。また、 W が最大値をとる x は ソ。

セ の解答群

- | | |
|------------------------|------------|
| ① の $\frac{1}{4}$ 倍である | ① の 4 倍である |
| ② の $\frac{1}{3}$ 倍である | ③ の 3 倍である |
| ④ の $\frac{1}{2}$ 倍である | ⑤ の 2 倍である |
| ⑥ と等しくなる | |

ソ の解答群

- ① ただ一つあり、その値は x_0 より小さい
- ② ただ一つあり、その値は x_0 より大きい
- ③ ただ一つあり、その値は x_0 と等しい
- ④ 二つ以上ある

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (3) 縦の長さが9 cm, 横の長さが24 cm の長方形に限らず, いろいろな長方形の厚紙から (1), (2) と同じようにふたのない箱とふたのある箱を作る。このとき

ふたのある箱の容積の最大値が, ふたのない箱の容積の最大値 セ

ということが成り立つための長方形についての記述として, 次の①~④のうち, 正しいものは タ である。

タ の解答群

- ① 縦の長さが9 cm, 横の長さが24 cm の長方形のときのみ成り立つ。
- ② 縦の長さが9 cm, 横の長さが24 cm の長方形のときと, 縦の長さが24 cm, 横の長さが9 cm の長方形のときのみ成り立つ。
- ③ 縦と横の長さの比が3 : 8 の長方形のときのみ成り立つ。
- ④ 縦と横の長さの比が3 : 8 の長方形のときと, 縦と横の長さの比が8 : 3 の長方形のときのみ成り立つ。
- ⑤ 縦と横の長さに関係なくどのような長方形のときでも成り立つ。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

〔2〕 $1^2 + 2^2 + \cdots + 10^2$ をある関数の定積分で表すことを考えよう。

- (1) すべての実数 t に対して、 $\int_t^{t+1} f(x) dx = t^2$ となる 2 次関数 $f(x)$ を求めよう。

$$\int_t^{t+1} 1 dx = \boxed{\text{チ}}$$

$$\int_t^{t+1} x dx = t + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

$$\int_t^{t+1} x^2 dx = t^2 + t + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。また、 ℓ , m , n を定数とし、 $f(x) = \ell x^2 + mx + n$ とおくと

$$\int_t^{t+1} f(x) dx = \ell t^2 + (\ell + m)t + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \ell + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} m + n$$

を得る。このことから、 t についての恒等式

$$t^2 = \ell t^2 + (\ell + m)t + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \ell + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} m + n$$

を得る。よって、 $\ell = \boxed{\text{ニ}}$, $m = \boxed{\text{ヌネ}}$, $n = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ とわかる。

- (2) (1) で求めた $f(x)$ を用いれば、次が成り立つ。

$$1^2 + 2^2 + \cdots + 10^2 = \int_1^{\boxed{\text{ヒフ}}} f(x) dx$$

第3問 (選択問題) (配点 20)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて51ページの正規分布表を用いてもよい。

1, 2, 3, 4の数字がそれぞれ一つずつ書かれた4枚の白のカードが箱Aに、1, 2, 3, 4の数字がそれぞれ一つずつ書かれた4枚の赤のカードが箱Bに入っている。箱A, Bからそれぞれ1枚ずつのカードを無作為に取り出し、取り出したカードの数字を確認してからもとに戻す試行について、次のように確率変数 X , Y を定める。

「確率変数 X 」

取り出した白のカードに書かれた数と赤のカードに書かれた数の小さい方の数(書かれた数が等しい場合はその数)を X の値とする。

「確率変数 Y 」

取り出した白のカードに書かれた数と赤のカードに書かれた数の大きい方の数(書かれた数が等しい場合はその数)を Y の値とする。

太郎さんは、この試行を2回繰り返したときに記録された2個の数の平均値 $t_2 = 2.50$ と、100回繰り返したときに記録された100個の数の平均値 $t_{100} = 2.95$ が書いてあるメモを見つけた。メモに関する太郎さんの記憶は次のとおりである。

太郎さんの記憶

メモに書かれていた t_2 と t_{100} は「確率変数 X 」の平均値である。

太郎さんは、このメモに書かれていた t_2 と t_{100} が「確率変数 X 」か「確率変数 Y 」のうちどちらか一方の平均値であったことは覚えていたが、太郎さんの記憶における「確率変数 X 」の部分が確かでなく、もしかしたら「確率変数 Y 」だったかもしれないと感じている。このことについて、太郎さんが花子さんに相談したところ、花子さんは、太郎さんが見つけたメモに書かれていた二つの平均値をもとにして太郎さんの記憶が正しいかどうかはわからないかと考えた。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

- (1) $X = 1$ となるのは、白のカード、赤のカードともに1か、白のカードが1で赤のカードが2以上か、赤のカードが1で白のカードが2以上の場合であり、全部で ア 通りある。 $X = 2, 3, 4$ についても同様に考えることにより、 X の確率分布は

X	1	2	3	4	計
P	$\frac{\text{ア}}{16}$	$\frac{\text{イ}}{16}$	$\frac{\text{ウ}}{16}$	$\frac{\text{エ}}{16}$	1

となることがわかる。また、 Y の確率分布は

Y	1	2	3	4	計
P	$\frac{1}{16}$	$\frac{\text{オ}}{16}$	$\frac{\text{カ}}{16}$	$\frac{\text{キ}}{16}$	1

となる。

確率変数 Z を $Z = \text{ク} - X$ とすると、 Z の確率分布と Y の確率分布は同じであることがわかる。

- (2) 確率変数 X の平均(期待値)と標準偏差はそれぞれ

$$E(X) = \frac{\text{ケコ}}{8}, \quad \sigma(X) = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

となる。このことと、(1)の確率変数 Z に関する考察から、確率変数 Y の平均は

$$E(Y) = \frac{\text{サシ}}{8}$$

となり、標準偏差は $\sigma(Y) = \text{ス}$ となる。

ス の解答群

- ① $\{\sigma(X)\}^2$ ② $5 - \sigma(X)$ ③ $5\sigma(X)$ ④ $\sigma(X)$

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (3) 確率変数 X , Y の分布から太郎さんの記憶が正しいかどうかを推測しよう。

X の確率分布をもつ母集団を考え、この母集団から無作為に抽出した大きさ n の標本を確率変数 $X_1, X_2, \dots, X_n$ とし、標本平均を $\bar{X}$ とする。 Y の確率分布をもつ母集団を考え、この母集団から無作為に抽出した大きさ n の標本を確率変数 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ とし、標本平均を $\bar{Y}$ とする。

- (i) メモに書かれていた、 $t_2 = 2.50$ について考えよう。

花子さんは、 $\bar{X} = 2.50$ となる確率 $P(\bar{X} = 2.50)$ と $\bar{Y} = 2.50$ となる確率 $P(\bar{Y} = 2.50)$ を比較することで、太郎さんの記憶が正しいかがわかるのではないかと考えた。

$\bar{X} = 2.50$ となる確率は、 $X_1 + X_2 = 5$ となる確率であり、(1) の X の確率分布より

$$P(\bar{X} = 2.50) = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{64}$$

となり、(1) の Y の確率分布から、 $P(\bar{Y} = 2.50) \boxed{\text{タ}} P(\bar{X} = 2.50)$ が成り立つことがわかる。

このことから、花子さんは、 $t_2 = 2.50$ からでは太郎さんの記憶が正しいかどうかはわからないと考えた。

タ の解答群

① <	① =	② >
-----	-----	-----

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(ii) メモに書かれていた, $t_{100} = 2.95$ について考えよう。

n が大きいとき, $\bar{X}$ は近似的に正規分布 $N(E(\bar{X}), \{\sigma(\bar{X})\}^2)$ に従い,
 $\sigma(\bar{X}) = \boxed{\text{チ}}$ である。 $n = 100$ は大きいので, $\bar{X} = 2.95$ であったとする
 と, 推定される母平均を m_X として, m_X の信頼度 95 % の信頼区間は

$$\boxed{\text{ツ}} \leq m_X \leq \boxed{\text{テ}} \dots\dots\dots \text{①}$$

となる。一方, $\bar{Y} = 2.95$ であったとすると, 推定される母平均を m_Y として,
 m_Y の信頼度 95 % の信頼区間は

$$\boxed{\text{ト}} \leq m_Y \leq \boxed{\text{ナ}} \dots\dots\dots \text{②}$$

となることもわかる。ただし, $\boxed{\text{ツ}} \sim \boxed{\text{ナ}}$ の計算においては,
 $\sqrt{55} = 7.4$ とする。

$\boxed{\text{チ}}$ の解答群

① $\{\sigma(X)\}^2$	② $\frac{\sigma(X)}{n}$	③ $\frac{\sigma(X)}{\sqrt{n}}$	④ $\frac{\{\sigma(X)\}^2}{n}$
---------------------	-------------------------	--------------------------------	-------------------------------

$\boxed{\text{ツ}} \sim \boxed{\text{ナ}}$ については, 最も適当なものを, 次の①～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

① 1.693	② 1.875	③ 2.057
④ 2.740	⑤ 2.769	⑥ 2.798
⑦ 3.102	⑧ 3.131	⑨ 3.160

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

花子さんは、次の基準により太郎さんの記憶が正しいかどうかを判断することにした。ただし、基準が適用できない場合には、判断しないものとする。

基準

①の信頼区間に $E(X)$ が含まれていて、②の信頼区間に $E(Y)$ が含まれていないならば、太郎さんの記憶は正しいものとする。①の信頼区間に $E(X)$ が含まれず、②の信頼区間に $E(Y)$ が含まれているならば、太郎さんの記憶は正しくないものとする。

$E(X)$ は①の信頼区間に 。 $E(Y)$ は②の信頼区間に .

以上より、太郎さんの記憶については、 .

, の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 含まれている

② 含まれていない

については、最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

① 正しいと判断され、メモに書かれていた t_2 と t_{100} は「確率変数 X 」の平均値である

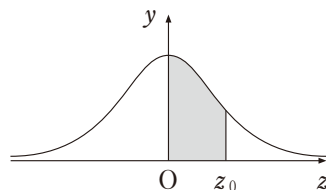
② 正しくないとして判断され、メモに書かれていた t_2 と t_{100} は「確率変数 Y 」の平均値である

③ 基準が適用できないので、判断しない

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

第4問 (選択問題) (配点 20)

数列の増減について考える。与えられた数列 $\{p_n\}$ の増減について次のように定める。

- すべての自然数 n について $p_n < p_{n+1}$ となるとき、数列 $\{p_n\}$ はつねに増加するという。
- すべての自然数 n について $p_n > p_{n+1}$ となるとき、数列 $\{p_n\}$ はつねに減少するという。
- $p_k < p_{k+1}$ となる自然数 k があり、さらに $p_\ell > p_{\ell+1}$ となる自然数 ℓ もあるとき、数列 $\{p_n\}$ は増加することも減少することもあるという。

(1) 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 23, \quad a_{n+1} = a_n - 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。このとき

$$a_n = \boxed{\text{アイ}} n + \boxed{\text{ウエ}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

となり、 $a_n < 0$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{オ}}$ である。

数列 $\{a_n\}$ は $\boxed{\text{カ}}$ 。また、自然数 n に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおくと、数列 $\{S_n\}$ は $\boxed{\text{キ}}$ 。

$n \geq \boxed{\text{オ}}$ のとき、 $\boxed{\text{ク}}$ 。また、 $b_n = \frac{1}{a_n}$ とおくと、 $n \geq \boxed{\text{オ}}$ のとき、 $\boxed{\text{ケ}}$ 。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

カ， キ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① つねに増加する
- ② つねに減少する
- ③ 増加することも減少することもある

ク の解答群

- ① $a_n < 0$ である
- ② $a_n > 0$ である
- ③ $a_n < 0$ となることも $a_n > 0$ となることもある

ケ の解答群

- ① $b_n < b_{n+1}$ である
- ② $b_n > b_{n+1}$ である
- ③ $b_n < b_{n+1}$ となることも $b_n > b_{n+1}$ となることもある

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

(2) 数列 $\{c_n\}$ は

$$c_1 = 30, \quad c_{n+1} = \frac{50c_n - 800}{c_n - 10} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。

以下では、すべての自然数 n に対して $c_n \neq 20$ となることを用いてよい。

$$d_n = \frac{1}{c_n - 20} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \text{ とおくと, } d_1 = \frac{1}{\boxed{\text{コサ}}} \text{ であり, また}$$

$$c_n = \frac{1}{d_n} + \boxed{\text{シス}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

が成り立つ。したがって

$$\frac{1}{d_{n+1}} = \frac{50\left(\frac{1}{d_n} + \boxed{\text{シス}}\right) - 800}{\left(\frac{1}{d_n} + \boxed{\text{シス}}\right) - 10} - \boxed{\text{シス}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により

$$d_{n+1} = \frac{d_n}{\boxed{\text{セ}}} + \frac{1}{\boxed{\text{ソタ}}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ。

数列 $\{d_n\}$ の一般項は

$$d_n = \frac{1}{\boxed{\text{チツ}}} \left(\frac{1}{\boxed{\text{テ}}} \right)^{n-1} + \frac{1}{\boxed{\text{トナ}}}$$

である。

$$\text{したがって, } d_n = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{トナ}}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \text{ であり, 数列 } \{d_n\} \text{ は}$$

$$\boxed{\text{ヌ}} \text{。}$$

よって①により、Oを原点とする座標平面上に $n = 1$ から $n = 10$ まで
点 (n, c_n) を図示すると $\boxed{\text{ネ}}$ となる。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

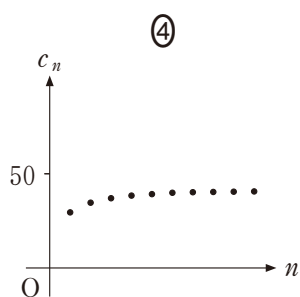
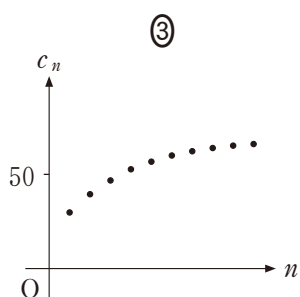
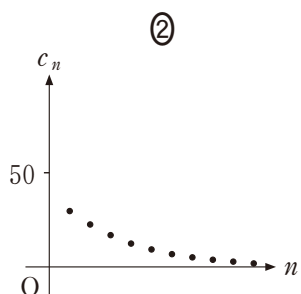
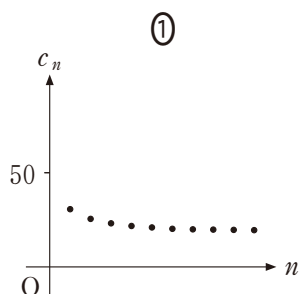
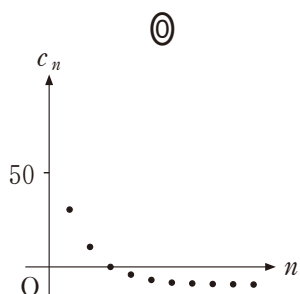
二 の解答群

① < ② = ③ >

又 の解答群

- ① つねに増加する
 ② つねに減少する
 ③ 増加することも減少することもある

ネ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。



第5問 (選択問題) (配点 20)

点 O を原点とする座標空間において2点 A , B の座標を

$$A(0, -3, 5), \quad B(2, 0, 4)$$

とし、直線 AB と xy 平面との交点を C とする。また、点 D の座標を

$$D(7, 4, 5)$$

とする。

直線 AB 上の点 P について、 $\overrightarrow{OP}$ を実数 t を用いて

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AB}$$

と表すことにする。

(1) 点 P の座標は

$$P\left(\boxed{\text{ア}}t, \boxed{\text{イ}}t - \boxed{\text{ウ}}, -t + \boxed{\text{エ}}\right)$$

と表すことができる。点 C の座標は

$$C\left(\boxed{\text{オカ}}, \boxed{\text{キク}}, 0\right)$$

である。点 C は線分 AB を

$$\boxed{\text{ケ}} : \boxed{\text{コ}}$$

に外分する。ただし、 $\boxed{\text{ケ}} : \boxed{\text{コ}}$ は最も簡単な整数の比で答えよ。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(2) $\angle\text{CPD} = 120^\circ$ となるときの点 P の座標について考えよう。

$\angle\text{CPD} = 120^\circ$ のとき

$$\overrightarrow{\text{PC}} \cdot \overrightarrow{\text{PD}} = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}} |\overrightarrow{\text{PC}}| |\overrightarrow{\text{PD}}| \dots\dots\dots \text{①}$$

が成り立つ。ここで、 $\overrightarrow{\text{PC}}$ と $\overrightarrow{\text{AB}}$ が平行であることから、0 でない実数 k を用いて $\overrightarrow{\text{PC}} = k\overrightarrow{\text{AB}}$ と表すことができるので、①は

$$k\overrightarrow{\text{AB}} \cdot \overrightarrow{\text{PD}} = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}} |k\overrightarrow{\text{AB}}| |\overrightarrow{\text{PD}}| \dots\dots\dots \text{②}$$

と表すことができる。

$\overrightarrow{\text{AB}} \cdot \overrightarrow{\text{PD}}$ と $|\overrightarrow{\text{PD}}|^2$ は、それぞれ

$$\overrightarrow{\text{AB}} \cdot \overrightarrow{\text{PD}} = -7 \left(\boxed{\text{セ}} t - \boxed{\text{ソ}} \right)$$

$$|\overrightarrow{\text{PD}}|^2 = 14 \left(t^2 - \boxed{\text{タ}} t + \boxed{\text{チ}} \right)$$

と表される。したがって、②の両辺の2乗が等しくなるのは

$$t = \boxed{\text{ツ}}, \boxed{\text{テ}}$$

のときである。ただし、 $\boxed{\text{ツ}} < \boxed{\text{テ}}$ とする。

$t = \boxed{\text{ツ}}, \boxed{\text{テ}}$ のときの $\angle\text{CPD}$ をそれぞれ調べることで、
 $\angle\text{CPD} = 120^\circ$ となる点 P の座標は

$$\text{P} \left(\boxed{\text{ト}}, \boxed{\text{ナ}}, \boxed{\text{ニ}} \right)$$

であることがわかる。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (3) 直線 AB から点 A を除いた部分を点 P が動くとき、直線 DP は xy 平面と交わる。この交点を Q とするとき、点 Q が描く図形について考えよう。

点 Q が直線 DP 上にあることから、 $\overrightarrow{OQ}$ は実数 s を用いて

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OD} + s\overrightarrow{DP}$$

と表すことができる。さらに、点 Q が xy 平面上にあることから、 s は t を用いて表すことができる。よって、 $\overrightarrow{OQ}$ は t を用いて

$$\overrightarrow{OQ} = \left(\boxed{\text{ヌネ}}, \boxed{\text{ノハ}}, 0 \right) - \frac{\boxed{\text{ヒフ}}}{t} (1, 1, 0)$$

と表すことができる。

したがって、点 Q はある直線上を動くことがわかる。さらに、 t が 0 以外の実数値を変化するとき $\frac{1}{t}$ は 0 以外のすべての実数値をとることに注意すると、点 Q が描く図形は直線から 1 点を除いたものであることがわかる。この除かれた点を R とするとき、 $\overrightarrow{DR}$ は $\boxed{\text{ヘ}}$ と平行である。

$\boxed{\text{ヘ}}$ の解答群

① $\overrightarrow{OA}$

② $\overrightarrow{OB}$

③ $\overrightarrow{OC}$

④ $\overrightarrow{OD}$

⑤ $\overrightarrow{AB}$

⑥ $\overrightarrow{AD}$

⑦ $\overrightarrow{BD}$

⑧ $\overrightarrow{CD}$