

1 [2024 神戸大]

a, b, c は実数で, $a \neq 0$ とする。放物線 C と直線 ℓ_1, ℓ_2 をそれぞれ

$$C: y = ax^2 + bx + c, \ell_1: y = -3x + 3, \ell_2: y = x + 3$$

で定める。 ℓ_1, ℓ_2 がともに C に接するとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) b を求めよ。また c を a を用いて表せ。
- (2) C が x 軸と異なる 2 点で交わるとき, $\frac{1}{a}$ のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) C と ℓ_1 の接点を P , C と ℓ_2 の接点を Q , 放物線 C の頂点を R とする。
 a が (2) の条件を満たしながら動くとき, $\triangle PQR$ の重心 G の軌跡を求めよ。

2 [2024 神戸大]

n を自然数とする。

- (1) 1 個のサイコロを投げて出た目が必ず n の約数となるような n で最小のものを求めよ。
- (2) 1 個のサイコロを投げて出た目が n の約数となる確率が $\frac{5}{6}$ であるような n で最小のものを求めよ。
- (3) 1 個のサイコロを 3 回投げて出た目の積が 20 の約数となる確率を求めよ。

3 [2024 大阪大]

曲線 $y = |x^2 - 1|$ を C , 直線 $y = 2a(x + 1)$ を ℓ とする。ただし, a は $0 < a < 1$ を満たす実数とする。

- (1) 曲線 C と直線 ℓ の共有点の座標をすべて求めよ。
- (2) 曲線 C と直線 ℓ で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなる a の値を求めよ。