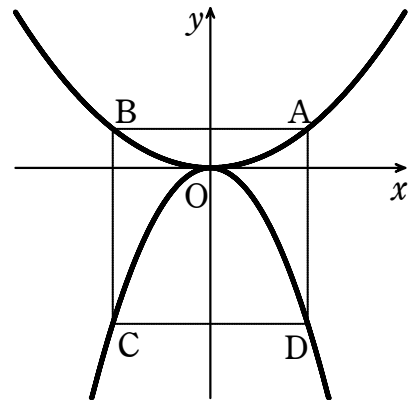


1 5点

右の図のように、2つの放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$

がある。2点 A, B は放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり、2点

C, D は放物線 $y = -2x^2$ 上にある。また、AB は x 軸に平行で、点 A の x 座標は正の数であるものとする。四角形 ABCD が正方形となるときの、点 A の座標を求めなさい。



2 (1)2点 (2)3点

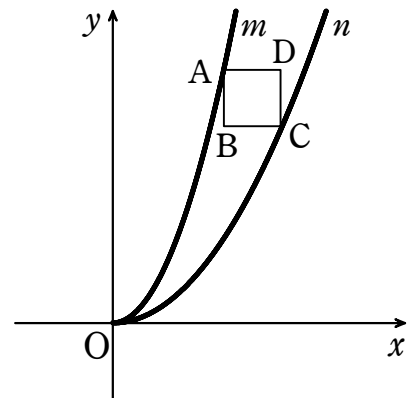
右の図において、曲線 m は放物線 $y = x^2$ の $x \geq 0$ の部分、曲線 n は放物線 $y = ax^2$ の $x \geq 0$ の部分である。

また、四角形 ABCD は1辺の長さが2の正方形で、頂点 A の x 座標が3 で曲線 m 上にあり、頂点 C は曲線 n 上にあり、辺 AB は y 軸に平行である。

ただし、 $0 < a < 1$ とする。次の問いに答えなさい。

(1) 頂点 C の座標を求めよ。

(2) 頂点 A と頂点 C を通る直線の式を求めなさい。



1 5点

解答 $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{25}\right)$

2 (1)2点 (2)3点

解答 (1) C(5,7) (2) $y = -x + 12$

1 5点

解説

点 A の x 座標を a とすると、3 点 A, B, D の座標は、それぞれ

$$\left(a, \frac{1}{2}a^2\right), \quad \left(-a, \frac{1}{2}a^2\right), \quad (a, -2a^2)$$

となる。

よって $AB = a - (-a) = 2a$

$$AD = \frac{1}{2}a^2 - (-2a^2) = \frac{5}{2}a^2$$

四角形 ABCD が正方形となるときの、 $AB = AD$ であるから $2a = \frac{5}{2}a^2$

ゆえに $a(5a - 4) = 0$

点 A の x 座標は正の数であるから $a > 0$

よって $a = \frac{4}{5}$ このとき $\frac{1}{2}a^2 = \frac{8}{25}$

したがって、点 A の座標は $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{25}\right)$

2 (1)2点 (2)3点

解説

点 A の y 座標は $y = 3^2 = 9$

よって、点 A の座標は (3, 9)

正方形 ABCD の一辺の長さが 2 であるから

点 C の座標は (5, 7)

直線 AC の傾きは -1 となるから ($\because$ 線分 AC は正方形の対角線で x 軸とのなす角が 45°),
直線 AC の式は $y = -x + k$ とおける。

この直線が点 A(3, 9) を通るから $9 = -3 + k$

よって $k = 12$

したがって、求める直線の式は $y = -x + 12$